

# Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain Pada 15 Saham Indeks LQ45

FarizRivalno<sup>#1</sup>, Dewi Murni<sup>\*2</sup>, Riry Sriningsih<sup>\*3</sup>

*#Student of Mathematics Department, Universitas Negeri Padang, Padang, Indonesia*

*\*Lecturer of Mathematics Department, Universitas Negeri Padang, Padang, Indonesia*

<sup>1</sup>farizrivalno@gmail.com

<sup>2</sup>dewimunp@gmail.com

<sup>3</sup>srirysriningsih@yahoo.com

**Abstract** – *Portfolio is an investment tool in stocks that divide capital into a number of stocks according to the weight or percentage determined by the investor. For that, investors need to establish an optimal portfolio. One of the optimal portfolio methods is Mean Variance Efficient Two Constraints Portfolio. The purpose of this study is to obtain a formula for determining the investment weight and its application on Mean Variance Efficient Two Constraints Portfolio to obtain minimal investment risk from 15 LQ45 Index stocks. The type of this research is applied research. The type of data is secondary data, in the form of closing price stocks on the LQ45 Index period of November 9<sup>th</sup>, 2016 - March 2<sup>nd</sup>, 2017. Steps in the establishment of a portfolio is calculate the return, average return, variance return, covariance return, and find weight investment through formula on the portfolio. The result of this research is obtained a formula for determining the investment weight on Mean Variance Efficient Two Constraints Portfolio and formed an optimal portfolio on 15 LQ45 Index stocks. The portfolio provides 0.07% average return and 0.01% risk.*

**Keywords** – *Constraint, LQ45 Index, Portfolio, Return, Stocks*

**Abstrak** – Portofolio merupakan suatu alat investasi pada saham yang membagi modal ke sejumlah saham sesuai bobot atau persentase yang ditentukan oleh investor. Untuk itu, investor perlu membentuk suatu portofolio optimal. Salah satu metode portofolio optimal adalah Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain. Tujuan dari penelitian ini adalah memperoleh formula penentuan bobot investasi dan penerapannya pada Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain sehingga diperoleh risiko investasi minimal dari 15 saham Indeks LQ45. Jenis penelitian ini adalah penelitian terapan. Jenis data yang digunakan adalah data sekunder, berupa penutupan harga saham-saham pada Indeks LQ45 periode 9 November 2016 – 2 Maret 2017. Langkah-langkah dalam pembentukan portofolio adalah menghitung *return*, rata-rata *return*, variansi *return*, kovariansi *return*, dan menemukan bobot investasi melalui formula pada portofolio. Hasil penelitian adalah diperoleh formula penentuan bobot investasi pada Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain dan terbentuk suatu portofolio optimal pada 15 saham Indeks LQ45. Portofolio tersebut memberikan rata-rata *return* 0,07% dan risiko 0,01%.

**Kata-Kata Kunci** – *Indeks LQ45, Konstrain, Portofolio, Return, Saham*

## PENDAHULUAN

Berbagai cara dilakukan manusia untuk memperoleh uang atau penghasilan. Salah satunya adalah dengan melakukan suatu kegiatan yang disebut investasi. Siapapun yang melakukan investasi pasti menginginkan risiko minimal atau keuntungan maksimal. Menurut Widjajanta & Widyaningsih [4], investasi merupakan pengeluaran modal untuk pembelian aset (*asset*) fisik seperti pabrik, mesin, peralatan, dan persediaan (investasi fisik atau *real*). Pelaku investasi atau yang biasa disebut investor dapat menginvestasikan sejumlah dana pada aset *real* (tanah, emas, mesin, bangunan, dan sebagainya)

maupun aset finansial (deposito, saham, ataupun obligasi). Bagi investor yang lebih pintar dan lebih berani menanggung risiko, mereka dapat berinvestasi pada aset-aset finansial lainnya yang lebih kompleks seperti waran, opsi, dan kontrak berjangka. Instrumen finansial tersebut tergolong mempunyai risiko tinggi, tetapi dengan tingkat keuntungan investasi yang tinggi pula. Dalam konteks manajemen investasi, tingkat keuntungan investasi disebut dengan *return* [3].

