

Penentuan Cadangan Premi Tahunan Retrospektif Asuransi Jiwa Dwiguna Kasus *Joint Life* dengan Menggunakan Metode *Fackler*

Noni Aryanti^{#1}, Defri Ahmad^{*2}

[#]*Student of Mathematics Department, Universitas Negeri Padang, Indonesia*

^{*}*Lecturers of Matematics Department, Universitas Negeri Padang, Indoneia*

¹aryantinoni@yahoo.co.id

²defri_math@fmipa.unp.ac.id

Abstract –The problem that insurance companies often face is that their small reserve premiums are acquired. The reserves will be used to pay compensation to insurance participants when a claim is made. As a effect, insurance companies will suffer losses. Therefore, it is discussed the determination of annual premium reserves of endowment insurance for joint life cases using the Fackler method with retrospective reserve. The Fackler method is used to calculate net premium reserves in the next few years in sequence. The calculation of the reserve of endowment insurance is done by forming a combined mortality table, determining the combined life annuity, a single premium, and an annual net premium. By using such calculation, the annual net premium formula and retrospective annual net premium reserve formulation are obtained.

Keywords—premium reserves, retrospective, endowment insurance, joint life, Fackler method

Abstrak –Masalah yang sering dihadapi oleh perusahaan asuransi yaitu sangat kecilnya cadangan premi yang diperoleh perusahaan asuransi. Cadangan tersebut nantinya akan digunakan untuk membayar santunan kepada peserta asuransi pada saat terjadi klaim. Akibatnya perusahaan asuransi akan mengalami kerugian. Karena itu, dibahas penentuan cadangan premi tahunan asuransi jiwa dwiguna kasus *joint life* menggunakan metode *Fackler* dengan cadangan retrospektif. Metode *Fackler* digunakan untuk menghitung cadangan premi bersih beberapa tahun kedepan secara berurutan. Perhitungan cadangan asuransi jiwa dwiguna dilakukan dengan membentuk tabel mortalitas gabungan, menentukan anuitas hidup gabungan, premi tunggal, dan premi bersih tahunan. Melalui perhitungan ini, diperoleh formula premi bersih tahunan dan formulasi cadangan premi bersih tahunan retrospektif.

Kata Kunci—asuransi jiwa dwiguna, cadangan premi, retrospektif, *joint life*, metode *Fackler*

PENDAHULUAN

Peristiwa yang tidak terduga sering terjadi seperti cacat, sakit, kecelakaan, meninggal dunia dan musibah-musibah lainnya sehingga menyebabkan resiko yang harus dihadapi oleh manusia. Dalam menghadapi resiko-resiko tersebut manusia harus mempersiapkan diri. Salah satunya dengan cara mengikuti asuransi jiwa yang disediakan oleh perusahaan asuransi. Asuransi jiwa sangat penting, terutama bagi seseorang yang memiliki peran sebagai kepala keluarga. Jika seorang kepala keluarga atau pencari nafkah mengalami musibah yang mengakibatkan kematian, maka dengan mengikuti asuransi jiwa keluarga yang ditinggalkan akan mendapatkan sejumlah uang pertanggungan untuk memenuhi kebutuhan mereka.

Asuransi jiwa merupakan suatu upaya perlindungan yang diberikan oleh pihak penanggung atas kematian tertanggung kepada ahli waris sesuai dengan ketentuan dalam polis asuransi yaitu berupa sejumlah uang tertentu[1]. Penelitian ini membahas tentang asuransi jiwa dwiguna yaitu asuransi yang dalam maupun saat berakhirnya masa pertanggungan, baik mati ataupun

masih hidup akan diberikan sejumlah biaya pertanggungan [2].

Kerugian yang dialami oleh perusahaan jasa asuransi jiwa disebabkan karena perusahaan asuransi tidak tepat dalam mengatur cadangan premi sehingga mengakibatkan tidak mampu membayar santunan kepada tertanggung. Penyebabnya karena jumlah klaim yang harus dibayarkan yang diajukan oleh tertanggung tidak sesuai atau melebihi jumlah klaim yang diperkirakan sebelumnya. Kondisi yang seperti ini bisa ditanggulangi jika nilai cadangan yang dimiliki oleh perusahaan jasa asuransi jiwa telah dipersiapkan dan diperhitungkan secara tepat.

Pada penelitian ini, akan dibentuk formula cadangan premi bersih tahunan retrospektif dari asuransi jiwa dwiguna kasus *joint life* untuk dua orang tertanggung menggunakan metode *Fackler*. Pemilihan metode ini karena bisa menyelesaikan masalah dimana metode lain tidak dapat menyelesaikannya, seperti metode berjangka permulaan penuh yang tidak membedakan sama sekali jenis asuransi yang akan dihitung, padahal biaya tahun pertama untuk setiap asuransi berbeda, sehingga perhitungan yang dilakukan kurang akurat.

