

Model Matematika Tendangan Pisang Sepak Pojok pada Olahraga Sepakbola

Tomy Aprinaldi^{#1}, Media Rosha^{*2}

[#]*Student of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*

^{*}*Lecturer of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*

¹taprinaldi@yahoo.co.id

²mediarosha_mat@fmipa.unp.ac.id

Abstract — Football is the most interest sport by the public. The problem in football is a want to many scores. Scoring on football can be from open play and set play. In this research, the authors chose to conduct a scoring research through the set play from a football corner with a banana kick technique. The purpose of this research are: Forming a mathematical modeling banana kick of corner on football, analyzing the model, and interpreting model analysis results. The banana kick math model of the football corner is a regular differential equation-shaped system. The solution of this model to use a numerical solution with the fourth order Runge-Kutta method. Then, done simulation by using matlab. Simulated results show that, with an initial velocity 29,5 m/s the ball will be goal, but with initial velocity 23 m/s and 35 m/s the ball will not goal.

Keywords — Mathematical Modeling, Banana Kick, Corner Kick.

Abstrak — Sepakbola merupakan olahraga yang paling diminati oleh sebagian besar masyarakat. Masalah yang terjadi pada olahraga sepakbola adalah keinginan mencetak gol sebanyak-banyaknya. Mencetak gol pada olahraga sepakbola bisa dari permainan terbuka dan juga eksekusi bola mati. Pada penelitian ini, peneliti memilih untuk melakukan penelitian mencetak gol melalui eksekusi bola mati yaitu dari sepak pojok dengan teknik tendangan pisang. Tujuan dari penelitian ini, yaitu: membentuk model matematika tendangan pisang sepak pojok pada olahraga sepakbola, menganalisis model, dan menginterpretasikan hasil analisis model yang diperoleh. Model matematika tendangan pisang dari sepak pojok ini berbentuk sistem persamaan diferensial biasa. Solusi dari model ini menggunakan solusi numerik dengan metode Runge-Kutta orde empat, disimulasi dengan menggunakan program komputer matlab. Hasil simulasi menunjukkan bahwa, dengan kecepatan awal 29,5 m/s bola akan berada di gawang, sedangkan dengan kecepatan awal 23 m/s dan 35 m/s bola tidak berada di gawang.

Kata kunci — Model Matematika, Tendangan Pisang, Sepak Pojok.

PENDAHULUAN

Sepakbola merupakan olahraga yang paling diminati hingga saat ini. Tujuan olahraga sepakbola yaitu untuk memasukkan bola ke gawang lawan dan menjaga gawang sendiri untuk tidak kemasukan bola agar memperoleh kemenangan. Sepakbola merupakan permainan tim yang terdiri dari sebelas pemain, salah satu dari pemain berfungsi sebagai penjaga gawang. Olahraga sepakbola ini memiliki peraturan yaitu tidak boleh menyentuh bola dengan tangan. Tetapi, khusus untuk penjaga gawang boleh menggunakan tangan [1].

Pemain sepakbola dituntut memiliki keterampilan lebih dibandingkan atlet olahraga lain [2]. Keterampilan dalam sepakbola banyak macamnya, seperti: *passing* (mengoper bola), *shooting* (menendang bola), *dribbling* (menggiring bola). Keterampilan tersebut harus dimiliki oleh pemain sepakbola untuk bisa mencetak gol dan meraih kemenangan. Cara yang bisa dilakukan untuk mencetak gol yaitu melalui *open play* dan *set play*.

Open play yaitu permainan terbuka dimana gol bisa tercipta oleh skill individu pemain maupun dari kerjasama tim tersebut. Sedangkan *set play* yaitu taktik bola mati, contoh gol dari bola mati yaitu melalui *free kick* (tendangan bebas), penalti, bahkan *corner kick* (sepak pojok). Tendangan bebas dan sepak pojok yang dilakukan oleh pemain dengan keterampilan yang bermacam-macam. Saat ini, terdapat dua istilah keterampilan dalam menendang bola dari tendangan bebas dan sepak pojok ini, yaitu: *banana kick* (tendangan pisang atau tendangan melengkung) dan *knuckle shot* (tendangan yang menyebabkan bola bergoyang di udara).