Salah satu proses investasi adalah memahami dasar-dasar keputusan investasi. Untuk memahami proses investasi, seorang investor harus mengetahui beberapa

konsep dasar investasi yang akan menjadi pedoman dalam setiap tahap pembuatan keputusannya. Hal mendasar dalam proses keputusan investasi adalah pemahaman hubungan antara *return* yang diharapkan dan risiko suatu investasi. Hubungan risiko dan *return* yang diharapkan merupakan hubungan yang *linear*. Artinya semakin besar risiko yang ditanggung, semakin besar pula *return* yang diharapkan (*high risk, high return*).

Dalam Ilmu Investasi, sebenarnya yang harus menjadi pusat perhatian adalah bagaimana kita mengurangi atau meminimalisir risiko kerugian, dibandingkan dengan hanya fokus pada memaksimalkan keuntungan. Keuntungan besar atau sedikit tidak masalah selama tidak mengalami kerugian, apalagi kerugian yang menyebabkan kebangkrutan.

Suatu cara dalam investasi yang bisa meminimalisir kerugian adalah dengan memecah investasi dalam beberapa saham perusahaan berbeda. Jumlah saham yang dibeli tentunya harus sesuai dengan kemampuan dan pilihan sebagaimana telah diperhitungkan sebelumnya secara matang oleh investor. Misalkan modal diinvestasikan pada saham perusahaan A dan B, dengan harapan jika salah satu perusahaan mengalami kerugian, maka kerugian investasi masih bisa ditutup dengan keuntungan perusahaan yang lain.

Saham adalah tanda penyertaan atau pemilikan seseorang atau badan usaha dalam suatu perusahaan [4]. Artinya, jika seseorang atau badan usaha telah membeli atau memiliki saham yang diterbitkan oleh perusahaan tertentu, maka seseorang atau badan usaha tersebut berhak untuk mendapatkan bagian dari keuntungan perusahaan. Namun tidak tertutup kemungkinan bahwa perusahaan penerbit saham tersebut mengalami kerugian sehingga juga berdampak buruk pada para investor.

Saham dapat diperoleh dari pasar modal. Instrumen pasar modal dalam konteks praktis lebih banyak dikenal dengan sebutan sekuritas. Sekuritas (*securities*) yang juga disebut efek atau surat berharga merupakan aset finansial (*financial asset*) yang menyatakan klaim keuangan [3]. Investasi pada efek atau sekuritas memang menarik karena menjanjikan keuntungan yang cukup besar. Di samping itu, investasi pada sekuritas mempunyai daya tarik lain, yaitu kemudahan menanamkan dana di pasar modal.

Kemudahan menanamkan dana di pasar modal merupakan sifat likuiditas (mudah cair) dari suatu investasi. Investor bisa melakukan investasi hari ini pada perusahaan perbankan dan menggantinya minggu depan pada industri makanan. Dengan kata lain, investor dapat membeli sekuritas yang sekiranya akan memberikan *return* yang baik dan menjual sekuritas tersebut apabila sedang memerlukan dana atau menggantinya dengan sekuritas lain bila prospek sekuritas lain dipandang lebih menjanjikan. Kemudahan likuiditas seperti yang dijelaskan di atas tidak mungkin dijumpai pada investasi aset *real*, misalkan tanah. Perlu waktu berbulan-bulan atau bahkan bertahun-tahun untuk bisa menjual tanah.

Untuk menghindari kerugian, investor perlu menginvestasikan dananya pada beberapa aset atau saham, atau dengan kata lain investor membentuk suatu portofolio optimal. Portofolio optimal merupakan portofolio yang dipilih seorang investor dari sekian banyak pilihan yang ada pada kumpulan portofolio efisien [3]. Portofolio efisien adalah kombinasi atau kumpulan dari beberapa aset atau saham yang memberikan tingkat keuntungan harapan (*expected return*) yang setinggi-tingginya dengan risiko tertentu atau risiko yang sekecil-kecilnya dengan tingkat keuntungan harapan tertentu [1]

Portofolio merupakan suatu alat investasi pada saham dengan membagi modal ke sejumlah saham sesuai bobot atau persentase yang ditentukan oleh investor. Sulit untuk menentukan bobot yang tepat dalam portofolio sehingga diperoleh risiko investasi minimal. Hal ini disebabkan harga saham-saham berubah secara tidak menentu di setiap periode. Investor yang membentuk portofolio dengan memilih bobot sesuai keinginan, tanpa perhitungan, dan tanpa pertimbangan akan berpeluang kecil untuk memperoleh keuntungan. Oleh karena itu, perlu dibentuk suatu portofolio optimal.

