KATEGORI KEMAMPUAN PESERTA DIDIK DALAM MENYELESAIKAN PERSOALAN TRISEKSI SUDUT ZAMAN THALES-EUCLID

Redy Williantama Zulhafendi[#1], Yerizon[*2]
Mathematics Departement, State Univerisity of Padang
Jl. Prof. Dr. Hamka, Padang, West Sumatera, Indonesia
[#1]Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA UNP
*[*2]Dosen Jurusan Matematika FMIPA UNP*
[#1]redywilliantama@gmail.com
[2]yerizon@fmipa.unp.ac.id

Abstract - *Angle trisection is a geometry concept that refers to the splitting of an angle into three equal parts, so that each part formed has the same angle size. This angle trisection became one of the three most interesting and unsolved mathematical problems during the last three centuries BC. Consequently, the purpose of this study is to examine the history of angle trisection in the Thales-Euclid era and measure students' ability to solve angle trisection problems. This research is a qualitative research that uses case study and literature review methods with data collection techniques through tests and interviews. The research subjects were selected by purposive sampling method from three high school students. Furthermore, the data obtained were analyzed descriptively and qualitatively with triangulation techniques. The purpose of this analysis is to ensure that the data obtained from various sources are valid. The results showed the extent of students' understanding in responding and creating how to solve this angle trisection using a ruler and a period. A detailed presentation of the categories of answers given by learners will be presented in this paper.*

Keywords–*Angular Trisection, Thales-Euclid Era, History of Mathematics*

Abstrak - Triseksi sudut merupakan konsep geometri yang mengacu pada pemisahan suatu sudut ke dalam tiga bagian yang sama besar, sehingga setiap bagian yang terbentuk memiliki ukuran sudut yang sama. Triseksi sudut ini menjadi salah satu dari tiga permasalahan matematika yang paling menarik dan belum dapat dipecahkan sepanjang tiga abad terakhir sebelum Masehi. Akibatnya, tujuan penelitian ini adalah untuk mengkaji sejarah triseksi sudut pada zaman Thales-Euclid dan mengukur kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan persoalan triseksi sudut. Penelitian ini termasuk penelitian kualitatif yang menggunakan metode studi kasus dan *literature review* dengan teknik pengumpulan data melalui tes dan wawancara. Subjek penelitian yang dipilih dengan metode *purposive sampling* dari tiga siswa SMA. Selanjutnya, data yang diperoleh dianalisis secara deskriptif dan kualitatif dengan teknik triangulasi. Tujuan dari analisis ini adalah untuk memastikan bahwa data yang diperoleh dari berbagai sumber adalah valid. Hasil penelitian menunjukkan sejauh mana pemahaman peserta didik dalam merespons dan mengkreasikan bagaimana cara menyelesaikan triseksi sudut ini dengan menggunakan penggaris dan jangka. Paparan detail mengenai kategori jawaban yang diberikan peserta didik akan disajikan di dalam tulisan ini.

Kata Kunci– *Triseksi Sudut, Zaman Thales-Euclid, Sejarah Matematika*

PENDAHULUAN

Dalam sejarah matematika, terdapat tiga masalah yang tidak bisa terpecahkan, yaitu duplikasi kubus, triseksi sudut, dan kuadratur lingkaran [1]–[4]. Artikel ini hanya berfokus pada masalah triseksi sudut. Masalah triseksi sudut telah menjadi salah satu tantangan geometri yang paling menarik bagi para matematikawan selama berabad-abad [5], [6]. Pembelajaran dan pemahaman tentang triseksi sudut menjadi landasan penting dalam pengembangan ilmu geometri [7], [8]. Zaman Thales (sekitar 624-546 SM) dan Euclid (sekitar 300 SM) merupakan periode penting dalam sejarah perkembangan matematika klasik.

Sudut adalah bagian ruang yang dibentuk oleh dua potongan garis lurus yang saling berpotongan [9]–[11]. Secara geometri, sudut merupakan hasil rotasi sebuah segmen garis dari posisi awalnya di satu titik pangkal hingga ke posisi lain [12], [13]. Sebuah sudut dibentuk oleh dua garis sinar yang memiliki titik awal yang sama, di mana titik awal tersebut dikenal sebagai titik sudut dan kedua garis sinar tersebut disebut sebagai sisinya [10], [14].

Dalam bidang matematika, istilah triseksi sudut digunakan untuk menjelaskan proses pembagian suatu sudut menjadi tiga segmen yang ukurannya identik [15]–[18]. Triseksi sudut ini menyangkut konstruksi sudut yang sama dengan sepertiga dari sudut sebarang yang diberikan dengan menggunakan penggaris tanpa skala dan jangka [7], [15], [19]. Seiring berjalannya waktu, beberapa ahli matematika mencoba menyelesaikan masalah triseksi sudut. Pada tahun 1837, Pierre Laurent

Wantzel, seorang matematikawan Prancis, membuktikan bahwa masalah ini tidak dapat dipecahkan dengan menggunakan alat yang diberikan [20], [21]. Pada akhirnya masalah-masalah tersebut dapat diasumsikan tidak dapat dipecahkan di bawah batasan yang diberlakukan oleh para ahli matematika Yunani. Berdasarkan ide-ide dari bidang aljabar [2], [7], penyelesaian dari triseksi sudut sama dengan solusi dari persamaan $x^3 - 3x - 1 = 0$.

Pentingnya mempelajari triseksi sudut dan memecahkan masalah triseksi sudut adalah untuk memberi tahu kita bahwasannya misteri triseksi sudut ini masih belum terpecahkan. [17], [18]. Ketika bukti ketidakmungkinan triseksi sudut diungkapkan, sudah terdapat banyak teorema geometri, sehingga jelas diperlukan usaha untuk menyatukan dan mengatur seluruh materi tersebut menjadi satu sistem yang koheren dan logis [15], [21]. Kenyataannya banyak orang tidak tahu siapa penemu dan bagaimana menyelesaikan masalah matematika. Oleh karena itu, penulis mencoba memaparkan sejarah dan cara menyelesaikan masalah triseksi sudut menggunakan penggaris dan jangka. Penulis juga ingin mengetahui sejauh mana peserta didik memahami pemecahan masalah triseksi sudut tersebut.

