UNPjoMath Vol. 3 No. 1 Maret 2020
ISSN: 977 235516589 Page 42-47

Penyelesaian Permasalahan Non Linear dengan Pendekatan Linearisasi Dua Fase

Maharani Safitri[#1], Muhammad Subhan[*2]

*# Student of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia **

Lecturer of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia 1

maharanisafitri29041998@gmail.com

13subhan@fmipa.unp.ac.id

Abstract—A nonlinear optimization problems with complicated nonlinear objective functions with nonlinear constraints is difficult to complete analytic but can be solved numerically. Research is conducted to seek solution of non-linear with constrained or not problems using a two-phase linearization approach. The result of this research is the solution of non-linear problems of minimum or maximum occupancy of the smallest residue.

Keywords*—Linear Programming Problems, Nonlinear Programming Problems, Linearization Approach, Taylor Series, Maclaurin series.*

Abstrak—Suatu masalah optimasi nonlinear dengan bentuk fungsi objektif nonlinear yang rumit dengan kendala nonlinear sulit diselesaikan secara analitik tapi dapat diselesaikan dengan numerik. Penelitian dilakukan untuk mencari solusi permasalahan nonlinear berkendala maupun tidak berkendala menggunakan metode pendekatan linearisasi dua fase. Hasil dari penelitian ini adalah solusi dari permasalahan non linear berupa nilai hampiran minimum atau maksimum dengan residu terkecil.
Kata kunci—Permasalahan Linear, Permasalahan Non Linear, Pendekatan Linear, Deret Taylor, Deret Maclaurin.

PENDAHULUAN

Permasalahan optimasi sering digunakan untuk mendapatkan suatu solusi yang ideal atau optimal dari permasalahan yang bersifat *linier* atau *nonlinier* [1]. Asumsi hubungan linear ini merupakan pendekatan yang cocok atau cukup bagus untuk suatu interval dari variabel pada masalah tertentu dimana asumsi tersebut dapat diselesaikan dengan berbagai macam metode, salah satu metode yang sering digunakan yaitu metode simplek [2]. Namun pada beberapa kasus, aplikasi hubungan linear ini tidak dapat digunakan karena berbagai faktor tertentu yang mempengaruhi. Sehingga , untuk menemukan solusi yang tepat maka digunakan pemecahan solusi lain yaitu mengkonversikan kendala kendala dari masalah tersebut ke dalam kondisi non linear. Kondisi - kondisi yang non linear tersebut yang membangun permasalahan non linear [3] . Jadi, masalah non linear ditandai dengan adanya fungsi-fungsi non linear diantara tujuan atau kendala-kendalanya [4]. Ketidaklinearan yang terbentuk tidak lain adalah akibat dari interaksi dari berbagai macam variabel yang mempengaruhi. Disini terlihat bahwa masalah yang dirumuskan dalam permasalahan matematika non linear akan lebih rumit dan butuh analisa lebih untuk menemukan solusinya [5].

Dalam skripsi ini, akan dibahas sebuah metode pengembangan untuk menyelesaikan permasalahan non linear dengan nama metode Pendekatan Linearisasi Metode ini dikembangkan guna melengkapi kekurangan-kekurangan metode sebelumnya, dimana metode-metode sebelumnya hanya bisa digunakan pada satu fokus permasalahan saja, baik permasalahan tidak berkendala atau permasalahan berkendala dengan fungsi linear atau non linear, dengan kendala berupa persamaan atau pertidaksamaan saja. Misalnya metode Pengali Lagrange (*Multiplier Lagrange*), metode ini hanya dapat digunakan untuk permasalahan non linear dengan kendala persamaan, sedangakan metode pendekatan linearisasi ini bisa digunakan pada permasalahan non linear dengan kendala persamaan ataupun pertidaksamaan atau gabungan keduanya dengan fungsi tujuan nonlinear dalam n variabel. Dalam penyelesaian ini permasalahan akan diselesaikan dengan dua fase pendekatan. Pendekatan dilakukan dengan cara mengkonversikan semua pertidaksamaan kendala ke persamaan dan melinearkan persamaan yang terbentuk menggunakan Perluasan Deret Taylor dan Deret Maclaurin, dan juga dengan bantuan konsep diferensial parsial untuk penyelidikan mengenai kedudukan-kedudukan khusus dari sebuah fungsi untuk mencari nilai-nilai ekstrim (maksimum atau minimum) sehingga nanti bisa didapat penyelesaian dari permasalahan non linear tersebut.

