

## VALIDITAS DAN PRAKTIKALITAS *HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY (HLT)* TOPIK INTEGRAL BERBASIS RME BERBANTUAN GEOGEBRA

Kelly Angelly Hevardani<sup>#1</sup>, Ahmad Fauzan<sup>\*2</sup>

*Mathematics Department, Padang State University*

*Jl. Prof. Dr. Hamka, Padang, Indonesia*

<sup>#1</sup>*Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA UNP*

<sup>\*2</sup>*Dosen Jurusan Matematika FMIPA UNP*

<sup>#1</sup>angellyhevardanikelly@gmail.com

**Abstract**-Based on the results of preliminary research, it was found that integral learning tended to use existing textbooks and there was no use of technology in teaching materials. This study aimed to developing instructional design with RME assisted by GeoGebra on topic integral. This study that was combined Plomp and Gravemeijer & Cobb models, which consisted of three phases, namely preliminary research, development or prototyping phase, and assessment phase. The learning design in question is HLT which is implemented on student worksheets. This HLT consists of three components, namely the learning objectives, a series of student activities, and predictions of student answers and anticipations that must be done by the teacher. The subjects of this study were students of class XI SMAN 8 Padang. The data collection instrument used were interview sheets, observation sheets, questionnaires, and test on mathematical reasoning abilities. The results showed that the intruactional design based on RME assisted by GeoGebra, especially topic integral can be said to be valid and practical.

**Keywords**-RME, Integral, GeoGebra, HLT

### PENDAHULUAN

Salah satu topik pada mata pelajaran matematika kelas XI SMA adalah integral. Pembelajaran materi integral pada kelas XI dibatasi pada integral tak tentu fungsi aljabar. Keberadaan integral saat ini sangat berpengaruh terhadap perkembangan ilmu kalkulus dan ilmu pengetahuan lainnya, seperti biologi, teknologi, dan ekonomi. Integral pertama kali ditemukan oleh Archimedes, pertemuannya berawal saat ia menentukan luas suatu daerah lingkaran. Selain itu, perkiraan populasi dan usaha juga dapat dihitung menggunakan integral [1]. Maka dari itu, peserta didik harus menguasai materi integral agar bisa menjadi bekal dalam menyelesaikan berbagai permasalahan kehidupan sehari-hari.

Namun, pada kenyataannya berbagai permasalahan integral fungsi belum dapat diselesaikan dengan baik oleh peserta didik maupun mahasiswa [2]. Kesulitan-kesulitan mereka seperti dalam menentukan luas daerah dan volume benda, kesulitan dalam menggambar grafik, dan kesulitan dalam menguraikan operasi hitung integral. Hal ini senada dengan penelitian Wigati [3] kesulitan yang dialami peserta didik meliputi kesulitan prinsip, konsep, dan verbal karena dalam

penyelesaiannya memerlukan tingkat ketelitian yang tinggi.

Permasalahan sama juga ditemui pada kalangan mahasiswa. Mahasiswa belum mampu menguasai tentang jumlah Riemann, limit, dan luas [4]. Hal ini senada dengan penelitian Tasman [5] bahwa lebih dari 30% mahasiswa tidak lulus dalam mata kuliah kalkulus dan hanya sebagian kecil dari mereka yang lulus dengan nilai yang kurang memuaskan. Lebih lanjut, mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami soal, tidak teliti dalam mengerjakan soal integral, dan kurangnya pengelolaan waktu dengan baik.

Guru mengungkapkan bahwa hasil belajar materi integral cenderung rendah. Alur materi yang terdapat pada buku teks langsung memberitahu bahwa integral tak tentu merupakan kebalikan dari turunan (anti turunan) tanpa mengenalkan kepada peserta didik apa itu integral yang sebenarnya. Penyajian materi integral dalam buku dapat dilihat pada Gambar 1.