Penelitian dan sumber informasi yang tersedia mengenai penyelesaian masalah triseksi sudut memang terbatas. Oleh karena itu, dalam respons ini, penulis akan mencoba menyajikan gambaran singkat tentang sejarah triseksi sudut dan menganalisis kemampuan siswa dalam memecahkan masalah triseksi sudut. Pembahasan tersebut diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih komprehensif tentang topik ini. Meskipun penelitian terbatas, melalui analisis dan ringkasan literatur yang ada, penulis berupaya untuk menggambarkan perkembangan studi dan tantangan yang dihadapi dalam penyelesaian masalah triseksi sudut, serta perspektif siswa dalam menghadapinya.

METODE

Penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan metode studi kasus dan *literature review*. Penelitian kualitatif didasarkan pada filosofi postpositivisme dan digunakan untuk mengkaji kondisi objek dalam lingkungan alami, dimana peneliti menjadi instrumen utama sedangkan hasil penelitian kualitatif memberikan penekanan yang lebih besar pada pemahaman makna daripada generalisasi dalam penelitian [22], [23]. Pengumpulan data secara teknik melibatkan penggunaan triangulasi, sementara analisis data dilakukan secara kualitatif dengan metode tematik dan meta-review. Penelitian ini mengumpulkan data melalui tes dan wawancara dengan melibatkan tiga orang siswa kelas XI SMAN 8 Padang. Subjek penelitian dipilih menggunakan teknik *purposive sampling*. Hasil data yang diperoleh akan dianalisis secara deskriptif dan kualitatif. Teknik triangulasi digunakan untuk menguji validitas data. Peneliti memberikan dua pertanyaan dalam penelitian ini, yaitu soal pertama melukis triseksi sudut dan soal kedua penerapan triseksi sudut kemudian mewawancarai masing-masing peserta didik untuk menggali informasi lebih dalam terkait penyelesaian triseksi sudut. Berikut cuplikan soal yang diberikan kepada peserta didik.

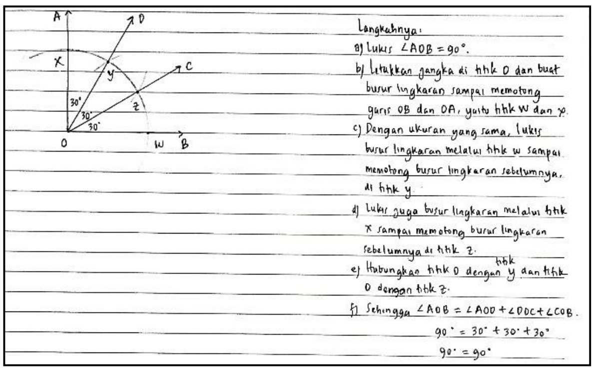
1. *Lukislah sudut 90° kemudian bagilah sudut tersebut menjadi tiga bagian yang sama besarnya hanya dengan menggunakan penggaris dan jangka (tanpa busur) dan buatkan langkah-langkahnya!*
2. *Seorang desainer interior ingin mengatur tiga lukisan dalam galeri seni sehingga membentuk suatu sudut antara setiap lukisan. Dia ingin agar setiap lukisan memiliki jarak sudut yang sama satu sama lain untuk menciptakan tampilan yang simetris dan seimbang, akan tetapi dia tidak tahu besar ukuran sudut yang ingin dia bagi. Bagaimana desainer ini dapat membagi sudut tersebut? Apakah bisa sudut tersebut dibagi menjadi tiga ukuran sama besar dengan penggaris dan jangka tanpa diketahui sudut total nya? Jika tidak berikan alasannya!*

HASIL DAN PEMBAHASAN

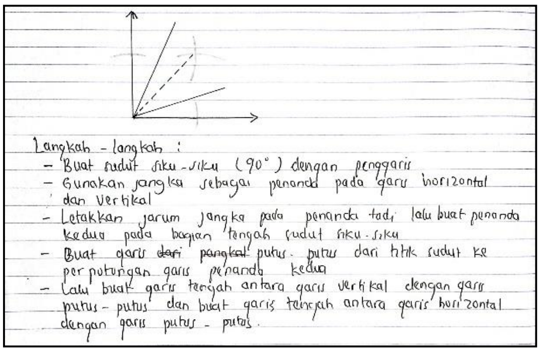
Setelah mengadakan penelitian dengan memberikan dua soal mengenai triseksi sudut kepada tiga peserta didik, peneliti menemukan berbagai metode penyelesaian masalah dan hasil yang ditemukan. Berikut diuraikan hasil analisis jawaban peserta didik yang memiliki tingkat kemampuan yang berbeda yaitu tinggi, sedang, dan rendah. Peserta didik dengan kemampuan tinggi diidentifikasi dengan inisial ACP, peserta didik dengan kemampuan sedang diidentifikasi dengan inisial NDP, dan peserta didik dengan kemampuan rendah diidentifikasi dengan inisial MD.

Soal Nomor 1

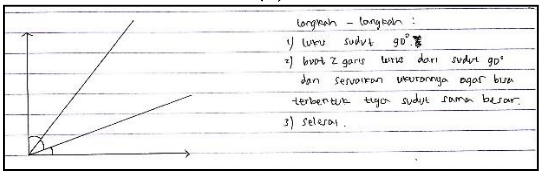
Soal nomor 1 menginstruksikan peserta didik untuk membuat sudut 90° dan membaginya menjadi tiga sudut yang kongruen hanya dengan alat bantu penggaris dan jangka. Dari Gambar 1 dapat dilihat bahwa ACP, NDP, dan MD telah berhasil menentukan apa yang diberikan dan ditanyakan pada soal. Ketiga peserta didik telah berusaha membagi sudut menjadi tiga sudut yang sama besar dengan menggunakan metode penyelesaian yang berbeda-beda.



