Model Matematika SIK Penyebaran Penyakit Kaki Gajah *(Filariasis)*

Wellni Praliska#1, Arnellis*2, Suherman*3

#*Student of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*
**Lecturers of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*

1choiwellni@gmail.com
2arnellis_unp@yahoo.co.id
3suhermanspd_msi@yahoo.co.id

Abstrak **–**The spread of parasitic diseases is a significant threat in the areas of health, social, and economic. One example of the spread of infectious diseases caused by parasites is elephantiasis disease. Elephantiasis disease is an infectious disease caused by filarial worms with the type of Brugaria malayi, Brugaria timori, and Whucereria bancrofti. Elephantiasis disease makes the mosquito as a vector in the spread. To model the spread of the elephantiasis disease (Filariasis), an analysis of the theory that is relevant to the issue is conducted. Furthermore, forming a mathematical model, and then specifying a fixed point and analyse the stability of a fixed point, as well as the interpretation of the results of the analysing of the stability of a fixed point of a mathematical model of the spread of the disease to the elephantiasis disease (Filariasis).

Keywords – Mathematics Models, Filariasis, stability theory

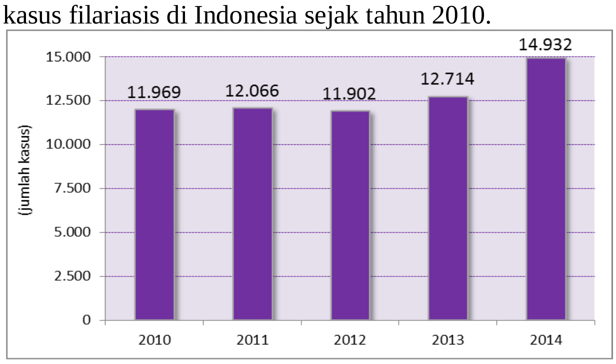
Abstrak **–** Penyebaran penyakit akibat parasit merupakan ancaman yang berarti di idang kesehatan, social, dan ekonomi. Salah satu contoh penyebaran infeksi penyakit yang disebabkan oleh parasit adalah penyakit Kaki Gajah. Kaki Gajah merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh cacing *filarial* dari jenis *Brugaria Malayi, Brugaria Timori,* dan *Whucereria Bancrofti.* Penyakit Kaki Gajah menjadikan nyamuk sebagai vektor dalam penyebarannya. Untuk memodelkan penyebaran penyakit Kaki Gajah (*Filariasis*) dilakukan analisis teori yang relevan dengan permasalahan. Selanjutnya, membentuk model matematika, kemudian menentukan titik tetap dan menganalisis kestabilan titik tetap, serta interpretasi dari hasil analisis kestabilan titik tetap dari model matematika penyebaran penyakit Kaki Gajah (*Filariasis*).

Kata kunci **–** Model Matematika, Kaki Gajah, Teori Kestabilan

PENDAHULUAN

Penyebaran penyakit akibat parasit merupakan ancaman yang berarti di bidang kesehatan, sosial dan ekonomi masyarakat. Salah satu contoh penyebaran infeksi penyakit yang disebabkan oleh parasit adalah penyakit Kaki Gajah. Kaki Gajah merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh cacing *filaria* dari jenis *Brugia malayi, Brugia timori,* dan *Whucereria bancrofti* yang menjadikan nyamuk sebagai vektor *(host)*. Spesies utama penyebab penyakit Kaki Gajah ini adalah cacing *filaria* dari jenis spesies *Whucereria bancrofti.*

Badan Kesehatan Dunia (WHO), mengumumkan bahwa beberapa negara berkembang seperti India, Nigeria, Bangladesh dan Indonesia, masih rawan terhadap perkembangan penyakit Kaki Gajah. WHO mencermati bahwa penyakit Kaki Gajah ini masih harus diwaspadai karena diperkirakan sekitar 120 juta orang yang berada di negara tropis dan subtropis terinfeksi penyakit tersebut. Sampai dengan tahun 2004, di Indonesia diperkirakan 6 juta orang terinfeksi *filariasis* dan dilaporkan lebih dari 8000 orang diantaranya menderita klinis kronis tersebar di seluruh provinsi [1]. Tahun 2014 terdapat 14.932 kasus filariasis. Grafik berikut menggambarkan peningkatan kasus filariasis di Indonesia sejak tahun 2010.