Di pelabuhan selalu terjadi bongkar muat barang dari kapal ke dermaga dengan menggunakan mesin pengangkat/pemindah barang. Barang dalam jaring diangkat dan diturunkan ke dermaga. Terkadang barang diturunkan ke sebuah bidang miring agar mudah dipindahkan ke tempat yang diharapkan. Dari permasalahan ini, dapatkah kamu sketsa perpindahan barang tersebut? Dapatkah kamu temukan hubungan masalah ini dengan konsep turunan (ingat pelajaran Turunan pada Bab 7)

Gambar 1. Penyajian Awal Materi Integral

Pada gambar 1 di atas, diperoleh informasi bahwa buku telah menyajikan masalah nyata terkait aplikasi turunan dalam memulai pembelajaran, yaitu mengenai perpindahan barang. Peserta didik diarahkan kepada konsep gradien suatu garis singgung yang merupakan turunan pertama dari fungsi yang disinggunginya. Kemudian menyimpulkan bahwa integral adalah anti turunan dari sebuah fungsi. Akan tetapi, penggunaan masalah nyata tidak ditemukan lagi pada sub materi berikutnya, sehingga peserta didik kurang termotivasi dalam belajar integral. Penyajian rumus integral pada buku disajikan langsung dalam bentuk tabel seperti pada Gambar 2 dan sifat-sifat integral pada Gambar 3. Akibatnya peserta didik belum mampu menggunakan kemampuan penalarannya dengan baik.

Turunan Fungsi (f'(x))	Antiurunan Fungsi (F(x))	Pela
1	x	$1x^0 \rightarrow \frac{1}{1}x^1 = \frac{1}{0+1}x^{0+1}$
2x	x <sup>2</sup>	$2x^1 \rightarrow \frac{2}{2}x^2 = \frac{2}{1+1}x^{1+1}$
3x <sup>2</sup>	x <sup>3</sup>	$3x^2 \rightarrow \frac{3}{3}x^3 = \frac{3}{2+1}x^{2+1}$
4x <sup>3</sup>	2x <sup>4</sup>	$4x^3 \rightarrow \frac{4}{4}x^4 = \frac{4}{3+1}x^{3+1}$
...	...	...
ax <sup>n-1</sup>	ax <sup>n</sup>	$ax^{n-1} \rightarrow \frac{a}{1}x^n = \frac{a}{(n-1)+1}x^{(n-1)+1}$
ax <sup>n</sup>	?	$\frac{a}{n+1}x^{n+1}$

Gambar 2. Penyajian Rumus Integral

Misalkan f bilangan real, f(x) dan g(x) merupakan fungsi yang dapat diturunkan integralnya, maka:

- $\int dx = x + c$
- $\int k dx = kx + c$
- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
- $\int [k f(x) dx] = k \int f(x) dx$
- $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
- $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$

Gambar 3. Penyajian Sifat-Sifat Integral

Susunan pembelajaran seperti ini akan membuat pembelajaran berlangsung secara mekanistik dan algoritmik. Susilo [6] juga mengungkapkan pembelajaran ini akan berdampak pada hasil belajar peserta didik serta perkembangan kemampuan matematis peserta didik. Untuk memaksimalkan pembelajaran integral diperlukan suatu alur belajar yang dapat membuat pembelajaran menjadi efektif, bermakna, dan menyenangkan. Alur belajar yang dimaksud adalah *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) yang terdiri atas

tiga komponen, yaitu tujuan pembelajaran, aktivitas belajar, dan dugaan jawaban peserta didik serta antisipasi yang harus dipersiapkan oleh guru. Melalui alur belajar ini diperkirakan kemampuan matematis peserta didik meningkat, peserta didik lebih termotivasi untuk belajar, dan membuat pembelajaran menjadi lebih bermakna.

Alur belajar dengan pendekatan RME akan melibatkan konten yang ada di sekitar peserta didik pada awal pembelajaran dan menghendaki peserta didik agar melakukan *doing mathematics*. Prestasi peserta didik juga menjadi lebih baik setelah terlibat dalam proses pembelajaran RME. Selain berbasis RME, produk yang dibuat akan menggunakan program komputer. GeoGebra adalah salah satu software yang interaktif dan dinamis dalam menyelesaikan permasalahan matematika [7].