(a)



(b)



(c)

Gambar 1. Jawaban ACP (a), NDP (b), dan MD (c) Terhadap Kasus Triseksi Sudut

Gambar 1(a) merupakan jawaban ACP dalam menanggapi permasalahan triseksi sudut. Terlihat ACP dapat melukiskan sudut yang dibagi menjadi tiga bagian yang sama besar dengan alat bantu penggaris dan jangka. Peneliti mengadakan wawancara dengan ACP untuk mendapatkan informasi yang lebih rinci.

Peneliti : *Apakah Ananda pernah mendengar istilah triseksi sudut?*

ACP : *Pernah pak.*

Peneliti : *Menurut Ananda, apa itu triseksi sudut?*

ACP : *Kita bagi sudut menjadi tiga dengan ukuran yang sama pak.*

Peneliti : *Ya benar. Sekarang apa yang diketahui dari soal?*

ACP : *Pada soal diketahui besar ukuran sudutnya 90°dan lukislah sudut tersebut menjadi tiga bagian yang memiliki ukuran yang sama dengan hanya menggunakan penggaris dan jangka pak.*

Peneliti : *Apa yang Ananda lakukan untuk membagi sudut tersebut sehingga menjadi tiga sudut yang sama besar?*

ACP : *Hal pertama yang saya lakukan adalah memberi nama O pada titik sudut dan mengatur ukuran jangka lalu meletakkan jarum jangka tersebut pada titik sudut O dan membuat seperempat lingkaran pada bagian dalam sudut 90°. Selanjutnya saya beri nama W dan X pada perpotongan dari seperempat lingkaran tadi dengan garis horizontal dan vertikal. Kemudian saya letakkan jarum jangka tersebut ke titik W dengan ukuran jangka yang sama, lalu saya buat garis yang berpotongan dengan seperempat lingkaran yang di beri nama titik Y, lalu begitupun untuk titik X saya letakkan jarum jangka disana lalu saya buat garis yang berpotongan dengan seperempat lingkaran yang di beri nama titik Z. Terakhir saya dapat menghubungkan dari titik O ke titik Y dan titik O ke titik Z untuk dapat dibagi sudut tersebut menjadi tiga bagian.*

Peneliti : *Bagus, apakah menurut Ananda dengan membagi sudut tersebut menggunakan busur dan jangka akan membuat sudut yang terbentuk menjadi sama besar?*

ACP : *Iya akan terbentuk sudut dengan ukuran yang sama besar pak.*

Peneliti : *Kenapa?*

ACP : *Karena dengan menggunakan penggaris dan jangka hanya berlaku untuk beberapa sudut istemawa saja pak yang bisa dibagi menjadi tiga bagian sama besar dan termasuk sudut 90°*

Peneliti : *Baik, terimakasih.*

Berdasarkan hasil wawancara peneliti dengan ACP, terlihat bahwa ACP dapat memahami apa permintaan soal dan jawaban sehingga jawaban ACP benar. ACP dapat menggunakan penggaris dan jangka tanpa memperkirakan besar sudutnya, melainkan ACP bisa memanfaatkan penggaris dan jangka tersebut dengan tepat.

Gambar 1(b) merupakan jawaban NDP dalam menanggapi permasalahan triseksi sudut. Terlihat NDP dapat menggunakan kedua alat tersebut yaitu penggaris dan jangka dalam menyelesaikan permasalahannya. Peneliti mengadakan wawancara dengan NDP untuk mendapatkan informasi yang lebih rinci.

Peneliti : *Apakah Ananda pernah mendengar istilah triseksi sudut?*

NDP : *Tidak pak.*

Peneliti : *Kalau istilah sudut dibagi menjadi tiga bagian yang sama, bagaimana?*

NDP : *Pernah mendengar pak.*

Peneliti : *Ya benar, istilah sudut dibagi menjadi tiga bagian yang sama itu sama halnya dengan triseksi sudut. Sekarang, apa yang diketahui dari soal?*

NDP : *Dari soal diberikan sudut siku-siku lalu lukislah sudut tersebut menjadi tiga dengan ukuran yang sama dengan menggunakan penggaris dan jangka pak.*

Peneliti : *Apa yang Ananda lakukan untuk membagi sudut tersebut menjadi tiga dengan ukuran yang sama?*

NDP : *Pertama saya gunakan jangka dengan besar ukuran sebarang lalu saya tandai pada garis horizontal dan vertikalnya, setelah itu saya letakkan jarum jangka pada titik potong yang saya tandai sebelumnya pada garis horizontal* *dengan ukuran jangka yang sama diawal, lalu saya garis pada bagian tengah di dalam bagian sudut itu begitupun pada garis vertikalnya sehingga diperoleh perpotongan pada bagian tengah pada sudut tersebut, kemudian saya garis putus-putus dari titik sudut siku-siku ke perpotongan yang ada di tengah tadi, terakhir saya dapat memperkirakan titik tengah pada kedua sudut yang terbentuk itu untuk dapat membaginya lagi menjadi dua, maka diperolehlah garis tersebut dapat membagi tiga bagian sudut yang sama besar.*

Peneliti : Baik, apakah menurut Ananda dengan cara membagi sudut tersebut menjadi dua bagian lalu memperkirakannya lagi untuk dibagi dapat secara akurat membagi tiga sudutnya sama besar?

NDP : Saya tidak begitu yakin pak.

Peneliti : Baik, terimakasih.

Hasil wawancara menunjukkan bahwa NDP memiliki pola pikir yang hampir benar, yaitu dapat menggunakan jangka sebagai bantuan untuk membagi sudutnya walaupun NDP hanya bisa membagi dua sudut sama besar, meskipun untuk membagi tiga sudut sama besarnya masih belum akurat/efektif dikarenakan NDP masih memperkirakan sudutnya.