Berbagai metode portofolio optimal telah berhasil ditemukan oleh para ahli. Seperti Portofolio *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), Portofolio *Multi-Objective*, Portofolio Markowitz, dan Portofolio *Mean Variance Efficient*. Semua metode portofolio optimal bertujuan untuk menghasilkan portofolio yang optimal berdasarkan kriteria masing-masing metode. Pada penelitian ini dipilih Portofolio *Mean Variance Efficient* karena analisisnya sederhana, hanya memerlukan satu input data saham, tidak mempertimbangkan tingkat suku bunga bank, tanpa koefisien pembobot, dan tanpa kombinasi *linear* dalam mencari bobot portofolio.

Portofolio *Mean Variance Efficient* merupakan portofolio yang bersifat meminimalkan variansi atau risiko investasi dengan rata-rata atau *mean return* tertentu. Pada Portofolio *Mean Variance Efficient* terdapat konstrain atau kendala yang membatasi portofolio. Artinya portofolio yang dihasilkan harus memenuhi konstrain tersebut. Jumlah konstrain ini bermacam-macam, bisa satu, dua, atau mungkin lebih sesuai kebutuhan peneliti. Pada penelitian ini dipilih dua konstrain yaitu bobot investasi dan rata-rata *return* portofolio, agar analisis portofolio tidak terlalu sulit dan sesuai kemampuan peneliti.

Berikut dijelaskan penurunan formula Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain. Diasumsikan bahwa matriks  $\Sigma$  adalah invertibel (menyatakan bahwa matriks tersebut juga definit positif, dengan kata lain semua nilai eigennya positif). Sehingga diperoleh portofolio dengan  $\mathbf{w}^t \Sigma \mathbf{w} > 0$  untuk semua  $\mathbf{w} \neq \mathbf{0}$ . Secara lebih formal, dicari vektor bobot ( $\mathbf{w}$ ) agar portofolio yang dibentuk mempunyai variansi yang minimum berdasarkan dua konstrain sebagai berikut :

- 1) Spesifikasi awal dari rata-rata *return*  $\bar{\mu}$  harus tercapai, yakni  $\mathbf{w}^t \boldsymbol{\mu}$ .

- 2) Jumlah dari bobot atau persentase dari portofolio yang terbentuk sama dengan satu, yaitu  $\mathbf{w}^t \mathbf{1}_p = 1$ .

Secara Matematika, permasalahan optimisasi di atas dapat diselesaikan dengan Fungsi Lagrange dengan dua konstrain (kendala), yaitu :

$$L(\mathbf{w}, \lambda_1, \lambda_2) = \mathbf{w}^t \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w} + \lambda_1 (\mathbf{w}^t \boldsymbol{\mu} - \bar{\mu}) + \lambda_2 (\mathbf{w}^t \mathbf{1}_p - 1) \quad (1)$$

Untuk mendapatkan penyelesaian nilai optimal dari  $\mathbf{w}$ , persamaan di atas diturunkan parsial terhadap  $\mathbf{w}$ , kemudian hasilnya disamakan dengan nol.

Untuk menerapkan portofolio, diperlukan data penutupan harga saham-saham yang ingin dibeli untuk investasi. Hal ini disebabkan penutupan harga saham adalah harga terakhir saham pada periode tertentu sehingga harga tidak berubah kecuali telah berganti periode. Harga saham dapat berubah dalam suatu periode yang dipengaruhi oleh beberapa faktor, salah satunya adalah keadaan keuangan perusahaan. Periode saham biasanya setiap hari kerja (Senin-Jum'at) selain hari libur nasional.

Agar saham yang dibeli menghasilkan keuntungan pada portofolio, perlu adanya suatu penilaian saham atau disebut juga indeks saham. Indeks saham menilai kinerja saham-saham dengan kriteria-kriteria tertentu yang ditentukan oleh pihak pembuat indeks saham tersebut. Indeks saham yang ada di dunia maupun di Indonesia jumlahnya sangat banyak karena biasanya satu negara memiliki lebih dari satu indeks saham. Misalnya NASDAQ dari Amerika Serikat, FTSE 100 dari Inggris, Nikkei 225 dari Jepang, dan Dow Jones dari Amerika Serikat. Untuk Indonesia sendiri juga terdapat banyak indeks saham, seperti Indeks LQ45, Jakarta Islamic Indeks, dan Kompas 100. Pada penelitian ini dipilih salah satu indeks yang ada di Indonesia yaitu Indeks LQ45, karena lebih mencerminkan kondisi *real* yang terjadi di bursa efek dan terkenal khususnya di Indonesia. Indeks LQ45 terdiri dari 45 saham di BEI dengan likuiditas yang tinggi dan kapitalisasi pasar yang besar serta lolos seleksi menurut beberapa kriteria pemilihan [3].