Tendangan pisang merupakan salah satu istilah dalam sepak bola yang berarti tendangan ke udara yang melengkung seperti bentuk pisang. Tendangan pisang biasa digunakan pada saat tendangan bebas dan sepak pojok. Sepak pojok diberikan kepada tim penyerang apabila lawannya menyentuh bola sebelum bola meninggalkan garis belakang lapangan. Sepak pojok biasanya dilakukan untuk mengoper bola kepada teman

satu tim yang berada disekitar gawang lawan agar bisa mencetak gol, tetapi sekarang sudah banyak pemain bola yang mencetak gol langsung dari sepak pojok. Sepak pojok bisa menjadi peluang mencetak gol untuk tim yang memperolehnya, meskipun tidak sebagus peluang dari tendangan penalti dan tendangan bebas. Banyak pemain top yang bisa melakukan tendangan pisang dengan teknik dan keterampilan yang luar biasa sehingga menghasilkan gol yang sangat mengagumkan. Mereka menggunakan teknik ini untuk membuat bola menjadi melengkung sehingga bisa menipu penjaga gawang. Bola seolah-olah dioper kepada teman satu tim tetapi malah melengkung masuk ke gawang lawan. Ada beberapa prinsip fisika yang membuat bola tersebut menjadi melengkung dan membelok secara tiba-tiba, diantaranya gerak parabola, gaya magnus dan gaya gesek udara. Pada dasarnya, bola yang ditendang saat sepak pojok itu memiliki lintasan parabola tersendiri. Tetapi, dengan ditambahkannya gaya magnus dan gaya gesek udara, bola tersebut bisa membelok secara tiba-tiba ke arah gawang dan berkemungkinan menghasilkan gol. Rumus gaya magnus [3] yaitu:

$$F_M = \frac{1}{2} C_L \rho A v^2$$

Dimana kecepatan (v), massa jenis udara (ρ), luas penampang bola (A), dan koefisien angkat bola (C_L). Sedangkan, rumus gaya gesek udara [4] yaitu:

$$F_d = \frac{1}{2} C_d \rho A v^2$$

Dimana kecepatan (v), massa jenis udara (ρ), luas penampang bola (A), dan koefisien gaya gesek udara (C_d).

Dalam penelitian ini, akan dibentuk model matematika tendangan pisang sepak pojok pada olahraga sepakbola. Dimana model ini akan disimulasikan dengan program komputer, sehingga bisa tergambarkan gerak bola pada sumbu x , y , dan z . Dengan menggunakan program komputer, maka model matematika tendangan pisang sepak pojok pada olahraga sepakbola termasuk jenis model matematika simulasi.

Berbagai permasalahan dalam bidang ilmu pengetahuan dan teknologi dapat dibuat ke dalam bentuk persamaan matematika. Apabila persamaan tersebut mempunyai bentuk sederhana, penyelesaiannya dapat dilakukan secara analitik. Tetapi, ada juga persamaan yang tidak bisa diselesaikan secara analitik, sehingga penyelesaiannya dilakukan secara numerik [5]. Solusi numerik ini bisa dicari menggunakan metode Runge-Kutta[6].

METODE

Penelitian ini adalah penelitian dasar/teoritis. Metode yang penulis gunakan yaitu metode deskriptif. Metode deskriptif adalah suatu metode yang digunakan dengan cara menganalisa teori-teori yang berkaitan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan pada studi kepustakaan. Dalam penelitian ini, penulis memulai dengan meninjau permasalahan, mengumpulkan bahan bacaan yang menjadi rujukan, mengaitkan teori-teori yang diperoleh dari bahan bacaan yang berkaitan dengan

permasalahan yang dibahas sehingga dapat menjawab pertanyaan yang muncul dari permasalahan, dan menarik kesimpulan dari permasalahan yang telah dibahas.

Berikut langkah-langkah yang dilakukan:

- 1) Mempelajari teknik tendangan pisang pada olahraga sepakbola
- 2) Mencari gaya-gaya yang mempengaruhi teknik tendangan pisang
- 3) Membentuk model matematika tendangan pisang dari sepak pojok untuk mencetak gol langsung pada olahraga sepakbola.
- 4) Menganalisis model matematika tendangan pisang dari sepak pojok untuk mencetak gol langsung pada olahraga sepakbola.
- 5) Menginterpretasi hasil analisis model matematika tendangan pisang dari sepak pojok untuk mencetak gol langsung pada olahraga sepakbola.
- 6) Menarik kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Pembentukan Model Matematika Tendangan Pisang Sepak Pojok pada Olahraga Sepakbola

Berdasarkan langkah-langkah pembentukan model matematika, langkah pertama yang dilakukan adalah membentuk model matematika tendangan pisang sepak pojok pada olahraga sepakbola. Sebelum membentuk model matematika ini, tentukan faktor-faktor yang dianggap penting atau sesuai dengan permasalahan yang meliputi identifikasi variabel, parameter dan membentuk hubungan antar variabel dan parameter tersebut.