Berdasarkan pemaparan latar belakang di atas, penulis tertarik melakukan penelitian yang berjudul *Validitas dan Praktikalitas Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) Topik Integral Berbasis RME Berbantuan GeoGebra.

#### METODE PENELITIAN

Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan alur pembelajaran integral berbasis RME berbantuan GeoGebra. Penelitian ini termasuk *Design Research* dengan jenis *Development Studies*. Penelitian ini dilaksanakan dengan menggabungkan model Plomp dengan model Gravemeijer & Cobb yang terdiri atas tiga tahap, yaitu tahap investigasi awal, tahap pengembangan atau pembuatan prototipe, dan tahap penilaian.

Pertama, tahap investigasi awal. Analisis kebutuhan, analisis kurikulum, analisis konsep, analisis peserta didik, dan review literatur sangat diperlukan pada tahap ini. Data yang diperoleh akan digunakan sebagai pertimbangan untuk merancang alur pembelajaran berbasis RME berbantuan GeoGebra, khususnya materi integral.

Kedua, tahap pengembangan atau pembuatan prototipe. Pada tahap ini dilakukan perancangan HLT yang terdiri dari berbagai aktivitas pembelajaran integral berbantuan GeoGebra. Sebelum divalidasi oleh pakar, HLT terlebih dahulu diperiksa sendiri oleh peneliti. Selanjutnya rancangan HLT divalidasi oleh dua orang pakar matematika dan satu orang pakar bahasa Indonesia. Apabila alur pembelajaran berbasis RME berbantuan GeoGebra untuk topik integral sudah valid, maka dilanjutkan ke tahap evaluasi perorangan dan kelompok kecil. Pada tahap evaluasi perorangan dilakukan kegiatan mengujicobakan alur yang telah dirancang kepada tiga orang peserta didik yang kemampuannya beragam. Kegiatan ini bertujuan untuk memperoleh pendapat dan saran dari peserta didik, mengidentifikasi bahasa yang sulit dipahami dari LKPD. Selanjutnya angket praktikalitas akan diberikan kepada peserta didik dan peneliti melakukan wawancara secara informal kepada

peserta didik. Data yang diperoleh kemudian dianalisis untuk memperbaiki rancangan kegiatan pada fase berikutnya. Alur pembelajaran topik integral ini juga diujicobakan kepada enam orang yang kemampuannya beragam. Apabila semua aktivitas sudah dilakukan, peserta didik mengisi angket untuk memberi penilaian terhadap alur pembelajaran kemudian peneliti juga melakukan wawancara terhadap peserta didik.

Ketiga, tahap penilaian (*assessment phase*). Pada tahap ini peserta didik diberikan soal kemampuan penalaran matematis untuk melihat efektivitas alur pembelajaran. Soal yang diberikan terdiri dari empat soal essay yang masing-masingnya mewakili indikator penalaran.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

1. Validitas Alur Pembelajaran Berbasis RME Berbantuan GeoGebra

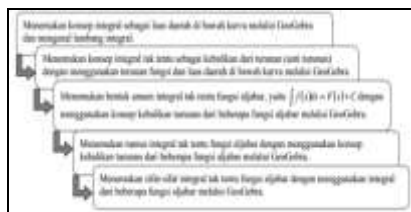
a. Hasil Investigasi Awal

Berdasarkan hasil analisis kebutuhan, analisis kurikulum, analisis konsep, analisis peserta didik, dan review literatur, maka diperlukan alur pembelajaran dengan pendekatan RME berbantuan GeoGebra pada topik integral dengan harapan kemampuan penalaran matematis peserta didik meningkat.

b. Hasil Tahap Pengembangan

1) Desain Prototipe

Pada tahap desain prototipe dilakukan pendesainan terhadap HLT. Aktivitas ini dirancang mulai dari yang sederhana sampai lebih kompleks dengan tujuan mampu menggiring peserta didik dalam menemukan konsep, rumus, dan sifat-sifat integral tak tentu fungsi aljabar. Berikut rancangan HLT topik integral yang dimodifikasi dari Lissa Sarvita.