Gambar 1. Grafik Jumlah Kasus Klinis Filariasis di Indonesia Tahun 2010 – 2014

Provinsi dengan kasus klinis filariasis tertinggi pada tahun 2014 yaitu Nusa TenggaraTimur (3.175), Aceh (2.375), dan Papua Barat (1.765) [2].

Kaki gajah *(filariasis)* dipicu oleh cacing *filaria* terutama dari jenis *Whuceria bancrofti* yang menjadikan nyamuk sebagai vektor *(host)*. Cacing ini menyerupai benang berwarna putih susu dan hidup dalam tubuh manusia terutama dalam kelenjar getah bening dan darah. Begitu nyamuk menggigit manusia saat itulah cacing diinjeksikan ke tubuh manusia, cacing tersebut akan berkembang biak dalam kelenjar getah bening atau limfa. Setelah itu terjadi pembengkakan kelenjar getah bening (tanpa ada luka) didaerah lipatan paha, ketiak *(lymphadenitis)* yang tampak kemerahan, panas dan sakit. Radang saluran kelenjar getah bening yang terasa panas dan sakit yang menjalar dari pangkal kaki atau pangkal lengan kearah ujung *(retrograde lymphangitis)*. Sekitar tujuh bulan cacing itu menjadi dewasa kemudian berkembang biak. Anak-anak cacing ini kemudian masuk ke sistem pembuluh darah sehingga bisa tersedot nyamuk yang menggigit penderita. Kemudian nyamuk tersebut memindahkan anak-anak cacing itu ke orang lain untuk memulai siklus baru. Seekor nyamuk bisa membawa 150 ekor lebih anak cacing dalam tubuhnya.

Gejala penyakit Kaki Gajah yaitu demam berulang-ulang selama 3-5 hari, dan demam dapat hilang jika istirahat namun akan muncul lagi setelah bekerja berat. Sejak seseorang terinfeksi cacing *filaria* sampai menimbulkan patologi yang dicirikan oleh bengkaknya beberapa bagian tubuh, dibutuhkan waktu lima hingga 10 tahun. Cacing dewasa dapat bertahan lebih dari 10 tahun dalam tubuh manusia, dimana pada saat itu *microfilaria* terus menerus di bentuk. Parasit *filaria* betina dapat menghasilkan lebih dari 10.000 *microfilaria* per hari yang masuk ke dalam pembuluh darah dan siap untuk dihisap oleh nyamuk seperti *Aedes,Mansonia, Anopheles*, dan *culex* [3].

Filariasis mudah menular, kriteria penularan penyakit ini adalah jika ditemukan *microfilaria rate* $\geq 1\%$ pada sampel darah penduduk sekitar kasus kaki gajah atau adanya 2 atau lebih kasus kaki gajah di suatu wilayah pada jarak terbang nyamuk yang mempunyai riwayat menetap bersama/ berdekatan pada suatu wilayah selama lebih dari satu tahun. Berdasarkan ketentuan WHO, jika ditemukan *microfilaria rate* $\geq 1\%$ pada satu wilayah maka daerah tersebut dinyatakan endemis dan harus segera di berikan pengobatan secara massal selama 5 tahun berturut-turut.

Untuk memberantas penyakit ini sampai tuntas, WHO sudah menetapkan Kesepakatan Global *(The Global Goal of Elimination of Lymphatic Filariasis as a Public Health problem by The Year 2020)* (WHO, 2005: 15-16) "WHO menetapkan tenggang waktu hingga 2020 untuk memberantas filariasis".

Untuk mencapai tujuan tersebut perlu adanya pendekatan epidemiologi salah satunya model matematika. Model matematika dapat membantu memprediksi pengendalian Kaki Gajah (*filariasis*) di masa yang akan datang. Dengan model matematika dapat diperoleh solusi penyelesaian masalah penyebaran penyakit Kaki Gajah (*filariasis*). Pertama, pola penyebaran penyakit bisa digambarkan secara matematis dengan keadaan sebenarnya melalui suatu model matematika. Kedua, pola penyebarannya dianalisa melalui model model matematika yang telah dirumuskan kemudian menginterpretasikan hasil analisis tersebut pada keadaan sebenarnya. Untuk itu pada penelitian ini dapat ditentukan bentuk model, pola penyebaran, analisis dan interpretasi dari model matematika penyebaran penyakit kaki gajah (*filariasis*) menggunakan model SIK.