Jika suatu fungsi mempunyai nilai pada suatu titik maka pendekatan Deret Taylor bisa digunakan untuk mencari nilai fungsi disekitar titik tersebut. Untuk memudahkan kita mencari solusi maka kita memakai pendekatan dengan mengambil dua suku pertama dari Deret atau dengan kata lain Ekspansi Deret Taylor Orde Satu. Formula yang digunakan adalah

$$f(x_1,\ldots,x_n) = f(x_1^{\#},\ldots,x_n^{\#}) + \sum_{i=1}^{n} \frac{df}{dx_i}(x_1^{\#},\ldots,x_n^{\#})(x - x_i^{\#}) + R_n$$

dimana $x_1^{\#},\ldots,x_n^{\#}$ adalah titik yang memenuhi fungsi.

Deret Maclaurin merupakan bagian kecil dari Deret Taylor yang digunakan untuk mencari hampiran nilai fungsi disekitar titik nol. Dengan formula yang digunakan

$$f(x_1,\ldots,x_n) = f(0,\ldots,0) + \sum_{i=1}^{n} \frac{df}{dx_i}(0,\ldots,0)(x) + R_n$$

METODE PENELITIAN

Langkah kerja yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah

1. Mempelajari literatur mengenai permasalahan linear dan non linear, optimasi dan metode numerik
2. Mengkaji pembentukan formula dari metode pendekatan linearisasi untuk menyelesaikan optimasi permasalahan non linear
3. Menyusun algoritma untuk metode pendekatan linearisasi pada penyelesaian optimasi non linear.
4. Menerapkan algoritma yang telah dibuat pada permasalahan non linear.
5. Membuat kesimpulan hasil penelitian

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. *Model Pendekatan Linearisasi*

Pendekatan Linearisasi Dua Fase digunakan untuk menyelesaikan permasalahan non linear yang mempunyai kendala persamaan maupun pertidaksamaan baik linear ataupun non linear dengan fungsi objektif non linear.

Misal diberikan masalah optimasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}&\text{Maks/Min } f(x), \text{ dengan kendala}\\ &g_i(x) = b_i, \quad i = 1,\ldots,p\\ &g_j(x) \le b_j, \quad j = p+1,\ldots,q\\ &g_k(x) \ge b_k, \quad k = q+1,\ldots,r\end{aligned} \tag{1}$$

$x = [x_1,\ldots,x_n]$ adalah vektor berdimensi n dan *f(x)* adalah fungsi objektif terdifferensial dua kali pada $x \in R$.

Langkah awal yang dilakukan untuk penyelesaian permasalahan optimasi tersebut adalah dengan merubah bentuk ketaksamaan menjadi persamaan dengan cara menambahkan variabel baru yang biasa disebut dengan "Slack Variabel" atau "Surplus Variabel". Dengan memasukkan Slack dan Surplus Variabel diperoleh kendala persamaan baru sebagai berikut:

$$\begin{aligned}&g_j(x) + x_{n+o} = b_j, \quad j = p+1,\ldots,q\\ &g_k(x) - x_{n+o+s} = b_k, \quad k = q+1,\ldots,r\end{aligned} \tag{2}$$

Setelah semua kendala dirubah menjadi bentuk persamaan, langkah yang dilakukan selanjutnya adalah merubah bentuk fungsi objektif menjadi bentuk

$$O(x_1,\ldots,x_n,\ldots,x_{n+o+s},z) = z - f(x_1,\ldots,x_n,\ldots,x_{n+o+s})$$

Untuk memudahkan pada tahap berikutnya, jadikan semua persamaan sama dengan nol,

$$\begin{aligned}&O(x_1,\ldots,x_n,\ldots,x_{n+o+s},z) = 0\\ &g_{i,j,k}(x_1,\ldots,x_n,\ldots,x_{n+o+s}) \pm b_{i,j,k} = 0\end{aligned} \tag{3}$$

Setelah dibentuk persamaan baru, pilih titik-titik sembarang yang memenuhi persamaan 3 secara individual. Setelah didapat titik yang memenuhi, maka langkah selanjutnya adalah melinearkan persamaan (3) dengan Ekspansi Deret Taylor pada titik yang telah dipilih

$$Z(X) = f(X_0) + \frac{df}{dx_i}(X_0)(x - x_{0i})$$
$$g(X) = g(X_0) + \frac{dg}{dx_i}(X_0)(x - x_{0i})$$

Dimana X_0 $(x_{01},\ldots,x_{0(n+o+s)})$ adalah titik yang memenuhi persamaan 3 secara individual.