Variabel yang digunakan untuk membentuk model matematika tendangan pisang sepak pojok pada olahraga sepakbola adalah kecepatan bola pada sumbu- x (x'), kecepatan bola pada sumbu- y (y'), kecepatan bola pada sumbu- z (z'), posisi bola pada sumbu- x (x), posisi bola pada sumbu- y (y), posisi bola pada sumbu- z (z), dan waktu (t). Sedangkan parameter yang digunakan adalah kecepatan awal bola (v), koefisien gaya gesek udara (C_d), konstanta gaya magnus (C_l), massa bola (m), luas penampang bola (A), gravitasi (g), dan sudut rotasi bola ketika di udara (γ).

Langkah selanjutnya yang dilakukan adalah mengkontruksi kerangka dasar model. Hal ini dilakukan dengan menentukan asumsi yang akan digunakan dalam membentuk model matematika tendangan pisang sepak pojok pada olahraga sepakbola. Berdasarkan permasalahan yang diamati, asumsi yang digunakan adalah sebagai berikut:

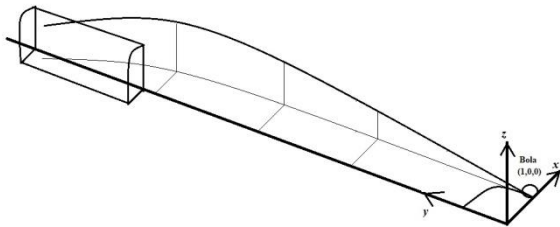
- 1) Bola dan lapangan yang digunakan sesuai standar dari federasi tertinggi sepak bola yaitu FIFA (*Federation Internationale de Football Association*).
- 2) Kondisi cuaca normal atau tidak terjadi hujan, badai, maupun gejala alam lainnya.
- 3) Bola bergerak dalam ruang vektor 3 dimensi, yaitu \mathbf{i} , \mathbf{j} , dan \mathbf{k} .
- 4) Pada saat bola ditendang dan melambung di udara yang menggunakan prinsip hukum newton dua, terdapat

gaya magnus, gaya gesek udara, dan gaya gravitasi yang mempengaruhi bola.

5) Gaya magnus dipengaruhi oleh vektor arah ketika bola ditendang (τ) dan vektor rotasi bola (σ).

6) Gaya gesek udara dipengaruhi vektor arah ketika bola ditendang (τ).

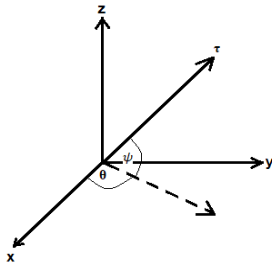
Berikut ini adalah ilustrasi lintasan tendangan pisang sepak pojok pada olahraga sepakbola yang akan dicari.



Gambar 2. Bentuk Lintasan Bola Tendangan Pisang dari Sepak Pojok

Berdasarkan gambar diatas, model matematika tendangan pisang sepak pojok pada olahraga sepakbola dapat dibentuk sebagai berikut:

1) Pada saat bola ditendang, terdapat kecepatan awal yang diberikan sehingga bola bergerak. Dari lintasan bola yang bergerak terbentuk sudut ψ dan sudut θ .



