Penentuan Harga Opsi dengan Model *Black-Scholes* Menggunakan Metode Beda Hingga *Center Time Center Space* (CTCS)

Welgi Okta Irawan#1, Media Rosha*2, Dony Permana*3

#Student of Mathematics Department, Universitas Negeri Padang
**Lecturer of Mathematics Department, Universitas Negeri Padang*
Jl. Prof. Dr. Hamka, Padang, Indonesia

1welgiokta01@gmail.com
2mediarosha@gmail.com
3donypermana27@gmail.com

Abstract – *Stock options is defined as a contract between two parties that the person who buy the contract have the right to buy or sell some stocks at a price and a certain period. To generate the profit, investor have to calculate the fear price from the options how the options price can be bought or sold. The Black-Scholes Model is one of model for calculating the option price. By a method of finite difference CTCS, investor can calculate option price which previously formed in the Black-Scholes Model. This research aims to establish the option pricing formula with Black-Scholes Models using finite difference methods CTCS and apply it. For the example, it is determined the option price Apple (AAPL) stocks from the American stock exchange (NASDAQ). It is obtained bought option price and sold option price at 28 July 2017 are $5.2558 and $ 0.9734. The price of bought option in the market is $5.67 (>$5.2558), so investor have to sell bought option. The price of sold option in the market is $1.32 (>$0.9734), so investor have to sell sold option.*

Keywords – Stock Option, Black-Sholes Model, Finite Difference Method, CTCS

Abstrak– Opsi saham adalah sebuah kontrak antara dua pihak di mana pihak yang membeli kontrak mempunyai hak untuk membeli atau menjual sejumlah tertentu saham pada harga dan waktu yang telah ditentukan. Untuk menghasilkan keuntungan, investor harus dapat menghitung harga wajar dari opsi di mana harga opsi bisa dibeli atau dijual. Model *Black-Scholes* adalah salah satu model untuk menghitung harga opsi. Dengan metode beda hingga CTCS, investor dapat menghitung harga opsi yang sebelumnya dibentuk dalam model *Black-Scholes*. Penelitian ini bertujuan untuk membentuk formula penentuan harga opsi dengan model *Black-Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS dan mengaplikasikannya. Aplikasi formula penentuan harga opsi pada saham *Apple* (AAPL) dari bursa saham Amerika yaitu NASDAQ. Diperoleh harga opsi beli dan opsi jual tanggal 28 Juli 2017 masing-masingnya adalah sebesar $5.2558 dan $0.9734. Harga opsi beli di pasar sebesar $5.67 (>$5.2558), maka investor hendaknya menjual opsi beli. Harga opsi jual di pasar sebesar $1.32 (>$0.9734) maka investor hendaknya menjual opsi jual.

Kata Kunci – Opsi Saham, Model *Black-Scholes*, Metode Beda Hingga, CTCS

PENDAHULUAN

Dalam menjalani aktivitas kehidupan sehari-hari, setiap orang memerlukan strategi untuk bertahan hidup. Strategi itu mencakup berbagai aspek bidang kehidupan, yaitu: bidang sosial, budaya, politik, ekonomi dan lain sebagainya. Dalam bidang ekonomi terdapat suatu strategi yang dinamakan dengan investasi.

Investasi adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan di masa datang [1]. Investasi disebut juga dengan penanaman modal. Orang yang melakukan kegiatan investasi disebut investor. Seorang investor dapat melakukan investasi dengan membeli sejumlah aset seperti emas, tanah, saham dan sebagainya. Investasi dalam bentuk aset bertujuan untuk memperoleh keuntungan dari kenaikan harga dimasa mendatang sebagai imbalan atas waktu dan resiko yang terkait dengan investasi tersebut.

Ada dua jenis investasi, yaitu investasi pada aset real *(real assets)* dan investasi pada aset finansial *(financial assets)*. Investasi pada aset real adalah investasi dalam bentuk nyata, seperti tanah, emas, bangunan, mesin dan sebagainya. Sedangkan investasi pada aset finansial adalah investasi dalam bentuk surat berharga, seperti deposito, saham, obligasi dan sebagainya. Para investor dapat melakukan investasi pada aset real maupun pada aset finansial di pasar modal *(capital market).*

Martalena [2] pasar modal memiliki peran penting bagi perekonomian suatu negara karena pasar modal menjalankan dua fungsi, yaitu pertama sebagai sarana bagi yang membutuhkan dana atau perusahaan untuk mendapatkan dana dari investor. Kedua, pasar modal memiliki fungsi sebagai sarana bagi masyarakat untuk berinvestasi pada instrumen keuangan, seperti saham, obligasi, deposito dan sebagainya.