Begitu pula dengan metode *commissioners* dan metode Kanada yang tidak menetapkan batasan cadangan, sehingga jumlah cadangan yang dikumpulkan sedikit. Metode ini akan memudahkan perusahaan asuransi untuk mengatur cadangan premi yang akan dibayarkan[5].

METODE

Berikut langkah-langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan permasalahan ini:

1. Menelaah teori-teori yang relevan dengan permasalahan.
2. Membentuk tabel mortalitas dan tabel komutasi gabungan untuk dua orang tertanggung.
3. Membentuk formula anuitas hidup gabungan untuk dua orang tertanggung.
4. Membentuk formula premi bersih tunggal dari asuransi jiwa dwiguna kasus *joint life* untuk dua orang tertanggung.
5. Membentuk formula premi bersih tahunan dari asuransi jiwa dwiguna kasus *joint life* dua orang tertanggung.
6. Membentuk formula cadangan premi tahunan retrospektif pada asuransi jiwa dwiguna kasus *joint life* untuk dua orang tertanggung dengan metode *Fackler*
7. Melakukan simulasi dari formula cadangan yang telah didapatkan ke dalam contoh penerapan kasus yang diperoleh dalam beberapa sumber buku atau referensi lainnya

HASIL DAN PEMBAHASAN

Cadangan premi dengan metode *Fackler* dapat ditentukan yaitu terlebih dahulu membentuk tabel mortalitas gabungan untuk dua orang tertanggung dan tabel komutasi gabungan untuk dua orang tertanggung, setelah itu mencari nilai tunai anuitas hidup gabungan untuk dua orang tertanggung, lalu menghitung premi bersih tunggal dan tahunan untuk dua orang tertanggung pada asuransi jiwa dwiguna kasus *joint life* dengan menggunakan metode *Fackler*.

Adapun langkah-langkah dalam menghitung cadangan premi bersih tahunan pada asuransi *joint life* dengan metode menggunakan metode *Fackler* yaitu sebagai berikut.

A. Membentuk Tabel Mortalitas dan Tabel Komutasi Gabungan

Tabel mortalitas merupakan tabel yang didalamnya berisi tentang peluang meninggalnya seseorang berdasarkan usianya dari kelompok orang yang diasuransikan.

Membuat tabel mortalitas gabungan akan ditentukan jumlah orang yang hidup, jumlah orang yang mati, peluang hidup dan peluang mati gabungan untuk dua orang tertanggung. Jika terdapat dua orang peserta asuransi *joint life* yaitu suami berumur x tahun dan istri berumur y tahun dengan asumsi (x) dan (y) akan tetap hidup selama n tahun tidak saling mempengaruhi (saling bebas), peluang hidup keduanya ialah perkalian dari

jumlah laki-laki berusia $x(l_x)$ dengan jumlah perempuan berusia $y(l_y)$. Sedangkan peluang salah satu diantara x dan y meninggal dalam jangka waktu t tahun yaitu satu dikurang peluang hidup gabungan x dan y [5].

a. Menentukan Simbol-Simbol Komutasi Gabungan

$$D_x = v^x l_x \quad (1)$$

$$N_x = D_x + D_{x+1} + \dots + D_\omega \quad (2)$$

$$C_x = v^{x+1} d_x \quad (3)$$

Sedangkan untuk dua orang tertanggung yaitu [2]:

$$D_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)} \cdot l_{xy} \quad (4)$$

$$N_{xy} = \sum_{j=0}^{\omega} D_{x+j:y+j} = D_{xy} + D_{x+1:y+1} + D_{x+2:y+2} + \dots + D_\omega \quad (5)$$

$$C_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} \cdot d_{xy} \quad (6)$$

$$M_{xy} = \sum_{j=0}^{\omega} C_{x+j:y+j} = C_{xy} + C_{x+1:y+1} + C_{x+2:y+2} + \dots + C_\omega \quad (7)$$