Setelah diekspansi, didapat bentuk persaman baru yang berbentuk persamaan linear sebagai berikut

$$\begin{aligned} &z_L(x_1,\ldots,x_n,\ldots,x_{n+o+s}) = 0 \\ &g_{(i,j,k)L}(x_1,\ldots,x_n,\ldots,x_{n+o+s}) \pm b_{i,j,k} = 0 \end{aligned} \qquad (4)$$

dimana L menunjukkan simbol linearisasi. Berdasarkan pada fungsi objektif minimum pada persamaan (1), didapat masalah optimasi permasalahan linear,

$$\begin{aligned} &\text{Min} \quad z(x_1,\ldots,x_n,\ldots,x_{n+o+s}) \\ &g_{(i,j,k)L}(x_1,\ldots,x_n,\ldots,x_{n+o+s}) \pm b_{i,j,k} = 0 \end{aligned} \qquad (5)$$

Selesaikan masalah linear tersebut dengan substitusi dan eliminasi unruk mendapatkan solusi dari permasalahan, setelah itu lakukan analisis. Jika penyelesaian dari persamaan (5) merupakan solusi fisibel $(x_1^{\%},\ldots,x_{n+o+s}^{\%})$ yang disebut titik dugaan pertama atau titik linearisasi pertama dan nilai dari fungsi objektifnya adalah $z^{\%}$, langkah selanjutnya adalah melakukan Ekspansi Taylor pada persamaan (3) terhadap solusi yang didapat pada persamaan (5). Jika solusi yang didapat tidak fisibel, lakukan pemilihan ulang titik sembarang yang memenuhi dengan nilai yang berbeda dengan titik yang dipilih sebelumya.

Setelah dilakukan Ekspansi Taylor terhadap titik dugaan yang didapat dari ekspansi sebelumnya, didapat kembali masalah optimasi linear sesuai fungsi objektif minimum pada persamaan (1).

$$\begin{aligned} &\text{Min} \quad z(x_1,\ldots,x_n,\ldots,x_{n+o+s}) \\ &g_{(i,j,k)L_2}(x_1,\ldots,x_n,\ldots,x_{n+o+s}) \pm b_{i,j,k} = 0 \end{aligned}$$

Dan didapatkan lagi solusi kedua

$$x_1^{\%1},\ldots,x_n^{\%n},\ldots,x_{n+o+s}^{\%n+o+s}$$

yang disebut dengan titik dugaan yang kedua. Jika solusi yang didapat fisibel dan titik dugaan pertama dan kedua sama, maka ambil salah satu solusi titik dugaan yang didapat dari Pendekatan Linearisasi Deret Taylor tersebut. Tapi jika solusi yang didapat fisibel tapi titik dugaan pertama dan kedua berbeda maka lakukan ekspansi ulang terhadap titik linearisasi baru yang didapat sampai titik linearisasi ke-n sama dengan titik linearisasi ke n-1. Jika solusi infisibel ambil titik linearisasi sebelumnya untuk lanjut ke tahap selanjutnya.

Selanjutnya, langkah yang harus dilakukan pertama kali adalah mencari Matriks Hessian dari fungsi objektif. Setelah itu lanjutkan dengan mencaari leading principal minor dari Matriks Hessian tersebut, yaitu Δ_l, $(l = 1,..,n)$ untuk mengoptimumkan fungsi objektif pada (1). Dengan teorema rata-rata dari solusi $(x_1^{\%},\ldots,x_{n+o+s}^{\%})$ maka terbentuk variabel baru,

$$\begin{aligned} &\bar{x}_{j'} = x_{j'}^{\%} + h_{j'} - t_{j'}, \\ &j' = 1,\ldots,n+m-p \end{aligned} \qquad (7)$$