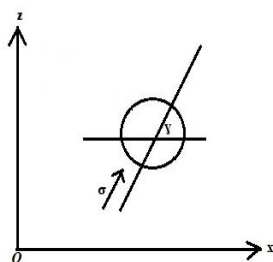
Gambar 3. Arah Vektor dan Sudut yang dibentuk

dari gambar diatas diperoleh persamaan vektor τ , yaitu:
 $\tau = \cos\psi\cos\theta \mathbf{i} + \cos\psi\sin\theta \mathbf{j} + \sin\psi \mathbf{k}$

Bola yang ditendang memiliki kecepatan awal terhadap masing-masing sumbu. maka bentuk persamaan vektor τ menjadi:

$$\tau = \frac{x'}{v} \mathbf{i} + \frac{y'}{v} \mathbf{j} + \frac{z'}{v} \mathbf{k} \quad (1)$$

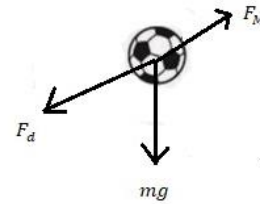
2) Setelah bola ditendang, bola tersebut akan melambung di udara. Pada saat di udara terjadi perputaran bola.



Gambar 4. Rotasi Bola diudara

dari gambar diatas, diperoleh persamaan vektor σ , yaitu:
 $\sigma = \cos\gamma \mathbf{i} - \sin\gamma \mathbf{k}$ (2)

3) Pada saat bola ditendang dan melambung di udara yang menggunakan prinsip hukum newton dua, terdapat gaya magnus, gaya gesek udara, dan gaya gravitasi yang mempengaruhi bola.



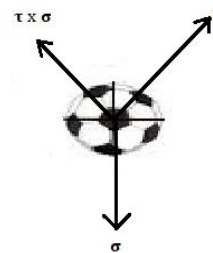
Gambar 5. Gaya-gaya yang Bekerja pada Bola

Dalam hal ini, gaya yang terjadi pada bola yaitu gaya magnus yang dikurangi dengan gaya gesek udara yang akan memperlambat perputaran bola. Selain gaya magnus dan gaya gesek udara, gaya pada bola juga dipengaruhi massa bola dan gravitasi yang membuat bola akan kembali jatuh. Gaya yang bekerja pada kondisi ini, yaitu:
 $\Sigma F = F_M - F_d - mg$. Sehingga bentuk persamaan menjadi:
 $\Sigma F = ma$

$$a = \frac{1}{m}F_M - \frac{1}{m}F_d - g \quad (3)$$

Dimana F_M merupakan gaya magnus, F_d merupakan gaya gesek udara, m merupakan massa benda, g merupakan gravitasi, dan a merupakan percepatan.

4) Gaya magnus dipengaruhi oleh vektor arah bola ketika ditendang (τ) dan vektor rotasi bola (σ).



Gambar 6. Vektor Arah Bola dengan Gaya Magnus

Pada kondisi ini terjadi gaya magnus, persamaan magnus [8], yaitu:

$$F_M = \frac{1}{2}C_L\rho Av^2\tau \times \sigma$$

$$F_M = \left(\frac{1}{2}C_L\rho Av^2\right)\left(\left(-\frac{y'}{v}\cdot\sin\gamma\right)\mathbf{i} + \left(\frac{z'}{v}\cos\gamma + \frac{x'}{v}\sin\gamma\right)\mathbf{j} + \left(-\frac{y'}{v}\cdot\cos\gamma\right)\mathbf{k}\right) \quad (4)$$

5) Gaya gesek udara dipengaruhi vektor arah bola ketika ditendang (τ). Sehingga persamaan gaya gesek udara terhadap bola [4], adalah:

$$F_d = \frac{1}{2}C_d\rho Av^2(\tau)$$

$$F_d = \frac{1}{2}C_d\rho Av^2\left(\frac{x'}{v}\mathbf{i} + \frac{y'}{v}\mathbf{j} + \frac{z'}{v}\mathbf{k}\right) \quad (5)$$

6) Percepatan merupakan turunan kedua dari fungsi posisi, sehingga $a = \frac{d^2s}{dt^2}$. Dalam hal ini, dicari fungsi posisi dari sumbu-x, sumbu-y, dan sumbu-z.

Substitusikan persamaan (4) dan (5) ke persamaan (3). Diperoleh bentuk model tendangan pisang sepak pojok pada olahraga sepakbola, yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -v \left(\frac{1}{2m} C_d \rho A x' + \frac{1}{2m} C_L \rho A y' \sin \gamma \right) \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -v \left(\frac{1}{2m} C_d \rho A y' - \frac{1}{2m} C_L \rho A (z' \cos \gamma + x' \sin \gamma) \right) \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -v \left(\frac{1}{2m} C_d \rho A z' + \frac{1}{2m} C_L \rho A y' \cos \gamma \right) - g \end{aligned}$$

B. Analisis Model Matematika Tendangan Pisang Sepak Pojok pada Olahraga Sepakbola

Model yang diperoleh merupakan sistem persamaan diferensial biasa orde dua. Model tersebut tidak mempunyai solusi analitik, oleh karena itu dilakukan pendekatan secara numerik. Metode numerik yang dipakai yaitu metode Runge-Kutta. Peneliti memilih metode Runge-Kutta dikarenakan metode ini memiliki tingkat keakuratan yang paling tinggi dibanding metode numerik yang lainnya.