Gambar 1(c) merupakan jawaban MD dalam menanggapi permasalahan triseksi sudut. Terlihat MD melukiskan langsung sudut yang diberikan hanya dengan menggunakan penggaris tanpa jangka. Peneliti mengadakan wawancara dengan MD untuk mendapatkan informasi yang lebih rinci.

Peneliti : Apakah Ananda pernah mendengar istilah triseksi sudut?

MD : Tidak pernah pak.

Peneliti : Kalau istilah sudut dibagi menjadi tiga bagian yang sama, bagaimana?

MD : Pernah pak.

Peneliti : Jadi istilah sudut dibagi menjadi tiga ukuran yang sama itu sama halnya dengan triseksi sudut. Sekarang, Ananda, apa yang diketahui dari soal?

MD : Untuk soal pertama diberikan besar sudut 90° lalu gambarlah sudut tersebut dan bagilah sudut tersebut menjadi tiga dengan ukuran yang sama dengan menggunakan penggaris dan jangka pak.

Peneliti : Apa yang Ananda lakukan untuk membagi sudut tersebut sehingga menjadi tiga sudut yang sama?

MD : Saya langsung saja memperkirakan sudut tersebut dan menggarisnya menggunakan penggaris pak.

Peneliti : Apakah Ananda tidak menggunakan jangka untuk membaginya?

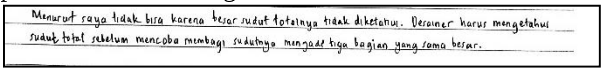
MD : Tidak perlu pak, lagipun saya tidak tau juga cara penggunanya jangka itu dalam membagi sudut pak.

Peneliti : Baik, terimakasih.

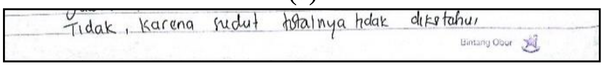
MD mengkonfirmasi pola pikirnya melalui hasil wawancara yaitu tetap pada jawabannya untuk soal nomor 1 membagi tiga sudut sama besar bisa dilakukan dengan penggaris saja tanpa perlu menggunakan jangka. Jawaban dari MD adalah jawaban yang tidak benar, karena dengan menggunakan penggaris saja tidak akan bisa membagi tiga sudut sama besar.

Soal Nomor 2

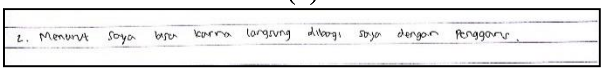
Soal nomor 2 menginstruksikan peserta didik untuk menganalisis permasalahan dalam kehidupan sehari-hari mengenai triseksi sudut. Permasalahannya seorang desainer interior yang ingin membagi lukisannya menjadi tiga dengan ukuran yang sama dengan menggunakan penggaris dan jangka tanpa diketahui sudut totalnya. Berdasarkan Gambar 2 terlihat bahwa ACP, NDP, dan MD sudah mampu menganalisis apa yang diberikan dan ditanyakan pada soal. Masing-masing peserta didik menjawab soal dan memberikan argumennya terhadap permasalahan seorang desainer interior tersebut.


Menurut saya tidak bisa karena besar sudut totalnya tidak diketahui. Desainer harus mengetahui sudut total sebelum mencoba membagi sudutnya menjadi tiga bagian yang sama besar.

(a)


Tidak, karena sudut totalnya tidak diketahui

(b)


2. Menurut saya bisa karna langsung dibagi saja dengan penggaris.

(c)

Gambar 2. Jawaban ACP (a), NDP (b), dan MD (c) Terhadap Kasus Triseksi Sudut

Gambar 2(a) merupakan jawaban ACP dalam menanggapi permasalahan triseksi sudut. Terlihat ACP memberikan argumennya yaitu tidak bisa dibagi sudutnya menjadi tiga bagian sama besar jika besar ukuran sudutnya tidak diketahui oleh seorang desainer. Peneliti mengadakan wawancara dengan ACP untuk mendapatkan informasi yang lebih rinci.

Peneliti : Menurut Ananda, apa yang diketahui dari soal?

ACP : Dari soal menjelaskan seorang desainer yang ingin mengatur tiga lukisannya ke dalam tiga ukuran yang sama dengan menggunakan penggaris dan jangka, tapi desainer tersebut tidak mengetahui besar ukuran sudut total yang akan dibaginya pak.

Peneliti : Bagaimana menurut Ananda apakah bisa sudut tersebut dibagi tiga dengan ukuran yang sama?

ACP : Menurut saya tidak bisa pak.

Peneliti : Kenapa tidak bisa?

ACP : Karena desainernya tidak mengetahui besar sudut totalnya, seharusnya desainer harus mengetahuinya terlebih dahulu sebelum dibagi menjadi tiga bagian yang *sama besar pak.*

Berdasarkan hasil wawancara peneliti dengan ACP, terlihat bahwa ACP dapat memahami apa permintaan soalnya. Untuk jawaban yang diberikan dari ACP merupakan jawaban yang benar, karena seorang desainernya tidak mengetahui ukuran sudut yang akan dibaginya menjadi tiga ukuran yang sama. Hal tersebut sama dengan menggunakan sudut sebarang, karena tidak akan bisa dilukiskan untuk membagi tiga sudut sama besar dengan menggunakan penggaris dan jangka saja.

Gambar 2(b) merupakan jawaban NDP dalam menanggapi permasalahan triseksi sudut. Terlihat jawaban NDP memberikan jawaban yang sejalan dengan responden yang lain yaitu ACP dengan memberikan argumennya bahwa sudut totalnya tidak diketahui oleh seorang desainer. Peneliti mengadakan wawancara dengan NDP untuk mendapatkan informasi yang lebih rinci.