Agar diperoleh keuntungan yang lebih optimal, dari 45 saham Indeks LQ45 dipilih beberapa saham terbaik. Tandililin [3] dalam bukunya mengutip tentang rekomendasi jumlah saham minimal dalam portofolio yaitu 8-16 saham, 8-20 saham, 10-15 saham, 10-20 saham, 12-15 saham, 12-18 saham, 12 saham atau lebih, 15-20 saham, dan 20 saham. Dalam penelitian ini, peneliti membatasi dengan memilih 15 saham agar mudah mendapatkan saham yang memenuhi semua kriteria penelitian dan kesalahan perhitungan portofolio dapat diminimalisir. Kriteria-kriteria pada penelitian ini yaitu semua bobot yang dihasilkan portofolio bernilai positif, semua kovariansi antara dua saham bernilai positif, dan menghasilkan keuntungan yang positif.

Tujuan dari penelitian ini adalah memperoleh formula penentuan bobot investasi dan penerapannya pada Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain sehingga diperoleh risiko investasi minimal dari 15 saham Indeks LQ45.

## METODE

Penelitian ini adalah penelitian terapan yang diawali dengan analisis teori dan diikuti dengan penerapannya. Penelitian terapan bertujuan untuk menerapkan teori-teori tertentu. Penelitian terapan merupakan penelitian yang menerapkan suatu permasalahan Matematika dalam kehidupan.

Jenis data pada penelitian ini adalah data sekunder, yaitu data yang dikumpulkan oleh pihak lain. Sumber data daftar saham pada Indeks LQ45 diperoleh dari situs Infopersada ([infopersada.com/investasi/saham/lq45/171-daftar-saham-indeks-lq45.html](http://infopersada.com/investasi/saham/lq45/171-daftar-saham-indeks-lq45.html)) dan data penutupan harga masing-masing saham diperoleh dari situs Google Finance ([www.google.com/finance](http://www.google.com/finance)) pada tanggal 7 Maret 2017.

Populasi pada penelitian ini adalah 45 saham perusahaan pada Indeks LQ45. Sedangkan sampelnya dipilih 15 saham menggunakan teknik pemilihan sampel tanpa acak yaitu *purposive sampling*. *Purposive sampling* adalah teknik pengambilan sampel data dengan pertimbangan tertentu [2]. Dalam penelitian ini, pertimbangan tersebut adalah semua bobot yang dihasilkan portofolio bernilai positif, semua kovariansi antara dua saham bernilai positif, dan menghasilkan keuntungan yang positif.

Teknik pengumpulan data dilakukan dengan melakukan teknik dokumentasi yaitu dengan mencatat atau mengkopi data penutupan harga saham-saham pada Indeks LQ45 periode 9 November 2016 – 2 Maret 2017.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk memecahkan permasalahan penelitian dan teknik analisis data dalam penelitian ini adalah :

- 1) Mengkaji masalah yang terkait dengan portofolio.
- 2) Mengkaji prinsip penggunaan Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain sehingga diperoleh risiko investasi minimal.
- 3) Menerapkan portofolio ke dalam program komputer yaitu Microsoft Excel 2013.
- 4) Memilih 15 saham nomor urut 1 sampai 15 pada Indeks LQ45.
- 5) Mencari *return* masing-masing saham di setiap periode pada dua periode sebelumnya dengan rumus sebagai berikut :

$$r_{i,j-1} = \frac{h_{i,j} - h_{i,j-1}}{h_{i,j-1}} \quad (2)$$

dengan  $r_{i,j-1}$  adalah *return* saham ke- $i$  periode ke- $j - 1$  dan  $h_{i,j}$  adalah penutupan harga saham ke- $i$  periode ke- $j$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, p$  dan  $j = 2, 3, 4, \dots, n - 1, n$ .

- 6) Mencari rata-rata (nilai harapan) dan variansi (risiko) *return* masing-masing saham pada dua periode sebelumnya dengan fungsi *average* dan *var*. Rata-rata yang diperoleh akan menjadi komponen pada vektor  $\boldsymbol{\mu}$  di mana baris ke- $i$

menunjukkan rata-rata *return* saham ke- $i$ , dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, p$ .