Pada kasus ini, peneliti memilih untuk menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Metode Runge-Kutta orde empat merupakan metode yang paling teliti dibandingkan dengan metode Runge-Kutta orde dua dan orde tiga. Oleh karena itu, metode Runge-Kutta orde empat sering digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial. Metode Runge- Kutta orde empat memiliki bentuk umum:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$$

dengan

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_i, y_i) \\ k_2 &= f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + h \frac{k_1}{2}) \\ k_3 &= f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} k_2) \\ k_4 &= f(x_i + h, y_i + h k_3) \end{aligned}$$

Pada penelitian ini, terdapat empat variabel yaitu satu variabel bebas (t) dan tiga variabel terikat yaitu (x,y,z).

Jika dimisalkan $\sin \gamma = a$ dan $\cos \gamma = b$. Maka model menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -vK_d x' - vK_l a y' \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -vK_d y' + vK_l b z' + vK_l a x' \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -vK_d z' - vK_l a y' - g \end{aligned}$$

Model ini merupakan sistem persamaan differensial biasa orde dua. Kemudian, substitusikan model diatas kedalam persamaan Runge-Kutta orde empat, sehingga persamaan menjadi:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$$

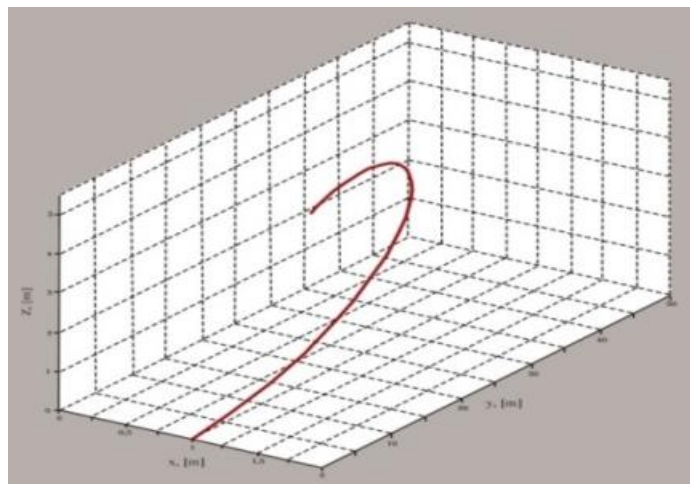
$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)h$$

$$z_{i+1} = z_i + \frac{1}{6}(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4)h$$

dengan

$$\begin{aligned} k_1 &= -vK_d x_i - vK_l a y_i \\ l_1 &= -vK_d y_i + vK_l b z_i + vK_l a x_i \\ m_1 &= -vK_d z_i - vK_l b y_i - g \\ k_2 &= -vK_d \left(x_i + h \frac{k_1}{2} \right) - vK_l a \left(y_i + h \frac{l_1}{2} \right) \\ l_2 &= -vK_d \left(y_i + h \frac{l_1}{2} \right) + vK_l b \left(z_i + h \frac{m_1}{2} \right) + vK_l a \left(x_i + h \frac{k_1}{2} \right) \\ m_2 &= -vK_d \left(z_i + h \frac{m_1}{2} \right) - vK_l b \left(y_i + h \frac{l_1}{2} \right) - g \\ k_3 &= -vK_d \left(x_i + h \frac{k_2}{2} \right) - vK_l a \left(y_i + h \frac{l_2}{2} \right) \\ l_3 &= -vK_d \left(y_i + h \frac{l_2}{2} \right) + vK_l b \left(z_i + h \frac{m_2}{2} \right) + vK_l a \left(x_i + h \frac{k_2}{2} \right) \\ m_3 &= -vK_d \left(z_i + h \frac{m_2}{2} \right) - vK_l b \left(y_i + h \frac{l_2}{2} \right) - g \\ k_4 &= -vK_d (x_i + h k_3) - vK_l a (y_i + h l_3) \\ l_4 &= -vK_d (y_i + h l_3) + vK_l b (z_i + h m_3) + vK_l a (x_i + h k_3) \\ m_4 &= -vK_d (z_i + h m_3) - vK_l b (y_i + h l_3) - g \end{aligned}$$