Peneliti : *Menurut Ananda, apa yang diketahui dari soal?*
NDP : *Dari soal menjelaskan seorang desainer yang ingin membagi lukisannya menjadi tiga sudut sama besar dengan menggunakan penggaris dan jangka, tapi desainer itu tidak mengetahui besar ukuran sudut total yang akan dibaginya pak.*
Peneliti : *Bagaimana menurut Ananda apakah bisa sudut tersebut dibagi tiga dengan ukuran yang sama?*
NDP : *Menurut saya tidak pak.*
Peneliti : *Kenapa tidak bisa?*
NDP : *Karena sudut totalnya tidak diketahui oleh desainernya pak.*

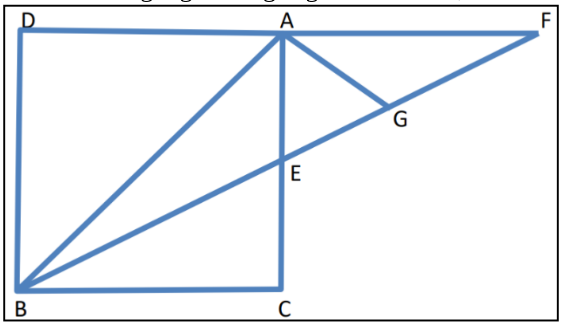
Berdasarkan hasil wawancara peneliti dengan NDP, terlihat bahwa NDP dapat memahami apa permintaan soalnya. Untuk jawaban yang diberikan dari NDP merupakan jawaban yang benar, karena seorang desainernya tidak mengetahui ukuran sudut yang akan dibaginya menjadi tiga ukuran yang sama. Hal tersebut sama dengan menggunakan sudut sebarang, karena tidak akan bisa dilukiskan untuk membagi tiga sudut sama besar dengan menggunakan penggaris dan jangka saja.

Gambar 2(c) merupakan jawaban MD dalam menanggapi permasalahan triseksi sudut. Terlihat jawaban MD memiliki pemikiran yang berbeda dengan jawaban sebelumnya, yaitu ACP dan NDP. MD memberikan argumennya bahwa tetap bisa dibagi tiga sudut sama besar dengan hanya menggunakan sebuah penggaris. Peneliti mengadakan wawancara dengan MD untuk mendapatkan informasi yang lebih rinci.

Peneliti : *Menurut Ananda, apa yang diketahui dari soal?*
MD : *Seorang desainer yang ingin membagi tiga lukisannya menjadi ukuran yang sama besar, tapi desainernya tidak mengetahui ukuran sudut totalnya pak.*
Peneliti : *Bagaimana menurut Ananda apakah bisa sudut tersebut dibagi tiga dengan ukuran yang sama?*
MD : *Menurut saya bisa pak.*
Peneliti : *Kenapa bisa?*
MD : *Karena lukisannya bisa langsung dibagi tiga saja pak tanpa harus diketahui sudut totalnya.*

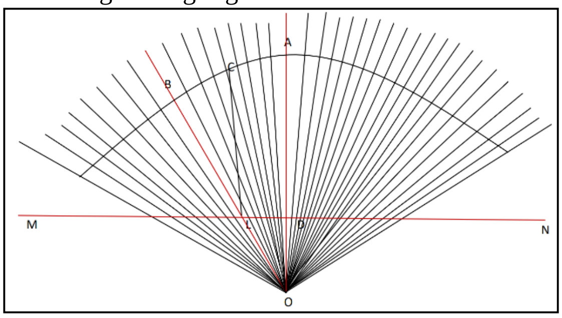
Berdasarkan hasil wawancara peneliti dengan MD, terlihat bahwa MD dapat memahami apa permintaan soalnya. Untuk jawaban yang disampaikan dari MD adalah jawaban yang tidak benar, karena seorang desainernya tidak akan bisa membagi tiga sudut sama besar dengan menggunakan penggaris dan jangka saja.

Ini adalah triseksi yang pertama kali ditemukan oleh bangsa Yunani yang disebut dengan masalah *verging*, lihat Gambar 3. ABC adalah sudut pada persegi panjang ABCD yang dibentuk oleh garis BC dan diagonal BA. Perhatikan garis yang melewati B dan memotong CA di E dan DA di F sehingga EF = 2 BA. Titik G merupakan titik tengah EF, maka EG = GF = GA = BA sehingga $\angle ABG = \angle AGB = \angle GAF + \angle GFA = 2\angle GBC$. Jadi, garis BEF sebagai garis bagi tiga $\angle ABC$ [17], [18].



Gambar 3. Triseksi Sudut

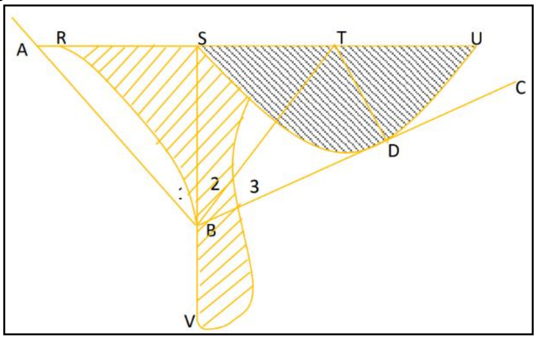
Nicomedes (± 240 SM) menemukan cara lain untuk membuktikan triseksi sudut yang dikenal dengan concoid Nicomedes, seperti Gambar 4. Pandanglah sudut AOB yang akan dibagi tiga. Gambarlah garis MN tegak lurus OA, memotong OA dan OB masing-masing di D dan L. Buat garis lurus melalui titik O sebanyak mungkin untuk melukis concoid MN dengan titik pusat O dengan jarak tetap 2(OL) dihitung dari titik potong sinar yang dibuat melalui titik O dengan garis lurus MN. Garis melalui L sejajar OA hingga memotong concoid di titik C. Garis OC adalah garis bagi tiga sudut AOB.



Gambar 4. Triseksi Sudut Menggunakan Concoid Nicomedes

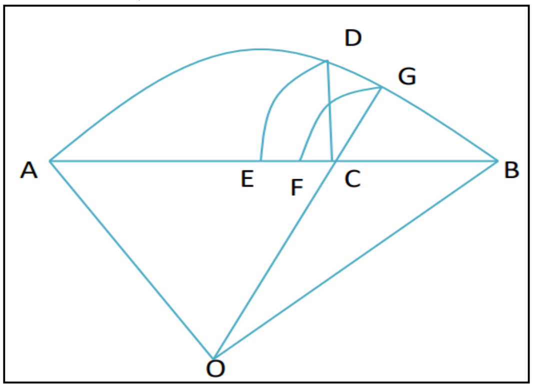
Cara lain untuk membagi tiga sudut sama besar menggunakan alat Euclid berupa penggaris dan jangka. Alat tersebut dinamakan tomahawk, seperti Gambar 5.