Dimana $h_{j'}$ dan $t_{j'}$ adalah variabel kesetimbangan non negatif yang bernilai antara 0 dan 1. Selanjutnya substitusi variabel baru yang dihasilkan dari persamaan (7) ke kendala pada persamaan (2) dengan mempertimbangkan leading principal minors, didapat persamaan non linear baru

$$\begin{aligned} &g_j(\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_n,\ldots,\bar{x}_{n+m-p}) - b_j = 0 \\ &\Delta_l \geq 0 \end{aligned} \qquad (8)$$

Setelah didapat persamaan (8), lakukan Ekspansi Maclaurin pada kendala nonlinear sehingga didapat persamaan kendala linear baru. Ekspandi Deret Maclaurin digunakan untuk mencari hampiran nilai suatu fungsi disekitar titik 0. Pada pendekatan linear, Deret Maclaurin digunakan untuk mencari pedekatan nilai residual pada kendala permasalahan nonlinear. Dengan formula yang digunakan

$$f(x_1,\ldots,x_n) = f(0,\ldots,0) + \frac{df}{dx_1}(0,\ldots,0)(x) + \ldots + \frac{df}{dx_n}(0,\ldots,0)(x) + R_n$$

$$\begin{aligned} &g_{jL}(h_{j'},t_{j'}) - b_j = 0 \\ &\Delta_{lL}(h_{j'},t_{j'}) \geq 0 \end{aligned} \qquad (9)$$

Dengan menambahkan variabel baru pada persamaan (9)

$$\begin{aligned} &h_s, t_s (s = n+m-p+1,\ldots,n+2m-p) \text{ dan} \\ &h_r, t_r (r = n+2m-p+1,\ldots,2n+2m-p) \end{aligned}$$

Didapat persamaan linear baru

$$\min \left[\sum_{j'=1}^{n+m-p} (h_{j'} + t_{j'}) + \sum_{s=n+m-p+1}^{n+2m-p} (h_s + t_s) + \sum_{r=n+2m-p+1}^{2n+2m-p} (h_r + t_r) \right] \qquad (10)$$

$$g_{jL}(h_{j'},t_{j'}) - b_j + h_s - t_s = 0$$
$$\Delta_{lL}(h_{j'},t_{j'}) + h_r - t_r \geq 0$$

Setalah didapat (10), cari solusi persamaan tersebut. Jika pada penyelesaian semua $h_{j'}$-$t_{j'}$=0 kemudian tentukan solusi $(\bar{x}_{1,}...,\bar{x}_n,...,\bar{x}_{n+m-p})$,temukan solusi optimal dari permasalahan optimasi nonlinear pada persamaan (1). jika dari persamaan (10) $h_{j'} - t_{j'} \neq 0$, substitusikan nilai $h_{j'},t_{j'}$ pada masing-masing $(\bar{x}_{1,}...,\bar{x}_{n+m-p})$,dan tetapkapkan nilai $(\bar{x}_{1,}...,\bar{x}_{n+m-p})$ yang didapat sebagai nilai $(x_1^{\%},...,x_{n+m-p}^{\%})$ baru, dan lakukan penambahan variabel baru $h_{j'},t_{j'}$ lagi, begitu seterusnya sampai didapat solusi $h_{j'} - t_{j'} = 0$. Setelah didapat nilai $h_{j'} - t_{j'} = 0$, maka solusi optimal dari permasalahan nonlinear ditemukan.

B. *Penerapan Metode Pendekatan Linear*

Contoh 1.

Diberikan masalah nonlinear yang mempunyai dua kendala non linear dan fungsi objektif non linear dalam dua variabel.

$$\begin{aligned} &\min\ f(x_1,x_2) = (x_1-2)^2 + (x_2-2)^2 \\ &kendala \\ &g_1(x_1,x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0 \\ &g_2(x_1,x_2) = x_2^2 - x_1 \leq 0 \end{aligned} \tag{11}$$

Setelah ditambahkan dengan Variabel Slank maka persamaan non linear yang terbentuk adalah

$$\begin{aligned} &O(x_1,x_2,x_3,z) = z - (x_1-2)^2 - (x_2-2)^2 - 0x_3 = 0 \\ &g_1(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0 \\ &g_2(x_1,x_2,x_3) = x_2^2 - x_1 + x_3 = 0 \end{aligned} \tag{12}$$

Untuk $O(x_1,x_2,x_3,z), g_1(x_1,x_2,x_3)\, dan\, g_2(x_1,x_2,x_3)$ maka masing-masing titik (3,3,0,2), (1,0,0), (2,2,-2) dipilih sebagai titik arbitrase awal.