METODE

Penelitian ini adalah penelitian dasar. Metode yang digunakan adalah analisis teori–teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan kepada kajian kepustakaan. Langkah kerja yang akan dilakukan adalah meninjau masalah yang dihadapi, mengumpulkan dan mengaitkan teori-teori yang diperoleh dengan permasalahan model matematika SIK penyebaran penyakit kaki gajah (*filariasis*).

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Formulasi Model

Dalam membentuk model matematika penyebaran penyakit kaki gajah (*filariasis*) menggunakan model SIK digunakan tiga variabel yaitu i_h, k_h dan i_v. Dimana, i_h, adalah populasi individu manusia yang terinfeksi cacing (*filaria*), k_h adalah populasi individu yang cacat permanen (kronis) dan i_v adalah populasi nyamuk yang terinfeksi cacaing *filaria*.

Parameter yang digunakan yaitu μ_h tingkat kelahiran/ kematian alami individu, μ_v tingkat kelahiran/ kematian alami nyamuk, ω tingkat keberhasilan penularan cacing *filaria* dari vektor ke *host*, φ tingkat keberhasilan penularan cacing *filaria* dari *host* ke vektor, γ rata-rata gigitan pada manusia yang disebabkan satu ekor nyamuk, α tingkat keefektifan obat, ρ tingkat munculnya gejala klinis.

Adapun asumsi yang digunakan adalah sebagai berikut :

1. Satu jenis nyamuk vektor yaitu jenis *culex fatigans.*
2. Satu jenis cacing *filaria* yaitu *wuchereria bancrofti.*
3. Tidak ada penularan secara vertikal, yaitu penularan cacing dari manusia ke keturunannya dan dari induk ketelurnya tidak diperhatikan.
4. Nyamuk akan terinfeksi seumur hidup, karena hidup nyamuk yang sangat pendek akan mati sebelum sembuh.
5. Lingkugan penyebaran berskala kecil karena jarak terbang nyamuk hanya 100-200 meter.
6. Laju pertumbuhan penduduk konstan, dimana kelahiran sama dengan kematian dalam populasi tersebut.

Berdasarkan variable, parameter dan asumsi diatas, maka diperoleh model matematika penyebaran penyakit kaki gajah (*filariasis*) dimodelkan sebagai berikut:

$$\frac{di_h}{dt} = \omega\, i_v\, \gamma\, (1 - i_h - k_h) - \alpha\, i_h - \rho\, i_h - \mu_h i_h$$

$$\frac{dk_h}{dt} = \rho\, i_h - \mu_h k_h$$

$$\frac{di_v}{dt} = \varphi\, i_h \gamma\, (1 - i_v) - \mu_v i_v$$

B. Bilangan Reproduksi Dasar dan Titik Kesetimbangan

Bilangan reproduksi dasar didefinisikan sebagai rasio yang menunjukkan jumlah individu *susceptible* yang dapat menderita penyakit yang disebabkan oleh satu individu *infected* [4].

Bilangan reproduksi dasar yang diperoleh dari model diatas:

$$R_0 = \sqrt{\frac{\varphi\, \omega\, \gamma^2}{(\alpha + \rho + \mu_h)\mu_v}}$$

Saat $R_o < 1$ artinya 1 individu yang terinfeksi berkemungkinan tidak berhasil menginfeksi 1 individu sehat lainnya sehingga pada kondisi ini dalam jangka waktu tertentu, penyebaran penyakit semakin lama semakin sedikit hingga nantinya tidak ada penyebaran sama sekali. Saat $R_o = 1$ artinya 1 individu yang terinfeksi dapat menginfeksi 1 individu sehat sehingga dalam jangka waktu tertentu penyebaran penyakit masih ada dan dapat mewabah. Sedangkan pada kondisi $R_o > 1$ artinya 1 indvidu terinfeksi dapat menginfeksi lebih dari 1 individu yang sehat, sehingga dapat dipastikan penyakit akan mewabah.