Konstruksi tomahawk di mulai dari suatu segmen garis lurus RU yang dibagi tiga bagian sama panjang di S dan T. Selanjutnya lukis setengah lingkaran SU sebagai diameter dan gambar garis SV tegak lurus RU. Membagi tiga sudut ABC dengan menempatkan tomahawk di sisi BA pada R dan SV melalui B dan sisi BC menyinggung setengah lingkaran di D. Segitiga BSR, BST dan BDT kongruen, akibatnya garis BS dan BT merupakan garis bagi sudut [17], [18].



Gambar 5. Triseksi Sudut Menggunakan Tomahawk

Cara lain dikemukakan oleh melalui lukisan, seperti Gambar 6. Sudut AOB yang dibagi merupakan sudut pusat suatu lingkaran. Tali busur AB dibagi tiga sama panjang dan titik C sebagai titik bagi yang dekat B. Melalui titik C lukis garis tegak lurus AB hingga memotong lingkaran di D. Buatlah busur dari titik B dengan panjang BD yang memotong AB di E. Buatlah busur lagi dari titik B dengan panjang BF yang memotong lingkaran di G, maka garis OG sebagai garis bagi tiga sudut AOB jika sudut AOB = 60° dan jika sudut AOB = 90° [17], [18].



Gambar 6. Triseksi Sudut Menggunakan Lukisan

Berdasarkan sejarah dari para ahli dalam permasalahan triseksi sudut dapat dideskripsikan pada hasil jawaban peserta didik. Peneliti akan mengelompokkan ke dalam tiga kategori peserta didik dalam menyelesaikan permasalahan triseksi sudut pada zaman Thales-Euclid, yang akan dipaparkan pada Tabel 1.

TABEL 1
KATEGORI KEMAMPUAN PESERTA DIDIK TENTANG PEMECAHAN MASALAH TRISEKSI SUDUT

No	Kategori	Deskripsi kategori
1	*Excellent trisection*	Peserta didik berhasil memecahkan masalah triseksi sudut dengan cara yang sesuai.
2	*Middle trisection*	Peserta didik berhasil memahami masalah dan berusaha menyelesaikannya, meskipun metodenya masih kurang tepat.
3	*Low trisection*	Peserta didik berhasil memahami masalah namun belum menemukan metode untuk menyelesaikannya.

Sampai sejauh mana wawasan peserta didik terkait studi kasus mereka dalam pemecahan masalah triseksi sudut pada era Thales-Euclid, yang dibagi menjadi tiga kategori, yaitu *Excellent trisection*, *Middle trisection*, dan *Low trisection*.

Excellent Trisection

Hasil penelitian terkait *Excellent trisection* menunjukkan bahwa peserta didik mengerti permasalahan yang diajukan dan mampu menemukan solusi masalah triseksi sudut. Dalam situasi ini, peneliti mengamati bahwa peserta didik berhasil memecahkan masalah triseksi sudut dengan cara yang benar. Dengan kata lain, peserta didik tersebut menunjukkan keahlian tinggi dalam menemukan solusi.

Ini sejalan dengan hasil penelitian Mahardiningrum [24] bahwa peserta didik kemampuan tinggi mampu mengidentifikasi pertanyaan dengan akurat, menilai hubungan antar informasi, dan mengaplikasikan langkah-langkah untuk melaksanakan rencana tersebut. Sari [25] menyatakan bahwa peserta didik kemampuan tinggi menunjukkan pemahaman yang baik terhadap permasalahan, terlihat dari bagaimana mereka menyampaikan informasi yang diberikan dengan menggunakan bahasa mereka sendiri. Lebih lanjut, Setiana [26] mengungkapkan bahwa peserta didik kemampuan tinggi dapat melakukan proses perhitungan dengan benar sehingga mendapatkan hasil yang tepat.

Peserta didik kemampuan tinggi memahami permasalahan dengan membaca soal dan bisa menguraikan persoalan yang ditangani. Apabila belum mengerti sepenuhnya, peserta didik akan kembali membaca dan mengkaji soal hingga benar-benar memahami permasalahannya. Peserta didik mampu menyatakan informasi yang diberikan dan pertanyaan yang diajukan dari soal baik secara lisan maupun tertulis pada lembar jawaban, serta menyampaikan penjelasan dan alasan bagaimana mereka menentukan hal tersebut. Mereka dapat melakukannya dengan mengacu pada soal karena menurut peserta didik, apa yang diberikan dan ditanyakan sudah jelas tercantum dalam soal [27]–[33].

Middle Trisection

Peserta didik kategori ini mampu memahami soal dan menggunakan kedua alat yang diperlukan. Akan tetapi, peserta didik hanya bisa membagi dua sudut sama besar dengan alat tersebut. Untuk menyelesaikan soal, peserta didik membagi dua sudut sama besar menggunakan penggaris dan jangka sebagai garis bantu untuk membagi tiga sudut yang sama, kemudian peserta didik membagi sudut yang sudah terbentuk menjadi dua bagian lagi tanpa menggunakan jangka. Hal ini disebabkan oleh kurangnya pengetahuan peserta didik tentang penggunaan jangka. Guru dapat memberikan soal yang tidak monoton untuk mengasah kemampuan pemecahan masalah peserta didik [34], [35].

Selain itu, literasi matematika perlu diperhatikan dalam pembelajaran. Literasi matematika adalah kemampuan individu yang komprehensif dalam membuat, menggunakan, dan memahami matematika dalam situasi yang beragam, meliputi berpikir secara matematis, memanfaatkan konsep, prosedur, dan fakta. Tujuannya adalah untuk mendeskripsikan, menguraikan, dan mengestimasi peristiwa atau situasi, serta menghubungkan matematika dengan kehidupan sehari-hari [34], [36]–[38].