dimana, v menyatakan nilai sekarang dari pembayaran sebesar Rp.1 yang dilakukan satu tahun kemudian, ω adalah usia maksimum terendah dari salah satu peserta yang mengikuti asuransi *joint life*. Sedangkan l_{xy} menyatakan jumlah laki-laki berusia x tahun dan perempuan berusia y tahun yang hidup dalam satu tahun dan d_{xy} menyatakan jumlah laki-laki berusia x tahun dan perempuan berusia y tahun yang meninggal dalam satu tahun. Kemudian D_{xy} menyatakan simbol komutasi yang menyatakan nilai sekarang dari pembayaran sebesar Rp.1 yang dilakukan setiap laki-laki berusia x tahun dan perempuan berusia y tahun dan N_{xy} adalah simbol komutasi yang menyatakan akumulasi nilai sekarang semua pembayaran sebesar Rp.1 yang dilakukan oleh pria berusia x tahun dan wanita berusia y tahun sampai usia maksimum. Selanjutnya, C_{xy} adalah simbol komutasi yang menyatakan nilai sekarang dari semua pembayaran sebesar Rp.1 yang dilakukan laki-laki yang meninggal di usia $(x + 1)$ tahun dan perempuan yang meninggal di usia $(y + 1)$ tahun dan M_{xy} adalah simbol komutasi yang menyatakan akumulasi nilai sekarang dari semua pembayaran sebesar Rp.1 yang dilakukan laki-laki yang meninggal dari usia $(x + 1)$ dan perempuan yang meninggal dari usia $(y + 1)$ tahun sampai mencapai usia maksimum.

B. Membentuk Formula Anuitas Hidup Gabungan untuk Dua Orang Tertanggung

Anuitas merupakan suatu pembayaran yang dilakukan secara berkelanjutan dalam jangka waktu tertentu [1]. Anuitas hidup merupakan suatu pembayaran yang dilakukan berdasarkan hidup atau matinya seseorang.

Pada perhitungannya, asuransi *joint life* menggunakan anuitas hidup gabungan. Anuitas hidup gabungan terbagi atas dua yaitu anuitas hidup berjangka dan anuitas hidup seumur hidup. Karena pada penelitian ini menggunakan asuransi jiwa dwiguna maka menggunakan anuitas hidup gabungan berjangka

Anuitas hidup gabungan inipun terbagi atas dua yaitu anuitas hidup gabungan berjangka awal yang disimbolkan dengan $\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$ dan akhir yang disimbolkan dengan $a_{xy:\overline{n}|}$. Formula perhitungan untuk anuitas hidup gabungan awal yaitu:

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = 1v^0_0p_{xy} + 1v^1_1p_{xy} + 1v^2_2p_{xy} + \dots + 1v^{n-1}_{n-1}p_{xy}$$

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = 1 \sum_{j=0}^{n-1} v^j p_{xy}$$

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = 1 \sum_{j=0}^{n-1} v^j \frac{l_{x+j:y+j}}{l_{xy}} \quad (8)$$

Agar memudahkan dalam perhitungan, maka persamaan 8 yaitu dengan mengalikan pembilang dan penyebut dengan $v^{\frac{1}{2}(x+y)}$, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} &= 1 \sum_{j=0}^{n-1} v^j \frac{l_{x+j:y+j}}{l_{xy}} \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}} \right) \\ &= 1 \sum_{j=0}^{n-1} \frac{v^{\frac{1}{2}(x+j+y+j)} l_{x+j:y+j}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}} \end{aligned} \quad (9)$$

Berdasarkan persamaan (4), maka diperoleh

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \frac{1}{D_{xy}} \sum_{j=0}^{n-1} D_{x+j:y+j} \quad (10)$$

Berdasarkan persamaan (5), diperoleh

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \frac{1}{D_{xy}} (N_{xy} - N_{x+n:y+n}) \quad (11)$$

Sehingga jika preminya sebesar P , maka

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = P \left(\frac{N_{xy} - N_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \right). \quad (12)$$

Dalam hal ini, $\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$ menyatakan nilai tunai anuitas hidup gabungan awal berjangka n tahun untuk Laki-laki berumur x tahun dan perempuan berusia y tahun, $v=(1+i)^{-1}$ yaitu menyatakan nilai sekarang dari pembayaran sebesar Rp.1 yang dilakukan satu tahun kemudian. Selanjutnya, P menyatakan premi, i menyatakan tingkat bunga tiap tahun, ${}_n p_{xy}$ menyatakan peluang laki-laki berusia x tahun dan perempuan berusia y tahun yang hidup dalam n tahun. Selanjutnya D_{xy} merupakan simbol komutasi yang menyatakan nilai sekarang dari pembayaran sebesar Rp.1 yang dilakukan setiap laki-laki berusia x dan perempuan berusia y tahun. Kemudian $N_{x+n:y+n}$ merupakan simbol komutasi yang menyatakan akumulasi nilai sekarang dari semua pembayaran sebesar Rp.1 yang dilakukan oleh laki-laki berusia $(x+n)$ tahun dan perempuan berusia $(y+n)$ tahun sampai usia maksimum.

C. Membentuk Formula Premi Tunggal Asuransi Jiwa Dwiguna Kasus Joint Life

Dalam pembahasan ini, akan difokuskan untuk menghitung premi tunggal asuransi jiwa dwiguna kasus *joint life* yang disimbolkan dengan $A_{xy:\overline{n}|}$.