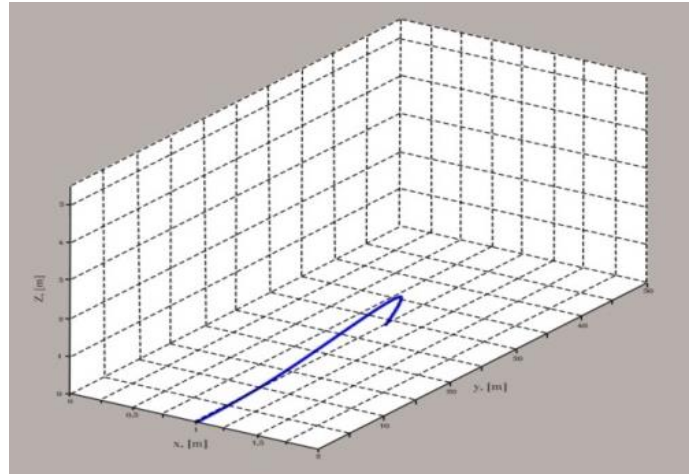
Terdapat tiga kecepatan berbeda yang bisa digunakan untuk melakukan simulasi dari model matematika sepak pojok ini, yaitu 29,5 m/s, 23 m/s, dan 35 m/s [7]. Jika dioperasikan pada matlab dengan $v_0 = 29,5 \text{ m/s}$, maka akan diperoleh plot seperti gambar berikut.



Gambar 7. Simulasi dengan $v_0 = 29,5 \text{ m/s}$.

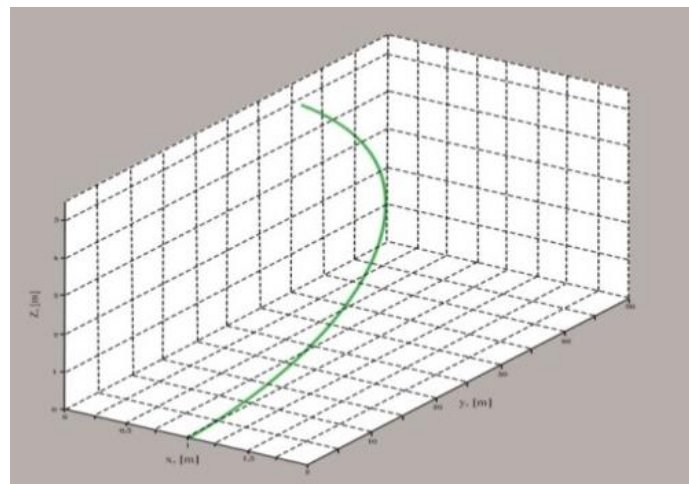
Dari hasil simulasi diatas, posisi bola berada tepat pada gawang. Sedangkan, jika dioperasikan pada matlab

dengan $v_0 = 23 \text{ m/s}$, maka akan diperoleh plot seperti ini.



Gambar 8. Simulasi dengan $v_0 = 23 \text{ m/s}$.

Dari hasil simulasi diatas, lintasan bola tidak sampai ke gawang. Sedangkan, jika dioperasikan pada matlab dengan $v_0 = 35 \text{ m/s}$, maka akan diperoleh plot seperti ini.



Gambar 9. Simulasi dengan $v_0 = 35 \text{ m/s}$.

Dari simulasi diatas terlihat bahwa lintasan bola berada diatas gawang dan bola tidak akan masuk ke gawang.

C. Interpretasi Model Matematika Tendangan Pisang Sepak Pojok pada Olahraga Sepakbola

Dari model yang diperoleh, terlihat bahwa hanya pada sumbu-z yang dipengaruhi oleh gaya gravitasi. Hal ini, dikarenakan sumbu-z tegak lurus terhadap gaya gravitasi. Sedangkan sumbu-x dan sumbu-y, hanya dipengaruhi gaya magnus dan juga gaya gesek udara. Model yang didapat berbentuk sistem persamaan diferensial biasa orde dua.