Low Trisection

Peserta didik kategori ini mampu mengerti persoalan yang diajukan, tetapi kurang terampil dalam menggunakan jangka untuk membagi tiga sudut sama besar. Peserta didik hanya mampu menjawab soal sesuai dengan pemahaman yang dimiliki saat ini. Ini sejalan dengan hasil penelitian Dewi [39] yang mengungkapkan bahwa peserta didik kemampuan rendah tidak mampu menjembatani informasi pada soal dengan strategi penyelesaian yang dipilih. Hasil penelitian Aulia [40] menunjukkan bahwa peserta didik kemampuan rendah masih belum bisa memahami soal dan membuat gambar dengan baik. Kesalahan memahami soal terjadi karena kurang telitinya peserta didik dalam menangkap tujuan soal [41].

Keahlian yang sangat penting bagi peserta didik untuk menangani berbagai persoalan adalah kemampuan pemecahan masalah. Akan tetapi, kemampuan ini belum optimal. Salah satu langkah yang bisa diambil oleh guru adalah melatih peserta didik mengerjakan soal-soal non rutin dan penggunaan alat matematika [42], [43].

SIMPULAN

Triseksi sudut adalah konsep geometri yang menggambarkan pembagian suatu sudut menjadi tiga bagian yang sama, di mana setiap bagian memiliki besaran sudut yang identik. Triseksi sudut merupakan salah satu dari tiga persoalan matematika yang paling menantang dan belum terpecahkan sepanjang tiga abad terakhir sebelum Masehi. Pada akhirnya, persoalan-persoalan tersebut dianggap tidak dapat diatasi berdasarkan batasan yang diterapkan oleh matematikawan Yunani. Dalam konteks aljabar, mencari solusi triseksi sudut setara dengan menemukan solusi dari persamaan $x^3 - 3x - 1 = 0$. Pada kenyataannya masih banyak orang yang beranggapan bahwa membagi sudut sebarang menjadi tiga bagian yang sama besar itu bisa dilakukan dengan menggunakan penggaris dan jangka, sedangkan para ahli sudah membuktikan bahwasannya hal tersebut mustahil dilakukan dengan hanya menggunakan penggaris dan jangka saja. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengukur tingkat kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan persoalan triseksi sudut ini sekaligus membahas tentang sejarah triseksi sudut pada zaman Thales-Euclid. Berdasarkan hasil penelitian ini, peserta didik yang menjadi sumber data dalam penelitian ini tidak dapat menyelesaikan masalah triseksi sudut hanya dengan menggunakan penggaris dan jangka saja untuk sudut sebarang. Namun, kedua alat tersebut masih dapat digunakan untuk membagi sudut-sudut istimewa. Dari lembar jawaban peserta didik yang bervariasi, penulis mengelompokkan menjadi tiga kategori peserta didik mengenai kemampuan pemecahan masalah triseksi sudut. Ada tiga kategori yang dimaksud, yaitu 1) *Excellent trisection*, 2) *Middle trisection*, dan 3) *Low trisection.*

REFERENSI

[1]. Yates, R. C. 1971. *The Trisection Problem*. USA: NCTM.

[2]. Alex, K. M. 2017. The Possibility of Angle Trisection (A Compass-Straightedge Construction). *Journal of Mathematics and System Science*, *7*, 25–42.

[3]. de Catalina, E. C. 2021. Angle Trisection, Bhaskara's Proof, and Pythagorean Theorem. *Recoletos Multidisciplinary Research Journal*, 1–11.

[4]. Son, T. D. 2023. Exact Angle Trisection with Straightedge and Compass by Secondary Geometry. *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, *69*(5), 9–24.

[5]. Barton, L. O. 2022. A Procedure for Trisecting an Acute Angle. *Advances in Pure Mathematics*, *12*, 63–69.

[6]. Mousavi, S. K. 2023. Angle Trisection with the Growth Rate of the Golden Ratio. *HAL Open Science*, 1–7.

[7]. Rediske, A. C. 2018. The Trisection of an Arbitrary Angle. *Journal of Advances in Mathematics*, *14*(2), 7640–7669.

[8]. Farhani, Amri, S., & Zahnur. 2020. Permasalahan Lukisan Geometri Sebagai Suatu Lapangan. *EurekaMatika*, *8*(2), 203–215.

[9]. Khaidir, C. 2012. Pembelajaran Matematika dengan Model SAVI Berorientasi PAKEM. *Ta'dib*, *15*(1), 51–60.

[10]. Sriani, N., Srigati, Mushofiah, S., & Maliki, I. 2016. Membangkitkan Prestasi Belajar Matematika Siswa Sekolah Dasar Melalui Media Sudut Siku-Siku. *Briliant: Jurnal Riset Dan Konseptual*, *1*(1), 30–38.

[11]. Toybah, Hawa, S., & Suganda M, V. A. 2020. *Buku Ajar Geometri dan Pengukuran Berbasis Pendekatan Saintifik*. Palembang: Bening Media Publishing.

[12]. Silaban, P. J., Simanungkalit, D., Sihombing, S., Turnip, E. A., & Dongoran, D. 2023. Sosialiasasi Mengenai Alat Peraga Pengukuran Sudut di UPT SD Negeri 066650 Medan Kota. *Jurnal Pengabdian Masyarakat Bangsa*, *1*(8), 1338–1341.

[13]. Rodi'ah, S., & Hasanah, I. 2021. Eksplorasi Pembelajaran Matematika Berbasis Proyek Berbantu E-Modul Ditinjau dari Berpikir Kreatif Siswa. *Ideas: Jurnal Pendidikan, Sosial, dan Budaya*, *7*(3).