1. Premi tunggal asuransi jiwa berjangka

Premi tunggal asuransi jiwa berjangka n tahun kasus *joint life* untuk benefit yang dibayarkan di akhir periode, di rumuskan dengan

$$A_{xy:\overline{n}|}^1 = 1v \frac{d_{xy}}{l_{xy}} + 1v^2 \frac{d_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + \dots + 1v^n \frac{d_{x+n-1:y+n-1}}{l_{xy}}$$

$$A_{xy:\overline{n}|}^1 = 1 \sum_{j=0}^{n-1} v^{j+1} \frac{d_{x+j:y+j}}{l_{xy}}. \quad (13)$$

Agar mempermudah perhitungan, persamaan (13) dikalikan satu dengan mengalikan pembilang dan penyebut pada persamaan diatas dengan $v^{\frac{1}{2}(x+y)}$, sehingga didapatkan,

$$\begin{aligned} A_{xy:\overline{n}|}^1 &= 1 \sum_{j=0}^{n-1} v^{j+1} \frac{d_{x+j:y+j}}{l_{xy}} \left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}} \right) \\ &= 1 \sum_{j=0}^{n-1} \frac{v^{\frac{1}{2}(x+j+y+j)+1} d_{x+j:y+j}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Berdasarkan persamaan (6), maka

$$A_{xy:\overline{n}|}^1 = \frac{1}{D_{xy}} \sum_{j=0}^{n-1} C_{x+j:y+j}. \quad (15)$$

Sehingga berdasarkan persamaan (7), diperoleh

$$A_{xy:\overline{n}|}^1 = \frac{1}{D_{xy}} (M_{xy} - M_{x+n:y+n}). \quad (16)$$

Dengan $A_{xy:\overline{n}|}^1$ menyatakan premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi jiwa berjangka *joint life* dengan jangka n tahun untuk laki-laki berusia x tahun dan perempuan berusia y tahun. kemudian i menyatakan besar tingkat bunga setiap tahunnya, d_{xy} menyatakan banyaknya laki-laki berusia x tahun dan perempuan berusia y tahun yang meninggal dalam satu tahun. Selanjutnya, l_{xy} menyatakan fungsi hidup gabungan laki-laki berusia x tahun dan perempuan berusia y tahun.

2. Premi tunggal asuransi jiwa dwiguna murni

$$A_{xy:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} = \frac{v^{x+n:y+n} l_{x+n:y+n}}{v^{xy} l_{xy}} = \frac{D_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \quad (17)$$

Sehingga dari formula pada persamaan (16) dan (17), di peroleh formula premi tunggal asuransi jiwa dwiguna:

$$\begin{aligned} A_{xy:\overline{n}|} &= A_{xy:\overline{n}|}^1 + A_{xy:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n} + D_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \end{aligned} \quad (18)$$

Jika besar santunan yang akan diterima adalah sebesar B , maka:

$$A_{xy:\overline{n}|} = B \left(\frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n} + D_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \right) \quad (19)$$

D. Membentuk Formula Premi Bersih Tahunan Asuransi Jiwa Dwiguna Kasus Joint Life

Membentuk formula premi bersih tahunan asuransi jiwa dwiguna, terlebih dahulu ditentukan formula anuitas hidup berjangka awal dengan jangka waktu n tahun

yang disimbolkan dengan $\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$, dimana nilai sekarang dari nilai pembayarannya sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} &= v^0 \cdot {}_0p_{xy} + v^1 \cdot {}_1p_{xy} + v^2 \cdot {}_2p_{xy} + \dots \\ &\quad + v^{n-1} \cdot {}_{n-1}p_{xy} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot {}_k p_{xy} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} v^k \frac{l_{x+k:y+k}}{l_{xy}} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{v^{x+k:y+k} l_{x+k:y+k}}{v^{xy} l_{xy}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Maka dengan bantuan notasi komutasi, formula untuk anuitas hidup berjangka n awal tadi bisa ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} &= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{v^{x+k:y+k} l_{x+k:y+k}}{v^{xy} l_{xy}} \\ &= \frac{1}{D_{xy}} (D_{xy} + D_{x+1:y+1} + D_{x+2:y+2} + \dots + D_{x+n-1:y+n-1}) \end{aligned} \quad (21)$$

Selanjutnya, persamaan (21) disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} &= \frac{1}{D_{xy}} (D_{xy} + D_{x+1:y+1} + D_{x+2:y+2} + \dots \\ &\quad + D_{x+n-1:y+n-1}) \\ \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} &= \frac{N_{xy} - N_{x+n:y+n}}{D_{xy}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Jadi, formula untuk nilai sekarang anuitas hidup berjangka n tahun dengan pembayaran anuitas Rp 1 diawal periode adalah