Model tersebut tidak mempunyai solusi analitik, oleh karena itu dilakukan pendekatan secara numerik. Metode numerik bisa dicari secara manual, tetapi juga bisa langsung diperoleh hasilnya dengan memprogramkannya menggunakan software. Dalam hal ini, digunakan software matlab. Pada software matlab ini, peneliti langsung memprogram model tersebut sehingga diperoleh solusi gambar berupa lintasan bola pada sumbu x,y, dan z.

Jika disubstitusikan nilai $m = 0,45$, $g = 9,8$, $K_d = 0,20281904 C_d$, $K_l = 0,20281904 C_l$, $\psi = 45^\circ$, $\theta = 45^\circ$, $\gamma = 83^\circ$, dengan waktu maksimal 3 detik dan kondisi awal yaitu $x(0)=1$, $y(0)=0$, dan $z(0)=0$ yang menunjukkan bahwa posisi awal bola yaitu (1,0,0). Maka, ditentukan kecepatan awal yang akan diberikan terhadap bola. Koefisien gaya gesek udara terhadap bola yaitu 0,2 dan koefisien gaya magnus pada bola yaitu 0,5. Sehingga diperoleh: $C_d = 0,2$, $C_l = 0,05$ [8].

Pada gambar 8, dengan kecepatan awal 23 m/s, maka bola akan berada didepan daerah gawang. Sedangkan pada gambar 9, dengan kecepatan 35 m/s, maka bola akan berada diatas gawang. Dari dua gambar ini, dapat dinyatakan bahwa bola tidak akan masuk ke gawang. Tetapi, jika diberikan kecepatan awal sebesar 29,5 m/s maka bola akan tepat berada didaerah gawang dan bisa menghasilkan gol seperti gambar 7.

Jika diambil contoh lapangan berstandar FIFA yang ada di Indonesia yaitu Stadion Gelora Bung Karno. Lebar lapangan 70 meter dan lebar gawang 7,3 meter maka jarak dari sepak pojok menuju gawang yaitu 31,35 meter –

38,65 meter. Tinggi gawang sesuai standar FIFA yaitu 2,4 meter. Jika gambar 8 diperhatikan, maka terlihat pada sumbu-z posisi bola berada dibawah 2 meter, hal ini menunjukkan bahwa posisi bola tersebut berada pada daerah gawang.

SIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan, maka diperoleh model matematika tendangan pisang sepak pojok pada olahraga sepakbola berbentuk sistem persamaan diferensial. Model tersebut tidak mempunyai solusi analitik, oleh karena itu dilakukan pendekatan secara numerik. Metode yang dipakai untuk mencari solusi numeriknya yaitu metode Runge-Kutta orde empat.

Simulasikan model tersebut dengan program matlab. Hasil simulasi menyatakan bahwa dengan menggunakan sudut (ψ, θ, φ) , konstanta magnus, dan konstanta gaya gesek udara yang sama tetapi dengan kecepatan awal yang berbeda maka hasil lintasan bola akan berbeda. Dengan kecepatan awal 29,5 m/s diperoleh lintasan bola

yang berada tepat didaerah gawang, sedangkan dengan kecepatan 23 m/s dan 35 m/s diperoleh lintasan bola yang tidak berada di daerah gawang atau bisa dikatakan tidak akan menghasilkan gol.

REFERENSI

- [1] Sucipto, dkk. 2000. *Sepakbola*. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.
- [2] Joseph A, Luxbacher. 2004. *Sepakbola Langkah-langkah Menuju Sukses*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.
- [3] Giancoli. 2001. *Fisika Edisi Kelima*. Jakarta: Erlangga.
- [4] Sumarjono, dkk. 2005. *Fisika Dasar 1*. Malang: Penerbit Universitas Negeri Malang.
- [5] Triatmodjo, Bambang. 2002. *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset.
- [6] Asmah, S. 2004. *Solusi Masalah Nilai Awal Secara Numerik dengan Metode Runge-Kutta*. Fakultas MIPA Universitas Negeri Makassar.
- [7] Javorova, Julian. 2018. *Study of Soccer Ball Flight Trajectory*. MATEC Web of Conferences 145, 01002.
- [8] Bray, Ken & David. 2003. *Modelling The Flight of a Soccer Ball in a Direct Free Kick*. Journal of Sports Sciences, 21:2, 75-85.