- 7) Mencari kovariansi *return* antara dua saham yang berbeda pada dua periode sebelumnya dengan fungsi *covar*. Variansi dan kovariansi yang diperoleh akan menjadi entri pada matriks  $\Sigma$  di mana baris ke- $i$  dan kolom ke- $k$  menunjukkan variansi *return* saham ke- $i$  untuk  $i = k$  dan menunjukkan kovariansi *return* antara saham ke- $i$  dan saham ke- $k$  untuk  $i \neq k, i, k = 1, 2, 3, \dots, p$ .
- 8) Menentukan rata-rata *return* investasi yang ingin dicapai ( $\bar{\mu}$ ). Di mana dalam penelitian ini ditentukan dengan rata-rata dari rata-rata *return* saham-saham yang dipilih.
- 9) Jika  $\bar{\mu}$  bernilai positif, maka lanjut ke langkah 10. Jika tidak, ganti saham yang memiliki rata-rata *return* terendah dengan saham nomor urut selanjutnya pada Indeks LQ45 dan kembali ke langkah 5.
- 10) Menemukan nilai bobot investasi ( $\mathbf{w}$ ) sesuai formula yang diperoleh pada Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain.
- 11) Jika diperoleh bobot investasi positif, keuntungan positif, dan semua kovariansi positif, maka lanjut ke langkah 12. Jika tidak, ganti saham yang memiliki kovariansi tidak positif atau memiliki bobot terendah dengan saham nomor urut selanjutnya pada Indeks LQ45 dan kembali ke langkah 5.
- 12) Melakukan investasi atau membeli saham sesuai bobot yang diperoleh ( $\mathbf{w}$ ) dengan memasukkan modal, harga beli, dan harga jual saham ke portofolio sehingga diperoleh keuntungan dan risiko investasi tersebut.
- 13) Menyimpulkan hasil yang diperoleh berdasarkan teori yang telah dipelajari.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain merupakan suatu alat investasi pada berbagai saham yang menghasilkan rata-rata *return* tertentu dan variansi *return* yang minimal dengan dua konstrain (kendala). Konstrain-konstrain tersebut adalah :

- 1) Tercapainya rata-rata *return* investasi tertentu, yaitu  $\mathbf{w}^t \boldsymbol{\mu} = \bar{\mu}$ .
- 2) Jumlah bobot pada portofolio bernilai 1 atau 100%, yaitu  $\mathbf{w}^t \mathbf{1}_p = 1$ .

Model portofolio ini menggunakan Metode Pengali Lagrange untuk optimisasi yang memuat turunan parsial. Untuk itu, dibentuk suatu Fungsi Lagrange  $L$  yang akan dioptimisasi sebagai berikut :

$$L(x, \lambda_1, \lambda_2) = f(x) + \lambda_1[g(x) - c] + \lambda_2[h(x) - d] \quad (3)$$

Karena Fungsi Lagrange  $L$  dioptimisasi terhadap vektor bobot  $\mathbf{w}$ , maka ganti peubah  $x$  menjadi peubah  $\mathbf{w}$  sehingga diperoleh :

$$L(\mathbf{w}, \lambda_1, \lambda_2) = f(\mathbf{w}) + \lambda_1[g(\mathbf{w}) - c] + \lambda_2[h(\mathbf{w}) - d] \quad (4)$$

Selanjutnya, masukkan fungsi tujuan ( $f(\mathbf{w})$ ) dan fungsi-fungsi konstrain ( $g(\mathbf{w}) - c$  dan  $h(\mathbf{w}) - d$ ) dan diperoleh :

$$L(\mathbf{w}, \lambda_1, \lambda_2) = \mathbf{w}^t \Sigma \mathbf{w} + \lambda_1(\mathbf{w}^t \boldsymbol{\mu} - \bar{\mu}) + \lambda_2(\mathbf{w}^t \mathbf{1}_p - 1) \quad (5)$$

Untuk mendapatkan nilai optimal dari  $\mathbf{w}$ , maka persamaan (5) diturunkan secara parsial terhadap  $\mathbf{w}$ , kemudian hasilnya disamakan dengan nol. Diperoleh sebagai berikut :