Jika $R_0 < 1$ maka model mempunyai titik kesetimbangan tunggal yaitu titik kesembangan bebas penyakit:

$$E_0 = (0, 0, 0)$$

Jika $R_0 > 1$ model juga memiliki titik tetap endemik

$$E_1 = (i_h^*, k_h^*, i_v^*)$$

dengan

$$i_h^* = \frac{\mu_h\, (\omega\, \gamma^2 \varphi - \alpha\mu_v - \rho\mu_v - \mu_v\mu_h)}{\varphi\, \gamma\, (\omega\, \alpha\, \mu_h + \omega\, \rho\, \gamma + \alpha\, \mu_h + \rho\, \mu_h + {\mu_h}^2}$$

$$k_h^* = \frac{\rho\, (\omega\, \gamma^2\, \varphi - \alpha\mu_v - \rho\mu_v - \mu_v\mu_h)}{\varphi\, \gamma\, (\omega\, \alpha\, \mu_h + \omega\, \rho\, \gamma + \alpha\, \mu_h + \rho\, \mu_h + {\mu_h}^2}$$

$$i_v^* = \frac{\mu_h(\omega\, \gamma^2 \varphi - \alpha\, \mu_v - \rho\, \mu_v - \mu_v\mu_h)}{\omega\, \gamma\, (\gamma\, \mu_h\, \varphi + \mu_v\mu_h + \rho\, \mu_v)}$$

C. Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan

Untuk melihat kestabilan dari titik tetap sistem dapat ditentukan berdasarkan nilai-nilai eigen dari matriks Jacobinya.

1. Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Matriks Jacobian untuk titik kesetimbangan bebas penyakit adalah:

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -(\alpha + \rho + \mu_h) & 0 & \omega\, \gamma \\ \rho & -\mu_h & 0 \\ \varphi\, \gamma & 0 & -\mu_v \end{bmatrix}$$

Untuk menentukan nilai eigen dari matriks Jacobian tersebut dapat dilakukan dengan menyelesaikan persamaan $det\big(\lambda I - J(E_0)\big) = 0$.

$$\begin{vmatrix} \lambda + \alpha + \rho + \mu_h & 0 & -\omega\, \gamma \\ -\rho & \lambda + \mu_h & 0 \\ -\varphi\, \gamma & 0 & \lambda + \mu_v \end{vmatrix} = 0$$

Dari hasil determinan diperoleh nilai eigen yang seluruhnya negatif yaitu λ_1, λ_2, dan λ_3 dengan syarat $(\mu_v + \mu_h + \alpha + \rho) > \sqrt{(\mu_v + \mu_h + \alpha + \rho)^2 - 4(\mu_v\, \mu_h + \mu_v \alpha + \mu_v\, \rho - \varphi\, \gamma^2 \omega)}$ dimana pada kondisi ini $R_0 < 1$. Dari hasil analisis nilai eigen dapat disimpulkan bahwa jika $R_0 < 1$ maka E_0 bersifat stabil, sedangkan jika $R_0 > 1$ maka E_0 bersifat tidak stabil.

2. Kestabilan Titik Kesetimbangan Endemik

Matriks Jacobian untuk titik kesetimbangan endemik adalah:

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} -\omega\, i_v^*\, \gamma - \gamma - \rho - \mu_h & -\omega\, i_v^*\, \gamma & \omega\, \gamma\, (1 - i_h^* - k_h^*) \\ \rho & -\mu_h & 0 \\ \varphi\, \gamma\, (1 - i_v^*) & 0 & -\varphi\, i_h^* \gamma - \mu_v \end{bmatrix}$$

Misalkan:
$A = \omega\, i_v^*\, \gamma + \alpha + \rho + \mu_h$
$B = \varphi\, i_h^*\, \gamma - \mu_v$

untuk menentukan nilai eigen dari matriks Jacobian tersebut dapat dilakukan dengan menyelesaikan persamaan $det\big(\lambda I - J(E_1)\big) = 0$ [5].

$$|\lambda I - J(E_1)| = 0$$

$$\begin{bmatrix} \lambda + A & \omega\, i_v^*\, \gamma & -\omega\, \gamma\, (1 - i_h^* - k_h^*) \\ -\rho & \lambda + \mu_h & 0 \\ -\varphi\, \gamma\, (1 - i_v^*) & 0 & \lambda + B \end{bmatrix} = 0$$