Gambar 4. Rancangan Alur Pembelajaran Topik Integral

Alur pembelajaran dalam penelitian ini terdiri atas lima pertemuan. *Pertama*, melalui GeoGebra peserta didik dapat menemukan luas daerah di bawah kurva sebagai pengenalan konsep integral. Permasalahan ini menggunakan konteks jembatan karena peserta didik tentu telah mengetahui bentuk jembatan dan ada di lingkungan sekitarnya. Melalui kegiatan menghitung luas sketsa jembatan yang berbentuk tidak beraturan, maka peserta didik akan mencoba untuk menggunakan pendekatan persegi

panjang. Peserta didik akan mengetahui bahwa semakin kecil ukuran lebar beberapa persegi panjang yang digunakan untuk menutupi sketsa tersebut, maka akan semakin akurat perhitungan luas sketsa jembatan yang ingin dicari. Akibatnya, akan semakin banyak juga persegi panjang yang dibutuhkan, sehingga peserta didik akan menggunakan sigma dan  $f(x)$  dalam perhitungannya. Melalui penggunaan slider pada GeoGebra, peserta didik akan menemukan bahwa jika lebar persegi panjangnya mendekati nol, maka banyak persegi panjang yang dibutuhkan akan mendekati tak hingga. Oleh karena sangat banyak persegi panjang yang akan dihitung, peserta didik tidak akan mampu menghitung luasnya secara manual dan hanya mampu untuk membuatnya dalam bentuk sigma saja. Akibatnya peserta didik memahami bahwa integral itu sama dengan limit dari penjumlahan luas persegi panjang sebanyak  $n$  menuju tak hingga.

*Kedua*, melalui GeoGebra peserta didik dapat menemukan konsep integral sebagai anti turunan. Permasalahan yang dimunculkan pada aktivitas 2.1 mengarahkan peserta didik untuk menggunakan beberapa cara dalam menentukan jarak tempuh suatu mobil jika diketahui kecepatan sesaatnya beserta grafik kecepatannya terhadap waktu. Peserta didik dapat menggunakan konsep jarak sebagai kebalikan dari turunan suatu kecepatan, menggunakan grafik yang tersedia, ataupun menggunakan rumus  $s = v \times t$ . Melalui kegiatan ini, peserta didik akan menemukan bahwa luas daerah pada grafik kecepatan mobil terhadap waktu sama dengan jarak tempuh yang dilalui mobil tersebut. Selanjutnya pada aktivitas 2.2 akan mengarahkan peserta didik untuk menemukan hubungan integral dengan turunan menggunakan konsep jarak. Peserta didik dapat mengaitkan pengetahuannya mengenai integral sebagai luas daerah di bawah kurva dengan pengetahuannya mengenai daerah di bawah grafik kecepatan terhadap waktu juga merupakan jarak tempuhnya. Sehingga peserta didik menemukan bahwa jarak merupakan kebalikan dari turunan kecepatan, jarak juga merupakan luas dari daerah di bawah kurva  $v(t)$ , luas daerah di bawah kurva  $v(t)$  merupakan integral dari  $v(t)$ . Dapat disimpulkan bahwa integral merupakan kebalikan dari turunan (anti turunan).

*Ketiga*, melalui GeoGebra peserta didik dapat menemukan rumus  $\int f(x) dx = F(x) + C$ . Pada aktivitas 3.1 peserta didik diberikan informasi mengenai lima buah taksi yang memiliki fungsi jarak tempuh yang berbeda pada konstantanya saja. Peserta didik diminta untuk menentukan fungsi kecepatan sesaat dari masing-masing taksi tersebut.

Akibatnya peserta didik akan menemukan kecepatan masing-masing taksi tersebut menggunakan konsep turunan. Selanjutnya pada aktivitas 3.2 peserta didik diberikan informasi mengenai seorang pemuda sedang bermain surfing menggunakan papan selancar di pantai dengan asumsi ombak sebagai kurva  $f(x)$  dan papan selancar sebagai sebuah garis lurus yang menyinggung kurva. Melalui kegiatan menentukan apa saja fungsi  $f(x)$  yang memiliki gradien  $m = 4x$  dan  $m = 5x$ , maka peserta didik akan menemukan beberapa  $f(x)$  yang memiliki gradien garis singgung yang sama dari masalah yang disajikan.