[14]. Faradisa, M., Z, M. S., & Ayu, Y. A. 2018. Penggunaan Aplikasi Geogebra pada Pembelajaran Matematika Materi Poligon dan Sudut Sebagai Sarana Meningkatkan Kemampuan Siswa. *Jurnal Equation: Teori dan Penelitian Pendidikan Matematika*, *1*(2), 166–172.
[15]. Alex, K. M., & Mutembei, J. 2016. The Angle Trisection Solution (A Compass-Straightedge (Ruler) Construction). *Journal of Advances in Mathematics*, *13*(4), 7308–7331.
[16]. Sohrab, S. H. 2019. Solution of Ancient Greek Problem of Trisection of Arbitrary Angle. *Chaotic Modeling and Simulation*, *6*, 81–94.
[17]. Eves, H. 1953a. *An Introduction to the History*. USA: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
[18]. Eves, H. 1953b. *An Introduction to the History of Mathematics*. USA: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
[19]. Roy, P. 2023. A Unique Method for the Trisection of an Arbitrary Angle. *Matrix Science Mathematics*, *7*(2), 56–70.
[20]. Ben-Ari, M. 2022. *Mathematical Surprises*. Switzerland: Springer.
[21]. Hiraoka, K., & Kokot, L. 2016. Trisecting an Angle and Doubling the Cube Using Origami Method. *Hiroshima University of Economics Research Review*, *38*(4), 167–173.
[22]. Sugiyono. 2013. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
[23]. Harahap, N. 2020. *Penelitian Kualitatif*. Medan: Wal Ashri Publishing.
[24]. Mahardiningrum, A. S., & Ratu, N. 2018. Profil Pemecahan Masalah Matematika Siswa SMP Pangudi Luhur Salatiga Ditinjau dari Berpikir Kritis. *Jurnal Mosharafa*, *7*(1), 75–84.
[25]. Sari, A. P. S., Ikhsan, M., & Saminan. 2017. Proses Berpikir Kreatif Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Berdasarkan Model Wallas. *Jurnal Tadris Matematika*, *10*(1), 18–32.
[26]. Setiana, N. P., Fitriani, N., & Amelia, R. 2021. Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMA pada Materi Trigonometri Berdasarkan Kemampuan Awal Matematis Siswa. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, *4*(4), 899–910.
[27]. Hidayati, A., & Widodo, S. 2015. Proses Penalaran Matematis Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika pada Materi Pokok Dimensi Tiga Berdasarkan Kemampuan Siswa di SMA Negeri 5 Kediri. *Jurnal Math Educator Nusantara*, *1*(2), 131–143.
[28]. Nisa, H. M., Sa'dijah, C., & Qohar, A. 2016. Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa SMK Bergaya Kognitif Field Dependent. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, 230–239.
[29]. Widadah, S., Afifah, D. S. N., & Suroto. 2013. Profil Metakognisi Siswa dalam Menyelesaikan Soal Sistem Persamaan Linear Dua Variabel Berdasarkan Gaya Kognitif. *Jurnal Pendidikan Matematika STKIP PGRI Sidoarjo*, *1*(1), 13–24.
[30]. Marlina, L. 2013. Penerapan Langkah Ploya dalam Menyelesakan Soal Cerita dan Luas Persegi Panjang. *Jurnal Elektronik Pendidikan Matematika Tadulako*, *1*(1), 43–52.
[31]. Wulantina, E., Kusmayadi, T. A., & Riyadi. 2015. Proses Berpikir Kreatif Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika pada Siswa Kelas X MIA SMAN 6 Surakarta. *Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika*, *3*(6), 671–682.
[32]. Mawaddah, S., & Anisah, H. 2015. Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa pada Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Model Pembelajaran Generatif (Generative Learning) di SMP. *EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika*, *3*(2), 166–175.
[33]. Agustina, R., & Farida, N. 2015. Proses Berpikir Siswa SMK dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Tipe Kepribadian Phlegmatis. *Aksioma*, *4*(1), 1–8.
[34]. Sari, R. H. N. 2015. Literasi Matematika: Apa, Mengapa, dan Bagaimana? *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY*, 713–720.
[35]. Sapitri, Y., Utami, C., & Mariyam. 2019. Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Open-ended pada Materi Lingkaran Ditinjau dari Minat Belajar. *Variabel*, *2*(1), 16–23.
[36]. Kusumawardani, D. R., Wardono, & Kartono. 2018. Pentingnya Penalaran Matematika dalam Meningkatkan Kemampuan Literasi Matematika. *PRISMA: Prosiding Seminar Nasional Matematika*, *1*, 588–595.
[37]. Hapsari, T. 2019. Literasi Matematis Siswa. *Jurnal Euclid*, *6*(1), 84–94.
[38]. Anwar, N. T. 2018. Peran Kemampuan Literasi Matematis pada Pembelajaran Matematika Abad-21. *PRISMA: Prosiding Seminar Nasional Matematika*, *1*, 364–370.
[39]. Dewi, K. I. P., Ariawan, I. P. W., & Gita, I. N. 2019. Analisis Kesalahan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Kelas XI SMA Negeri 1 Tabanan. *Jurnal Pendidikan Matematika Undiksha*, *10*(2), 43–52.
[40]. Aulia, K., Trapsilasiwi, D., & Sugiarti, T. 2018. Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Materi Segiempat Berdasarkan Newman's Error Analysis (NEA) Ditinjau dari Kecerdasan Logis Matematis Siswa. *Kadikma*, *9*(1), 106–115.
[41]. Hanipa, A., & Sari, V. T. A. 2019. Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Sistem Persamaan Linear Dua Variabel pada Siswa Kelas VIII MTs di Kabupaten Bandung Barat. *Journal on*

Education, *1*(2), 15–22.

[42]. Andiyana, M. A., Maya, R., & Hidayat, W. 2018. Analisis Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis Siswa SMP pada Materi Bangun Ruang. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, *1*(3), 239–248.

[43]. Istianah, E. 2013. Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Matematik dengan Pendekatan Model Eliciting Activities (MEAs) pada Siswa SMA. *Infinity: Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung*, *2*(1), 43–54.