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} \left( \mathbf{w}^t \Sigma \mathbf{w} + \lambda_1(\mathbf{w}^t \boldsymbol{\mu} - \bar{\mu}) + \lambda_2(\mathbf{w}^t \mathbf{1}_p - 1) \right) \quad (6)$$

$$= 2\Sigma \mathbf{w} + \lambda_1 \boldsymbol{\mu} + \lambda_2 \mathbf{1}_p \quad (7)$$

Turunan parsial  $L$  terhadap vektor  $\mathbf{w}$  artinya adalah turunan parsial  $L$  terhadap masing-masing  $w_1, w_2, \dots, w_p$ . Proses diferensiasi ini menghasilkan vektor berukuran  $p \times 1$ . Dengan menyamakan dengan nol persamaan (7), diperoleh hasil sebagai berikut :

$$2\Sigma \mathbf{w} = -\lambda_1 \boldsymbol{\mu} - \lambda_2 \mathbf{1}_p \quad (8)$$

atau

$$\Sigma \mathbf{w} = -\frac{\lambda_1}{2} \boldsymbol{\mu} - \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{1}_p \quad (9)$$

Sehingga diperoleh :

$$\mathbf{w} = -\frac{\lambda_1}{2} \Sigma^{-1} \boldsymbol{\mu} - \frac{\lambda_2}{2} \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p \quad (10)$$

Matriks  $\Sigma$  merupakan matriks simetris sehingga inversnya juga merupakan matriks simetris. Karena  $\Sigma^{-1}$  merupakan matriks simetris, maka  $(\Sigma^{-1})^t = \Sigma^{-1}$  sehingga diperoleh :

$$\mathbf{w}^t = -\frac{\lambda_1}{2} \boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} - \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \quad (11)$$

Selanjutnya dicari nilai peubah  $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$  sehingga diperoleh  $\mathbf{w}$  yang optimal. Untuk itu, substitusikan persamaan (9), (10), dan (11) ke Fungsi Lagrange  $L$  dan diperoleh :

$$L = -\frac{\lambda_1^2}{4} \boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \boldsymbol{\mu} - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2} \boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p - \frac{\lambda_2^2}{4} \mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p - \lambda_1 \bar{\mu} - \lambda_2 \quad (12)$$

Persamaan (12) merupakan fungsi dari peubah  $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$ . Jika  $L$  diturunkan parsial terhadap  $\lambda_1$  dan disamakan dengan nol, maka diperoleh :

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = -\frac{\lambda_1}{2} \boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \boldsymbol{\mu} - \frac{\lambda_2}{2} \boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p - \bar{\mu} = 0 \quad (13)$$

Jika  $L$  diturunkan parsial terhadap  $\lambda_2$  dan disamakan dengan nol, maka diperoleh :

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = -\frac{\lambda_1}{2} \boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p - \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p - 1 = 0 \quad (14)$$

$$-\frac{\lambda_2}{2} = \frac{\frac{\lambda_1}{2} \boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p + 1}{\mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p}$$

Selanjutnya, melalui proses substitusidiperoleh :

$$-\frac{\lambda_1}{2} = \frac{(\mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p) \bar{\mu} - \boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p}{(\mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)(\boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \boldsymbol{\mu}) - (\boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)^2} \quad (15)$$

dan

$$-\frac{\lambda_2}{2} = \frac{(\boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \boldsymbol{\mu}) \bar{\mu} - (\boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)}{(\mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)(\boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \boldsymbol{\mu}) - (\boldsymbol{\mu}^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)^2} \quad (16)$$

Turunan parsial kedua  $L$  terhadap  $\mathbf{w}$ ,  $\frac{\partial^2 L}{\partial \mathbf{w}^t \partial \mathbf{w}} = 2\Sigma > \mathbf{0}$ . Hal ini menunjukkan bahwa  $\mathbf{w}$  yang diperoleh benar-benar meminimalkan nilai  $L$ , dan  $\mathbf{w}$  yang diperoleh memberikan risiko terkecil dari  $\mathbf{w}$  yang lain. Dengan

proses substitusi, diperoleh solusi Fungsi Lagrange pada persamaan untuk mendapatkan nilai  $w$  yaitu :

$$w = \left( \frac{(\mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p) \bar{\mu} - \mu^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p}{(\mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)(\mu^t \Sigma^{-1} \mu) - (\mu^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)^2} \right) \Sigma^{-1} \mu + \left( \frac{(\mu^t \Sigma^{-1} \mu) - \bar{\mu}(\mu^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)}{(\mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)(\mu^t \Sigma^{-1} \mu) - (\mu^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)^2} \right) \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p \quad (17)$$

Dalam aplikasi Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain pada 15 saham Indeks LQ45 diperlukan data penutupan harga 15 saham Indeks LQ45, di mana pada penelitian ini diambil data dalam empat bulan yaitu pada tanggal 9 November 2016 – 2 Maret 2017.