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \frac{N_{xy} - N_{x+n:y+n}}{D_{xy}}. \quad (23)$$

Setelah didapatkan perhitungan premi bersih tunggal asuransi jiwa dwiguna dan anuitas hidup berjangka, maka bisa dihitung premi bersih tahunan asuransi jiwa dwiguna. Premi tahunan asuransi jiwa dwiguna dengan jangka pertanggungn n tahun untuuk dua orang berumur x dan y tahun dengan santunan sebesar Rp 1, yang disimbolkan dengan $P_{xy:\overline{n}|}$ bisa dinyatakan seperti dibawah ini:

$$\begin{aligned} P_{xy:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} &= A_{xy:\overline{n}|} \\ P_{xy:\overline{n}|} &= \frac{A_{xy:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}} \\ &= 1 \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n} + D_{x+n:y+n}}{N_{xy} - N_{x+n:y+n}} \\ &= 1 \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n} + D_{x+n:y+n}}{N_{xy} - N_{x+n:y+n}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Jika besar santunan yang akan diterima sebesar Rp B , maka

$$P_{xy:\overline{n}|} = B \left(\frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n} + D_{x+n:y+n}}{N_{xy} - N_{x+n:y+n}} \right). \quad (25)$$

Dimana, $P_{xy:\overline{n}|}$ menyatakan premi tahunan pada asuransi jiwa dwiguna *joint life* untuk dua orang berumur x dan y tahun dengan jangka waktu n tahun. Sedangkan $A_{xy:\overline{n}|}$ menyatakan premi tunggal bersih (nilai tunai santunan) pada asuransi jiwa dwiguna *joint life* dengan jangka n tahun untuk dua orang berumur x dan y tahun. Kemudian $\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$ menyatakan nilai tunai anuitas hidup gabungann awal berjangkaa n tahun untuk dua orang berumur x dan y tahun.

E. Membentuk Formula Cadangan Premi Tahunan Asuransi Jiwa Dwiguna Kasus Joint Life dengan Metode Fackler

Secara matematis bisa ditulis formula umum cadangan retrospektif dengan santunan Rp 1, sebagai berikut:

$${}_tV_{xy:\overline{n}|} = P_{xy:\overline{n}|} \frac{(N_{xy} - N_{x+t:y+t})}{D_{x+t:y+t}} - B \frac{(M_{xy} - M_{x+t:y+t})}{D_{x+t:y+t}} \quad (26)$$

Misalkan:

$${}_t u_{xy} = \frac{(N_{xy} - N_{x+t:y+t})}{D_{x+t:y+t}} \quad \text{dan} \quad {}_t k_{xy} = \frac{(M_{xy} - M_{x+t:y+t})}{D_{x+t:y+t}}$$

sehingga persamaan (26) dapat ditulis

$${}_tV_{xy:\overline{n}|} = P_{xy:\overline{n}|} \cdot {}_t u_{xy} - B \cdot {}_t k_{xy} \quad (27)$$

Dimana, ${}_tV$ menyatakan cadangan akhir premi pada tahun ke t dan P menyatakan premi bersih tahunan. sedangkan ${}_t u_{xy}$ merupakan besar dana tontu adalah nilai premi serta bunganya dimulai dari x tahun sampai t tahun sebelumnya sejak polis dikeluarkan. Selanjutnya, ${}_t k_{xy}$ merupakan premi bersih tunggal beserta bunganya dimulai dari x tahun hingga t tahun.

Berdasarkan rumus umum cadangan retrospektif pada persamaan (26), dimisalkan suatu asuransi dengan santunan Rp 1,- dengan premi bersih tahunan yang disimbolkan dengan P dalam satuan rupiah. selanjutnya d_x yaitu jumlah orang yang mati pada umur x tahun. Sedangkan l_x menyatakan jumlah orang yang hidup pada umur x tahun dan l_{x+1} adalah jumlah orang yang hidup di usia x + 1 tahun, sehingga cadangan akhir tahun pertama yang disimbolkan ${}_1V$ yaitu:

$${}_1V = \frac{l_{xy} \cdot P(1+i) - B \cdot d_{xy}}{l_{x+1:y+1}} \quad (28)$$

Dimana $(1+i)$ adalah faktor diskonto untuk menentukan nilai tunai pembayaran (v) dan i merupakan tingkat suku bunga, bisa ditulis:

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{(1+i)} \\ v^{-1} &= (1+i) \end{aligned} \quad (29)$$

Berdasarkan penjabaran cadangan akhir tahun pertama pada persamaan (28), maka didapatkan cadangan pada akhir tahun ke t yaitu:

$${}_tV = \frac{l_{x+t-1:y+t-1} \cdot {}_{t-1}V + l_{x+t-1:y+t-1} \cdot P(1+i) - B \cdot d_{x+t-1:y+t-1}}{l_{x+t:y+t}} \quad (30)$$