*Keempat*, melalui GeoGebra peserta didik dapat menemukan rumus integral tak tentu. Pada aktivitas 4.1 peserta didik diberikan informasi mengenai lima bola basket yang jatuh bebas dari ketinggian tertentu dengan fungsi kecepatan yang berbeda-beda. Akan tetapi, fungsi kecepatan kelima bola basket tersebut hanya berkoefisien satu. Melalui kegiatan menentukan fungsi jarak tempuh masing-masing bola basket tersebut, maka peserta didik akan menemukan suatu pola yang mengarahkan kepada penemuan rumus integral fungsi berkoefisien satu yaitu  $\int t^n dt = \frac{1}{n+1} t^{n+1} + C$ . Pada aktivitas 4.2 peserta didik diberikan informasi mengenai lima bola basket yang jatuh bebas dari ketinggian tertentu dengan fungsi kecepatan yang berbeda-beda. Akan tetapi, fungsi kecepatan kelima bola basket tersebut berkoefisien selain satu. Melalui kegiatan menentukan fungsi jarak tempuh masing-masing bola tersebut, maka peserta didik akan menemukan suatu pola yang mengarahkan kepada penemuan rumus integral fungsi berkoefisien selain

satu yaitu  $\int at^n dt = \frac{a}{n+1} t^{n+1} + C$ .

*Kelima*, melalui GeoGebra peserta didik dapat menemukan sifat-sifat integral tak tentu. Pada aktivitas 5.1 peserta didik diberikan suatu masalah mengenai pemilihan rute yang memiliki jarak terpendek dari lokasi menuju toko buku oleh Anggi dan Intan yang berbeda lokasi awalnya untuk menentukan siapa yang lebih dahulu sampai ke toko buku, jika diketahui fungsi kecepatan masing-masing angkot dari setiap jalan yang ada pada rute. Selanjutnya aktivitas 5.2 peserta didik diminta untuk menentukan berapa selisih dari suatu jarak yang diketahui fungsi kecepataannya. Melalui aktivitas ini, peserta didik akan menemukan sifat penjumlahan dan pengurangan integral tak tentu.

2) Hasil Evaluasi Sendiri

Hasil evaluasi sendiri menunjukkan bahwa ada grafik yang kurang jelas dan kesalahan dalam

penggunaan kata. Selanjutnya hasil perbaikan HLT ini divalidasi oleh pakar yang berkompeten.

3) Hasil Validasi Alur Pembelajaran oleh Pakar

Rancangan HLT divalidasi oleh dua orang pakar matematika dan satu orang pakar Bahasa Indonesia. Aspek isi dan bahasa adalah aspek yang diamati pada HLT sedangkan aspek isi, bahasa, penyajian, dan tampilan adalah aspek yang diamati pada LKPD.

TABEL 1  
HASIL VALIDASI HLT BERBASIS RME BERBANTUAN GEOGEBRA

No	Aspek yang Dinilai	Rata-Rata	Kriteria
1	Aspek Isi	3,11	Valid
2	Aspek Bahasa	3,27	Sangat Valid
Rata-Rata Keseluruhan		3,19	Valid

Tabel 2  
HASIL VALIDASI LKPD BERBASIS RME BERBANTUAN GEOGEBRA

No	Aspek yang Dinilai	Rata-Rata	Kriteria
1	Aspek Isi	3,25	Sangat Valid
2	Aspek Bahasa	3,33	Sangat Valid
3	Aspek Didaktik/ Penyajian	3	Valid
4	Aspek Kegrafikan/ Tampilan	3,2	Valid
Rata-Rata Keseluruhan		3,19	Valid

Secara keseluruhan, nilai validasi HLT dan LKPD adalah 3,19 dengan kriteria valid. Dengan demikian, HLT dan LKPD sudah dapat digunakan.