Setelah dilakukan Ekpansi Deret Taylor terhadap titik yang dipilih pada langkah 3 didapatkan persamaan linear baru

$$\begin{aligned} &\min\ z = 2x_1 + 2x_2 - 10 \\ &kendala \\ &2x_1 - 2 = 0 \\ &-x_1 + 4x_2 + x_3 - 4 = 0 \end{aligned} \tag{13}$$

Solusi yang ditemukan pada persamaan (13) dinamakan titik linearisasi yang bernilai $(x_1^{\%},x_2^{\%},x_3^{\%},z^{\%}) = (1,0,5,-8)$. Setelah didapat titik linearisasi, linearkan kembali persamaan nonlinear pada persamaan (12) terhadap titik yang didapat.

Setelah persamaan (12) dilinearkan terhadap titik linearisasi didapat persamaan baru

$$\begin{aligned} &\min\ z = -2x_1 - 4x_2 + 7 \\ &kendala \\ &2x_1 - 2 = 0 \\ &-x_1 + x_3 = 0 \\ &x_1 + u_1 - v_1 = 0 \\ &x_2 + u_2 - v_2 = 0 \\ &x_3 + u_3 - v_3 = 0 \end{aligned} \tag{14}$$

Dimana u_1,u_2,u_3,v_1,v_2,v_3 adalah variabel kesetimbangan. Karena solusi dari persamaan (14) adalah solusi infisibel maka maka solusi yang diambil adalah solusi dari persamaan sebelumnya yaitu $(x_1^{\%},x_2^{\%},x_3^{\%}) = (1,0,5)$. Tentukan Matriks Hessian dari fungsi objektif pada persamaan (11) setelah itu tentukan *Leading Prinsipal Minor* dari matriks tersebut maka didapat,

$$H(x) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

dengan $\Delta_1 = 2 > 0\ dan\ \Delta_2 = 4 > 0$ adalah *leading principal minor* dari matriks tersebut. Bentuk variabel baru berdasarkan solusi yang didapatkan pada fase Satu,

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= 1 + h_1 + t_1 \\ \bar{x}_2 &= 0 + h_2 + t_2 \\ \bar{x}_3 &= 5 + h_3 - t_3 \end{aligned} \tag{15}$$

Dimana h_1,h_2,h_3,t_1,t_2,t_3 adalah variabel kesetimbangan baru. Substitusikan variabel baru pada persamaan (15) ke kendala pada persamaan (12) dengan mempertimbangkan *leading principal minor*, maka didapat bentuk persamaan baru

$$\begin{aligned} &(1+h_1-t_1)^2 + (0+h_2-t_2)^2 - 1 = 0 \\ &(0+h_2-t_2)^2 - (1+h_1-t_1) + (5+h_3-t_3) = 0 \\ &2 > 0 \\ &4 > 0 \end{aligned} \tag{16}$$

Lakukan Ekpansi Deret Maclaurin terhadap persamaan (16), sehingga didapat persamaan linear baru

$$\begin{aligned}&2(h_1-t_1)+0(h_2-t_2)+0(h_3-t_3)+1-1=0\\&1(h_1-t_1)+0(h_2-t_2)+1(h_3-t_3)+4=0\\&2>0\\&4>0\end{aligned}\tag{17}$$

Dengan menambahkan variabel baru $h_s, t_s\, (s = 4,5)$ dan $h_r, t_r\, (r = 6,7)$ ke persamaan (17) diperoleh

$$\min\left\{\sum_{j'=1}^{3}(h_{j'}+t_{j'})+\sum_{s=4}^{5}(h_s+t_s)+\sum_{t=5}^{6}(h_r+t_r\right\}$$

Kendala

$$\begin{aligned}&2(h_1-t_1)+0(h_2-t_2)+0(h_3-t_3)+=h_4-t_4+1-1=0\\&1(h_1-t_1)+0(h_2-t_2)+1(h_3-t_3)+h_5-t_5+4=0\\&2+h_6-t_6\geq 0\\&4+h_7-t_7\geq 0\end{aligned}\tag{18}$$

Kembali ke langkah ke 3 fase kedua dengan memakai solusi yang kita dapatkan dari fase kedua langkah ke 6. Dalam contoh ini semua $h_{j'}, t_{j'}\,(j'=1,2,3)=0$ yang didapat pada penyelesaian iterasi kedua. Dengan demikian solusi dari permasalahan nonlinear pada persamaan (11) didapat nilai masing-masing $(\bar{x}_1,\bar{x}_2)=(1,0)\, dan\, \bar{z}=5$.