Karena pada penelitian ini yang dibahas adalah asuransi jiwa dwiguna, sehingga persamaan (30) menjadi

$${}_tV_{xy:\bar{n}} = \frac{l_{x+t-1:y+t-1} \cdot {}_tV + l_{x+t-1:y+t-1} \cdot P_{xy:\bar{n}}(1+i) - B \cdot d_{x+t-1:y+t-1}}{l_{x+t:y+t}} \quad (31)$$

Berdasarkan asumsi metode *Fackler* yaitu nilai cadangan akhir yang ditentukan ialah cadangan akhir tahun berikutnya, dimana cadangan yang dicari ialah tahun ke $t+1$. Didapatkan:

$${}_{t+1}V_{xy:\bar{n}} = \frac{(l_{x+t:y+t} \cdot {}_tV + l_{x+t:y+t} \cdot P_{xy:\bar{n}})(1+i) - B \cdot d_{x+t:y+t}}{l_{x+t+1:y+t+1}} \quad (32)$$

Substitusikan persamaan (29) ke persamaan (32), diperoleh

Untuk mempermudah perhitungan, masing-masing dikalikan dengan $\frac{v^{x+t+1:y+t+1}}{v^{x+t+1:y+t+1}}$, sehingga persamaan (32) menjadi

$$\begin{aligned} & \frac{{}_{t+1}V_{xy:\bar{n}}}{v^{x+t+1:y+t+1}} = \frac{v^{x+t:y+t} \cdot v \cdot l_{x+t:y+t} \cdot ({}_tV + P_{xy:\bar{n}})v^{-1}}{v^{x+t+1:y+t+1} l_{x+t+1:y+t+1}} \\ & - B \frac{v^{x+t+1:y+t+1} d_{x+t:y+t}}{v^{x+t+1:y+t+1} l_{x+t+1:y+t+1}} \quad (33) \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan,

$$D_{x+t:y+t} = v^{x+t:y+t} l_{x+t:y+t} \text{ dan}$$

$$C_{x+t:y+t} = v^{x+t+1:y+t+1} d_{x+t:y+t} \text{ ke persamaan (33), diperoleh:}$$

$$\begin{aligned} {}_{t+1}V_{xy:\bar{n}} &= \frac{D_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}} ({}_tV + P_{xy:\bar{n}}) \\ &- B \frac{C_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}} \quad (34) \end{aligned}$$

Substitusikan

$$u_{x+t:y+t} = \frac{D_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}} \text{ dan } k_{x+t:y+t} = \frac{C_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}}$$

ke persamaan (34) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} {}_{t+1}V_{xy:\bar{n}} &= u_{x+t:y+t} ({}_tV + P_{xy:\bar{n}}) - B \cdot k_{x+t:y+t} \\ {}_{t+1}V_{xy:\bar{n}} &= ({}_tV + P_{xy:\bar{n}}) \cdot u_{x+t:y+t} - B \cdot k_{x+t:y+t} \quad (35) \end{aligned}$$

dengan:
 ${}_{t+1}V_{xy:\bar{n}}$ = cadangan akhir retrospektif asuransi jiwa dwiguna untuk dua orang berumur x dan y tahun pada tahun ke- $t+1$.

$P_{xy:\bar{n}}$ = premi bersih tahunan untuk dua orang berumur x dan y tahun dengan jangka pertanggungan n tahun.

$u_{x+t:y+t}$ = besar dana tontol ialah nilai premi serta bunganya dimulai dari $x+t$ tahun dan $y+t$ tahun sejak polis dikeluarkan.

$k_{x+t:y+t}$ = premi bersih tunggal atau biaya asuransi dalam arti teknis beserta bunganya dimulai dari $x+t$ tahun dan $y+t$ tahun.

F. Contoh Penerapan Kasus

Berikut ini diberikan satu contoh kasus terkait permasalahan yang dikaji pada penelitian ini. Kasusnya yaitu cara menentukan besarnya cadangan retrospektif pada asuransi jiwa dwiguna kasus *joint life* (dua orang tertanggung) menggunakan metode *Fackler*. Dalam

penyelesaian perhitungannya menggunakan Tabel Mortalita Indonesia 2011. Berikut contoh kasusnya:

Seorang laki-laki yang berusia 40 tahun dan perempuan berusia 35 tahun mengikuti asuransi jiwa dwiguna 30 tahun dengan benefit Rp 1000.000.000,00. Selanjutnya, dihitung nilai cadangan menggunakan metode *Fackler* pada akhir tahun ke 3 untuk produk asuransi jiwa dwiguna kasus *joint life* pada tingkat suku bunga 5% dengan memakai tabel mortalita Indonesia 2011.