2. Praktikalitas Alur Pembelajaran Berbasis RME Berbantuan GeoGebra

a. Hasil Evaluasi Perorangan

Kegiatan evaluasi perorangan dimulai pada tanggal 29-30 Maret 2021. Subjek pada evaluasi perorangan berjumlah tiga orang peserta didik kelas XI MIPA 1 SMAN 8 Padang (kemampuan tinggi, sedang, dan rendah). Secara keseluruhan masalah yang ada pada LKPD dapat dipahami dan diselesaikan dengan baik oleh ketiga peserta didik. Hal ini dapat dicapai oleh peserta didik setelah diberikan *probing question* oleh guru. Ini berarti masalah yang ada pada LKPD mampu membimbing peserta didik dalam menemukan konsep integral.

Pada tahap ini nilai kepraktisan alur belajar berbasis RME berbantuan GeoGebra adalah 95,62% (sangat praktis). Hasil wawancara dengan peserta didik menunjukkan bahwa desain warna

dan ilustrasi gambar yang jelas untuk setiap permasalahan membuat peserta didik tertarik untuk membaca dan memahaminya. Selain itu, juga terdapat saran untuk posisi peletakkan gambar pada LKPD.

b. Hasil Evaluasi Kelompok Kecil

Subjek dari kegiatan ini berjumlah enam orang peserta didik kelas XI MIPA 4 (kemampuan tinggi, sedang, dan rendah). Secara umum, kedua kelompok mampu memahami masalah yang disajikan pada LKPD dan menyelesaikannya dengan baik.

Pada tahap ini nilai kepraktisan alur belajar berbasis RME berbantuan GeoGebra adalah 94,06% (sangat praktis). Peserta didik menyukai rangkaian pembelajaran berbasis RME berbantuan GeoGebra karena mereka sangat terbantu dalam memahami masalah yang diberikan. Selain itu, mereka dapat mengamati setiap grafik yang muncul pada GeoGebra. Dengan demikian, alur pembelajaran berbasis RME berbantuan GeoGebra untuk topik integral sudah dapat dikatakan praktis.

### SIMPULAN

Adapun kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini, yaitu:

1. Alur pembelajaran dengan pendekatan RME berbantuan GeoGebra untuk topik integral sudah dapat dikatakan valid karena memenuhi karakteristik validitas isi dan konstruk.
2. Alur pembelajaran dengan pendekatan RME berbantuan GeoGebra untuk topik integral yang telah dikembangkan juga dikatakan praktis sebab mempermudah peserta didik dalam proses pembelajaran dari segi waktu dan sangat berkontribusi dalam pembelajaran integral.

### REFERENSI

- [1] Monariska, Erma. 2019. Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa pada Materi Integral. *Jurnal Analisa*, 5(1), 9-19.
- [2] Zakaria, Effandi., & Salleh, T.S. 2015. Using Technology in Learning Integral Calculus. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 6(5), 144-148.
- [3] Wigati, Sofyani., Rahmawati, Dwi Sri., & Widodo, Sri Adi. 2018. Pengembangan YouTube Pembelajaran Berbasis Ki Hadjar Dewantara untuk Materi Integral di SMA. *Prosiding Seminar Nasional Etnomatnesia*, 810-813.
- [4] Tasman, Fridgo., Ahmad, Defri., & Suherman. 2018. Kesulitan Mahasiswa Dalam Mengkoneksikan Sigma, Area, dan Definisi Integral Tentu Secara Geometri. *Jurnal Eksakta Pendidikan*, 2(2), 186-193.
- [5] Tasman, Fridgo., & Ahmad, Defri. 2017. Pemahaman Mahasiswa Terhadap Integral Sebagai Anti Turunan, Suatu Desain Riset pada Kalkulus Integral. *Jurnal Eksakta Pendidikan*, 1(1), 9-16.
- [6] Susilo, Bambang Eko., Darhim., & Prabawanto, Sufyani. 2019. Kesulitan Belajar Mahasiswa pada Materi Aplikasi Integral untuk Luas Daerah dalam Perspektif Disposisi Matematis. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 10(1), 86-93.

- [7] Adegoke, Akanmu Isaiyah. 2016. GeoGebra: The Third Millenium Package for Mathematics Instruction in Nigeria. *Anale Seria Informatică*, 14(1), 35-43.