Pada penelitian ini, aplikasi dibantu dengan bantuan perangkat lunak Microsoft Excel 2013. Aplikasi dilakukan pada saham : (1). Telekomunikasi Indonesia (Persero) Tbk., (2). Adhi Karya (Persero) Tbk., (3). Semen Indonesia (Persero) Tbk., (4). Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk., (5). Sri Rejeki Isman Tbk., (6). Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk., (7). Bank Tabungan Negara (Persero) Tbk., (8). Surya Citra Media Tbk., (9). Astra *International* Tbk., (10). AKR Corporindo Tbk., (11). Indofood Sukses Makmur Tbk., (12). Bank Mandiri (Persero) Tbk., (13). H. M. Sampoerna Tbk., (14). Tambang Batu bara Bukit Asam (Persero) Tbk., dan (15). Jasa Marga (Persero) Tbk. Daftar saham Indeks LQ45 diambil dari [infopersada.com/investasi/saham/lq45/171-daftar-saham-indeks-lq45.html](http://infopersada.com/investasi/saham/lq45/171-daftar-saham-indeks-lq45.html), sedangkan data penutupan harga sahamnya diambil dari [www.google.com/finance](http://www.google.com/finance) (tanggal 7 Maret 2017).

Diperoleh Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain pada 15 saham Indeks LQ45 dengan rata-rata *return* 0,07% dan risiko 0,01% (variansi *return* portofolio). Pada penelitian ini, jika modal sebesar Rp. 50.000.000,-, maka diperoleh keuntungan sebesar Rp. 367.309,-. Keuntungan yang diperoleh ini bergantung pada rata-rata *return* dan risiko investasi. Jika rata-rata

*return* tinggi, maka keuntungan juga akan tinggi, begitu juga sebaliknya. Jika risiko investasi tinggi, maka keuntungan akan berbeda jauh dari Rp. 367.309,- dan begitu sebaliknya, bisa lebih atau kurang.

#### SIMPULAN

Melalui langkah-langkah pembentukan Fungsi Lagrange, turunan parsial, dan substitusi peubah, maka diperoleh formula dalam menentukan bobot investasi pada Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain sebagai berikut :

$$w = \left( \frac{(\mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p) \bar{\mu} - \mu^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p}{(\mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)(\mu^t \Sigma^{-1} \mu) - (\mu^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)^2} \right) \Sigma^{-1} \mu + \left( \frac{(\mu^t \Sigma^{-1} \mu) - \bar{\mu}(\mu^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)}{(\mathbf{1}_p^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)(\mu^t \Sigma^{-1} \mu) - (\mu^t \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p)^2} \right) \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p \quad (18)$$

dengan konstrain bobot ( $w^t \mathbf{1}_p = 1$ ) dan rata-rata *return* investasi ( $w^t \mu = \bar{\mu}$ ).

Aplikasi formula penentuan bobot investasi dengan Portofolio *Mean Variance Efficient* Dua Konstrain dilakukan pada 15 saham dari 45 saham dalam Indeks LQ45. Dengan bantuan aplikasi Microsoft Excel 2013 dalam perhitungan, dari modal sebesar Rp. 50.000.000,- diperoleh keuntungan sebesar Rp. 367.309,-, rata-rata *return* 0,07%, dan risiko 0,01%.

#### REFERENSI

- [1] Fabozzi, Frank J. & Markowitz, Harry M. (eds). 2011. *The Theory and Practice of Investment Management Second Edition Asset Allocation, Valuation, Portfolio Construction, and Strategies*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- [2] Sugiono. 2010. *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif & RND*. Bandung: Alfabeta.
- [3] Tandililin, Eduardus. 2010. *Portofolio dan Investasi Teori dan Aplikasi Edisi Pertama*. Yogyakarta: Penerbit Kanisus.
- [4] Widjajanta, Bambang & Widyaningsih, Aristanti. 2009. *Mengasah Kemampuan Ekonomi untuk Kelas X SMA/MA*. (ed). Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional Tahun 2009.