Di pasar modal, saham merupakan instrumen yang sering digunakan. Saham adalah surat berharga yang dijadikan sebagai bukti seorang investor memiliki hak kepemilikan atas suatu perusahaan. Sebagai salah satu instrumen investasi, saham juga memiliki resiko. Untuk meminimalkan resiko, investor dapat memperdagangkan instrumen derivatif. Instrumen derivatif adalah instrumen yang nilainya diturunkan atau berasal dari produk yang menjadi acuan pokok. Salah satu instrumen derivatif yaitu opsi.

Opsi adalah kontrak resmi yang memberikan hak (bukan kewajiban) untuk membeli atau menjual sejumlah tertentu instrumen yang dijadikan dasar kontrak pada harga tertentu dan dalam jangka waktu yang telah ditentukan. Ada dua jenis opsi yang dikenal, yaitu opsi beli *(call option)* dan opsi jual *(put option)*. Opsi beli adalah opsi yang memberikan hak (bukan kewajiban) kepada pemegangnya untuk membeli sejumlah tertentu dari sebuah instrumen yang menjadi dasar kontrak tersebut dengan jumlah tertentu pada waktu dan harga yang telah ditentukan. Opsi jual adalah opsi yang memberikan hak (bukan kewajiban) kepada pemegangnya untuk menjual sejumlah tertentu dari instrumen yang menjadi dasar kontrak tersebut dengan jumlah tertentu pada waktu dan harga yang telah ditentukan.

Aset atau instrumen yang menjadi dasar sebuah kontrak opsi disebut *underlying asset. Exercise price* atau sering juga disebut *strike price* merupakan harga yang telah disepakati dalam kontrak opsi tersebut. Sedangkan *expiration date* atau dapat diartikan sebagai waktu jatuh tempo, merupakan waktu yang disepakati untuk transaksi opsi dapat dilaksanakan. Jika pemegang opsi melaksanakan haknya untuk membeli atau menjual, maka dikenal dengan istilah *exercise*.

Dalam perdagangan opsi dikenal Opsi tipe Eropa dan tipe Amerika. Opsi tipe Eropa adalah opsi yang dapat dilaksanakan pada saat jatuh tempo saja, sedangkan opsi tipe Amerika adalah opsi yang dapat dilaksanakan setiap saat hingga waktu jatuh tempo.

Salah satu opsi saham yang menarik perhatian dari banyak investor yaitu saham *Apple*. *Apple* merupakan sebuah perusahaan multinasional yang bergerak di bidang perancangan, pengembangan, dan penjualan barang-barang yang meliputi elektronik, perangkat lunak komputer serta komputer pribadi.

Di Bursa Efek Indonesia, kontrak opsi disebut sebagai kontrak opsi saham (KOS) yaitu adalah efek yang memuat hak beli pada opsi beli atau hak jual pada opsi jual atas saham induk (saham acuan) dalam jumlah dan harga pelaksanaan (*strike price* atau *exercise price*) tertentu serta berlaku dalam periode tertentu.

Hak beli pada opsi beli adalah suatu kontrak di mana pembeli (*taker*) KOS diberi hak oleh penjual (*writer*) KOS untuk membeli saham acuan (saham induk) dalam jumlah dan harga pelaksanaan serta berlaku dalam periode tertentu. Hak jual pada opsi jual adalah suatu kontrak di mana pembeli KOS diberi hak oleh penjual KOS untuk menjual saham acuan dalam jumlah dan harga pelaksanaan serta berlaku dalam jangka waktu tertentu. *Strike price* / *exercise price* merupakan harga tebus atas suatu saham acuan KOS yang telah disepakati antara *writer* dan *taker* ketika terjadi perdagangan KOS yang dipertemukan dalam mesin perdagangan.

Ada hal yang perlu diperhitungkan pada perdagangan opsi saham agar para investor dapat menghasilkan *return* yang maksimal. Masalah yang umum terjadi pada perdagangan opsi saham yaitu kerugian yang dialami oleh investor. Salah satu faktor yang menyebabkan kerugian tersebut yaitu karena kurangnya pengetahuan tentang strategi yang akan digunakan untuk meminimalisir resiko dan memperoleh *return* yang maksimal.

Investor pemula yang tidak menggunakan strategi untuk menentukan harga opsi pasti akan sering mengalami kerugian dan akan cepat tenggelam dalam dunia investasi. Investor harus dapat menghitung harga dari opsi di mana harga opsi bisa dibeli atau dijual. Untuk mengatasi masalah tersebut, investor membutuhkan solusi untuk menghitung harga wajar dari opsi.