Berikut langkah-langkah yang harus dilakukan dalam menghitung cadangan premi:

1. Membentuk tabel mortalita gabungan untuk dua orang tertanggung, laki-laki berusia 40 tahun dan perempuan berusia 35 tahun. Berdasarkan data yang telah diketahui yaitu:

Usia perempuan (y)=35 tahun.

Jangka waktu perlindungan (n)=30 tahun.

Benefit (B)=Rp 1000.000.000.

Tingkat suku bunga (i)=0,05.

2. Menghitung Premi bersih tahunan asuransi jiwa dwiguna 30 tahun untuk laki-laki berumur 40 tahun dan perempuan berusia 35 tahun dengan benefit 1000.000.000 rupiah menggunakan persamaan

$$P_{xy:\bar{n}} = \frac{A_{xy:\bar{n}}}{\ddot{a}_{xy:\bar{n}}}$$

$$\begin{aligned} & P_{40,35:\overline{30}|} \\ &= 1000.000.000 \frac{M_{40,35} - M_{40+30,35+30} + D_{40+30:35+30}}{N_{40,35} - N_{40+30,35+30}} \\ &= 1000.000.000 \frac{357.658.490,15 - 138.818.148,87 + 24.601.458.615,13 - 1.757.072.899,80}{218.840.341,28 + 222.488.286,96} \\ &= 1000.000.000 \frac{22.844.385.715,33}{22.844.385.715,33} \\ &= 1000.000.000(0.0193189099) \\ &= 19.318.909,85 \end{aligned}$$

3. Menghitung cadangan premi tahunan retrospektif untuk asuransi jiwa dwiguna kasus *joint life* dengan metode *Fackler* pada akhir tahun ke-4 untuk laki-laki berusia 40 tahun dan perempuan berusia 35 tahun .

Dengan menggunakan persamaan (34), maka

$${}_{t+1}V_{xy:\bar{n}} = \frac{D_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}} ({}_tV + P_{xy:\bar{n}}) - B \frac{C_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}}$$

Untuk $t = 2$

Terlebih dahulu kita harus menentukan :

$$\begin{aligned} {}_tV_{xy:\bar{n}} &= P_{xy:\bar{n}} \frac{(N)_{xy} - N_{x+t:y+t}}{D_{x+t:y+t}} \\ &- B \frac{(M_{xy} - M_{x+t:y+t})}{D_{x+t:y+t}} \\ {}_1V_{xy:\bar{n}} &= P_{40,35:\overline{30}|} \frac{(N_{40,35} - N_{41,36})}{D_{41,36}} - B \frac{(M_{40,35} - M_{41,36})}{D_{41,36}} \\ &= 19.318.909,85 \frac{(24.601.458.615,13 - 23.072.302.095,69)}{1.453.138.650,53} - \\ &B \frac{(357.658.490,15 - 354.457.598,35)}{1.453.138.650,53} \\ &= 19.318.909,85(1,0523128807) \\ &- 1000.000.000(0.0022027436) \end{aligned}$$

$$= 18.126.794,1$$

$${}_2V_{xy:\overline{n}|} = \frac{D_{40+1:35+1}}{D_{40+2:35+2}} ({}_1V + P_{40,35:\overline{30}|}) - B \frac{C_{40+1:35+1}}{D_{40+2:35+2}}$$

$$= \frac{1.453.138.650,53}{1.380.497.256,37} (18.126.794,1 + 19.318.909,85)$$

$$- 1000.000.000 \frac{3.444.315,56}{1.380.497.256,37}$$

$$= 36.629.384,63$$

Sehingga di peroleh, untuk t=2 yaitu:

$${}_3V_{xy:\overline{n}|} = \frac{D_{40+2:35+2}}{D_{40+3:35+3}} ({}_2V + P_{40,35:\overline{30}|}) - B \frac{C_{40+2:35+2}}{D_{40+3:35+3}}$$

$$= \frac{1.380.497.256,37}{1.311.090.020,84} (36.629.384,63 + 19.318.909,85)$$

$$- 1000.000.000 \frac{3.669.270,94}{1.311.090.020,84}$$

$$= 56.111.805,43$$

Untuk lebih lanjut, dapat dilihat dalam tabel berikut.
Tabel 1. Nilai cadangan premi menggunakan metode *Fackler*