Berdasarkan hasil determinan diatas diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$\lambda^3+\lambda^2(A+\ \mu_h+B)+\lambda(\ \mu_hB+A\,B+A\ \mu_h+\omega\, i_v^*\gamma\,\rho\ +\ i_h^*\ \omega\,\gamma^2\varphi+\ i_v^*\ i_h^*\ \omega\,\gamma^2\varphi+\ k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+ i_v^*\ k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi\ -\ \omega\,\gamma^2\varphi-\ i_v^*\omega\,\gamma^2\varphi)+A\ \mu_h\,B+\omega\ i_v^*\gamma\,\rho\,B+\ \mu_h\, i_v^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, i_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, k_h^*\,\omega\,\gamma^2\varphi+ \mu_h\, i_v^*\ k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi-\ \mu_h\,\omega\,\gamma^2\varphi-\ \mu_h\, i_h^*\ k_v^*\omega\,\gamma^2\varphi)=0$$

Dengan menggunakan kriteria Routh Hurwitz Titik tetap $E_1=(i_h^*,k_h^*,i_v^*)$ akan stabil jika dan hanya jika semua nilai eigen adalah real negatif. Hal ini terjadi apabila persamaan diatas memenuhi persamaan berikut dengan bentuk umum:

$$P(\lambda)=\ \lambda^3+\ a_2\lambda^2+b_2\lambda+c_2$$

Sehingga,

$$a_1>0, a_3>0\ dan\ a_1a_2>a_3$$

$$a_1=\omega\, i_v^*\,\gamma+\alpha+\rho+2\mu_h+\ \mu_v-\varphi\ \ i_h^*\gamma>0$$

$$a_3=A\ \mu_h\,B+\omega\ i_v^*\gamma\,\rho\,B+\ \mu_h\, i_v^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, i_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, i_v^*\ k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi-\ \mu_h\,\omega\,\gamma^2\varphi-\ \mu_h\, i_h^*\ k_v^*\omega\,\gamma^2\varphi>0$$

Dan

$$(\omega\, i_v^*\,\gamma+\alpha+\rho+2\mu_h+\ \mu_v-\varphi\ \ i_h^*\gamma)\,(\ \mu_hB+A\,B+A\ \mu_h+\omega\, i_v^*\gamma\,\rho\ +\ i_h^*\ \omega\,\gamma^2\varphi+\ i_v^*\ i_h^*\ \omega\,\gamma^2\varphi+\ k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ i_v^*\ k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi-\omega\,\gamma^2\varphi-\ i_v^*\omega\,\gamma^2\varphi)>\ A\ \mu_h\,B+\omega\ i_v^*\gamma\,\rho\,B+\ \mu_h\, i_v^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, i_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, i_v^*\ k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi-\ \mu_h\,\omega\,\gamma^2\varphi-\ \mu_h\, i_h^*\ k_v^*\omega\,\gamma^2\varphi>0$$

$$a_1>0\,, a_3>0\,,\ \ a_1\,a_2>a_3$$

Karena ketiga syarat pada kriteria Routh-Hurtwitz sudah terpenuhi, maka semua nilai eigennya adalah real negatif sehingga titik tetap juga stabil. Apabila tittik tetapnya stabil, maka penyakit *filariasis* lama kelamaan akan menghilang dari suatu populasi.

D. Interpretasi

Berdasarkan pembahasan diatas, penyebaran penyakit kaki gajah (*filariasis*) dipengaruhi oleh beberapa faktor. Hubungan antara masing-masing faktor dapat dilihat pada persamaan Bilangan Reproduksi Dasar dapat diperkecil dengan cara menurunkan tingkat keberhasilan penularan penyebaran penyakit kaki gajah dari host ke vektor (φ) dan tingkat keberhasilan penularan dari vektor ke host (ω). Serta menaikkan tingkat kematian nyamuk ($\grave{\imath}_v$), dapat dilakukan dengan langkah pengontrolan/ pengendalian vektor nyamuk seperti pengasapan atau *fogging.* Meningkatkan keefektifan pengobatan terhadap indivu yang terinfeksi agar pertambahan individu yang cacat (K) berkurang.

SIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa:

1. Model matematika dari penyebaran penyakit Kaki Gajah (filariasis) menggunakan model SIK berbentuk persamaan diferensial nonlinear yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{di_h}{dt}=\omega\, i_v\,\gamma\,(1-i_h-\ k_h)-\alpha\, i_h-\rho\, i_h-\mu_hi_h$$
$$\frac{dk_h}{dt}=\ \rho\, i_h-\ \ \mu_hk_h$$
$$\frac{di_v}{dt}=\ \varphi\, i_h\gamma\,(1-i_v)-\mu_vi_v$$

2. Titik tetap model matematika penyebaran penyakit Kaki Gajah (filariasis) menggunakan model SIK, yaitu :
   a. Titik tetap bebas penyakit $E_0=(0\,,0,0)$ adalah titik tetap yang bernilai stabil jika semua nilai λ_1, λ_2, dan $\lambda_3$bernilai negative.

   b. Titik tetap endemik $E_1=(i_h^*,k_h^*,i_v^*)$

$$i_h^*\ =\frac{\mu_h\,(\omega\,\gamma^2\varphi-\alpha\mu_v-\rho\mu_v-\mu_v\mu_h)}{\varphi\,\gamma\,(\omega\,\alpha\,\mu_h+\omega\,\rho\,\gamma+\alpha\,\mu_h+\rho\,\mu_h+\mu_h{}^2}$$

$$k_h^*=\frac{\rho\,(\omega\,\gamma^2\ \varphi-\alpha\mu_v-\rho\mu_v-\mu_v\mu_h)}{\varphi\,\gamma\,(\omega\,\alpha\,\mu_h+\omega\,\rho\,\gamma+\alpha\,\mu_h+\rho\,\mu_h+\mu_h{}^2}$$

$$i_v^*\ =\frac{\mu_h(\omega\,\gamma^2\varphi-\alpha\,\mu_v-\rho\,\mu_v-\mu_v\mu_h)}{\omega\,\gamma\,(\gamma\,\mu_h\,\varphi+\mu_v\mu_h+\rho\,\mu_v)}$$

Adalah titik tetap yang stabil jika dan hanya jika

$$a_1=\omega\, i_v^*\,\gamma+\alpha+\rho+2\mu_h+\ \mu_v-\varphi\ \ i_h^*\gamma>0$$
$$a_3=A\ \mu_h\,B+\omega\ i_v^*\gamma\,\rho\,B+\ \mu_h\, i_v^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, i_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, i_v^*\ k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi-\ \mu_h\,\omega\,\gamma^2\varphi-\ \mu_h\, i_h^*\ k_v^*\omega\,\gamma^2\varphi>0$$

Dan

$$(\omega\, i_v^*\,\gamma+\alpha+\rho+2\mu_h+\ \mu_v-\varphi\ \ i_h^*\gamma)\,(\ \mu_hB+A\,B+A\ \mu_h+\omega\, i_v^*\gamma\,\rho\ +\ i_h^*\ \omega\,\gamma^2\varphi+ i_v^*\ i_h^*\ \omega\,\gamma^2\varphi+\ \ k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ i_v^*\ k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi\ - \omega\,\gamma^2\varphi-\ i_v^*\omega\,\gamma^2\varphi)>\ A\ \mu_h\,B+\omega\ i_v^*\gamma\,\rho\,B+ \mu_hi_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \mu_h\, i_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+\ \ \mu_h\, k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi+ \mu_h\, i_v^*\ k_h^*\omega\,\gamma^2\varphi-\ \mu_h\,\omega\,\gamma^2\varphi-\ \mu_h\, i_h^*\ k_v^*\omega\,\gamma^2\varphi>0$$

$$a_1>0\,, a_3>0\,,\ \ a_1\,a_2>a_3$$

Karena ketiga syarat pada kriteria Routh-Hurtwitz sudah terpenuhi, maka semua nilai eigennya adalah real negatif sehingga titik tetap juga stabil. Apabila tittik tetapnya stabil, maka penyakit *filariasis* lama kelamaan akan menghilang dari suatu populasi.

REFERENSI

[1] Departemen Kesehatan Republik Indonesia : 2008
[2] Ditjen PP&PL, Kemenkes RI, 2015
[3] http://penyakitkakigajah.com/proses-penularan-penyakit-kaki-gajah/
[4] Brauer, Fred. Dkk. 2008. *Mathematical Epidemiology. Mathematical Biosciences Subseries.* Springer.
[5] Cain, John W., dan Reynold, Angela M. *Ordinary and Partial Differential Equation: An Introduction to Dynamical Systemd. Virginia Commonwealth University*