Contoh 2

Diberikan masalah nonlinear yang mempunyai kendala non linear dan fungsi objektif non linear dalam dua variabel.

$$\begin{aligned}&maks\, f(x_1,x_2)=3x_1^{\,3}+2x_2^{\,3}\\&kendala\\&g_1(x_1,x_2)=x_1^{\,2}+x_2^{\,2}-16\leq 0\\&g_2(x_1,x_2)=x_1-x_2-3\leq 0\end{aligned}\tag{19}$$

Masalah pada (19) setelah dikonversikan, didapat bentuk persamaan non linear sebagai berikut:

$$\begin{aligned}&O(x_1,x_2,x_3,x_4)=z-3x_1^{\,3}-2x_2^{\,3}-0x_3-0x_4=0\\&g_1(x_1,x_2,x_3,x_4)=x_1^{\,2}+x_2^{\,2}+x_3-16=0\\&g_2(x_1,x_2)=x_1-x_2+x_4-3=0\end{aligned}\tag{20}$$

Dengan memilih masing-masing titik arbitrase awal (3,2,0,0,97), (3,2,3,0) dan (3,2,0,2) untuk $O(x_1,x_2,x_3,x_4),\ g_1(x_1,x_2,x_3,x_4), dan\, g_2(x_1,x_2,x_3,x_4)$, maka didapatkan solusi $(\bar{x}_1,\bar{x}_2)=(3.8979,0.8979)$ dan nilai fungsi objektifnya $\bar{z}=179.1175$.

SIMPULAN

Sesuai dengan rumusan masalah dan tujuan penelitian dapat disimpulkan bahwa pendekatan linearisasi efektif untuk menyelesaikan permasalahan non linear dengan kendala nonlinear ataupun linear dalam n variabel. Solusi yang didapat merupakan nilai hampiran dari pendekatan linear yang merupakan solusi optimum permasalahan baik itu nilai maksimum ataupun minimum sesuai dengan permasalahan nonlinear yang deselesaikan.

Langkah-langkah yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan nonlinear dengan metode pendekatan linearisasi adalah

1. Menjadikan semua kendala pertidaksamaan ke bentuk persamaan dengan penambahan variabel slack atau surplus.
2. Memilih titik awal yang memenuhi semua persamaan nonlinear.
3. Linearkan semua persamaan non linear dengan Ekspansi Deret Taylor terhadap titik awal yang dipilih.
4. Selesaikan semua persamaan linear yang didapat dengan eliminasi dan substitusi..
5. Jika solusi yang didapat fisibel lanjut ke langkah selanjutnya, jika tidak kembali ke langkah 3.
6. Tambahkan variabel kesetimbangan non negatif terhadap solusi dan didapat variabel baru , selanjutnya substitusikan variabel baru ke kendala persamaan awal.
7. Linearkan semua kendala non linear dengan Ekspansi Deret Maclaurin, dan didapat kendala dengan persamaan linear.
8. Selesaikan dengan eliminasi dan substitusi, dan temukan nilai variabel kesetimbangan non negatif tersebut.
9. Jika nilai variabel kesetimbangan sama dengan 0 maka didapat solusi optimal. Jika tidak substitusi nilai variabel non negatif ke variabel baru yang didapat pada langkah 6. Dan nilainya menjadi nilai solusi baru yang akan dicari residunya kembali dengan penambahan variabel kesetimbangan baru, lakukan sampai didapat nilai variabel kesetimbangan sama dengan 0

REFERENSI

[1] Siswanto. (2007). *Operation Research Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.

[2] Winston, W. L. (2003). *Operation Research : Application*. Boston:Duxbury Press.

[3] Sun,W and Y.Yuan.(2006). Optimization Theory and Methods - Nonlinear Programming. America: United States

[4] Sivri,M.,Albayrak,I.and Temelcan,G.(2018).A Novel Solution Approach Using Linearization Technique for Nonlinear Programming Problems. International Jurnal of Computer Applications,181(12),1-5

[5] Inci Albayrak,dkk. (2019) . A New Successive Linearization Approach for Solving Nonlinear Proggamming Problems . 14(Issue 1) : 437-45