| t | x | y | Biaya | Fackler |
|----|----|----|----------------|----------------|
| 1 | 40 | 35 | Rp. 19.318.900 | Rp.18.126.800 |
| 2 | 41 | 36 | Rp. 19.318.900 | Rp.36.629.400 |
| 3 | 42 | 37 | Rp. 19.318.900 | Rp.56.111.800 |
| 4 | 43 | 38 | Rp. 19.318.900 | Rp.76.288.900 |
| 5 | 44 | 39 | Rp. 19.318.900 | Rp.97.222.700 |
| 6 | 45 | 40 | Rp. 19.318.900 | Rp.118.864.600 |
| 7 | 46 | 41 | Rp. 19.318.900 | Rp.141.239.100 |
| 8 | 47 | 42 | Rp. 19.318.900 | Rp.164.354.100 |
| 9 | 48 | 43 | Rp. 19.318.900 | Rp.188.222.000 |
| 10 | 49 | 44 | Rp. 19.318.900 | Rp.212.800.900 |
| 11 | 50 | 45 | Rp. 19.318.900 | Rp.238.128.500 |
| 12 | 51 | 46 | Rp. 19.318.900 | Rp.264.207.300 |
| 13 | 52 | 47 | Rp. 19.318.900 | Rp.291.123.100 |
| 14 | 53 | 48 | Rp. 19.318.900 | Rp.318.844.800 |
| 15 | 54 | 49 | Rp. 19.318.900 | Rp.347.508.600 |
| 16 | 55 | 50 | Rp. 19.318.900 | Rp.377.169.700 |
| 17 | 56 | 51 | Rp. 19.318.900 | Rp.407.938.300 |
| 18 | 57 | 52 | Rp. 19.318.900 | Rp.439.943.600 |
| 19 | 58 | 53 | Rp. 19.318.900 | Rp.473.312.600 |
| 20 | 59 | 54 | Rp. 19.318.900 | Rp.508.208.800 |

| | | | | |
|----|----|----|----------------|-----------------|
| 21 | 60 | 55 | Rp. 19.318.900 | Rp.544.818.100 |
| 22 | 61 | 56 | Rp. 19.318.900 | Rp.583.336.900 |
| 23 | 62 | 57 | Rp. 19.318.900 | Rp.624.031.800 |
| 24 | 63 | 58 | Rp. 19.318.900 | Rp.667.156.400 |
| 25 | 64 | 59 | Rp. 19.318.900 | Rp.713.020.400 |
| 26 | 65 | 60 | Rp. 19.318.900 | Rp.762.031.900 |
| 27 | 66 | 61 | Rp. 19.318.900 | Rp.814.618.000 |
| 28 | 67 | 62 | Rp. 19.318.900 | Rp.871.304.700 |
| 29 | 68 | 63 | Rp. 19.318.900 | Rp.932.835.800 |
| 30 | 69 | 64 | Rp. 19.318.900 | Rp.1000.000.000 |

Hasil perhitungan cadangan premi padanasuransi jiwa dwiguna menggunakan metode *Fackler* dari tahun pertama sampaiakhir tahun pembayarantetap ada dengan pertambahan nilai yang bervariasi sehingga besar cadangan premi semakin bertambah setiap tahunnya.

SIMPULAN

Berdasarkan dari hasil pembahasan, maka diperoleh kesimpulan, formulasi premi bersih tahunan asuransi jiwa dwiguna dengan jangka n tahun kasus *joint life* dua orang tertanggung, yaitu ${}_mP_{xy:\overline{n}|}^1 = B \left(\frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{N_{xy} - N_{x+m:y+m}} \right)$ dan formulasi cadangan premi tahunan retrospektif asuransi jiwa dwiguna kasus *joint life* dua orang tertanggung dengan menggunakan metode *Fackler*, yaitu ${}_{t+1}V_{xy:\overline{n}|} = \frac{D_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}} ({}_tV + P_{xy:\overline{n}|}) - B \frac{C_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}}$.

REFERENSI

- [1] Faradilla, Sherly mutya.2015. *Cadangan Full Preliminary Term Asuransi Dwiguna Dengan Hukum De Moivre*, Jurnal JOM FMIPA Vol.2 No.1, Februari 2015.
- [2] Futami, Takashi. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian I*. Tokyo: Oriental Life.
- [3] Futami, Takashi. 1994. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II*. Tokyo: Oriental Life
- [4] Mashitah,Indri. 2013. *Penentuan Cadangan premi menggunakan metode Fackler pada asuransi dwiguna*. Jurnal Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster).Vol 02, No. 2 (2013), hal 115 – 120.
- [5] Sembiring, R.K., 1986. *Asuransi I*. Jakarta: Universitas Terbuka, Depdikbud.
- [6] Subhan, Muhammad. 2012. *Aktuaria: Padang*.
- [7] Sugihar, Ayulina. 2011. *Perhitungan Premi Tahunan Pada Asuransi Joint Life dan Penerapannya*, *Skripsi*, 80 Hal., UNY, Yogyakarta, Indonesia, Juli 2011.