Salah satu solusi untuk menghitung harga wajar dari opsi yaitu model matematika untuk penentuan harga opsi. Model matematika yang lazim digunakan dan telah banyak diterima oleh para investor yaitu Model *Black-Scholes*. Model ini dikembangkan oleh Fisher Black dan Myron Scholes. Black dan Scholes mengasumsikan bahwa model ini menggunakan saham yang tidak memberikan dividen dan menggunakan lima variabel yang mempengaruhi harga opsi saham yaitu harga saham, *strike price / exercise price* yang ditetapkan, *expiration date* dari opsi, volatilitas harga saham yang diharapkan selama umur opsi, dan tingkat suku bunga jangka pendek selama umur opsi [3].

Bentuk model *Black-Scholes* berupa persamaan differensial parsial. Persamaan *Black-Scholes* untuk menentukan harga opsi adalah:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + rS\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = rV \qquad (1)$$

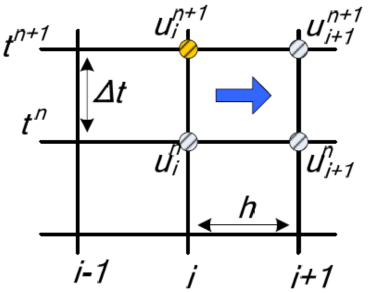
Dibutuhkan suatu metode untuk menyelesaikannya, salah satunya metode beda hingga. Secara umum metode beda hingga adalah metode yang mudah digunakan dalam penyelesaian problem fisis yang mempunyai bentuk geometri yang teratur [4]. Pada prinsipnya metode beda hingga ini mengganti turunan yang ada pada persamaan diferensial dengan diskritisasi beda hingga berdasarkan deret Taylor.

Metode ini akan membuat pendekatan terhadap harga-harga yang tidak diketahui pada setiap titik secara diskrit. Dimulai dengan pemodelan dari suatu benda dengan membagi-bagi dalam grid atau kotak-kotak hitungan kecil yang secara keseluruhan masih memiliki sifat yang sama dengan benda utuh sebelum terbagi menjadi bagian-bagian yang kecil.

Berdasarkan ekspansi deret Taylor, terdapat tiga skema beda hingga yang biasa digunakan dalam diskritisasi persamaan diferensial parsial, yaitu skema maju, skema mundur, dan skema tengah.

Skema maju

Pada skema maju, informasi pada titik hitung i dihubungkan dengan titik hitung $i+1$ yang berada di depannya.



Gambar 1. Skema Maju

Dengan menggunakan kisi beda hingga, maka skema maju biasa ditulis sebagai berikut,

Skema maju-ruang:

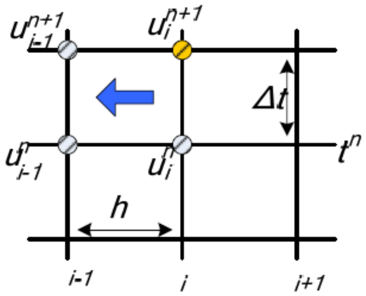
$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{h} \text{ atau } \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}}{h} \tag{2}$$

Skema maju-waktu:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i+1}^n}{\Delta t} \text{ atau } \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \tag{3}$$

Skema mundur

Pada skema mundur, informasi pada titik hitung i dihubungkan dengan titik hitung $i-1$ yang berada di belakangnya.



Gambar 2. Skema Mundur

Dengan menggunakan kisi beda hingga, maka skema mundur biasa ditulis sebagai berikut,

Skema mundur-ruang:

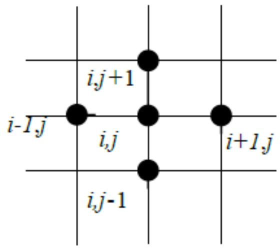
$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{h} \text{ atau } \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_i^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}}{h} \tag{4}$$

Skema mundur-waktu:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i-1}^{n+1} - u_{i-1}^n}{\Delta t} \text{ atau } \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \tag{5}$$

Skema tengah

Pada skema tengah, informasi pada titik hitung i dihubungkan dengan titik hitung $i+1$ yang berada di depannya dan titik hitung $i-1$ yang berada di belakangnya.



Gambar 3. Skema Tengah

Skema tengah terhadap ruang:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2\Delta x} \tag{6}$$

Dalam hal ini, diterapkan pada saham, maka persamaan di atas menjadi:

$$\frac{\partial u}{\partial S} = \frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2\Delta S} \tag{7}$$

dengan S adalah harga saham.

Skema tengah terhadap waktu:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_i^{j+1} - u_i^{j-1}}{2\Delta t} \tag{8}$$

Metode *Center Time Center Space* (CTCS) merupakan salah satu metode beda hingga yang dapat menyelesaikan persamaan differensial parsial secara numerik. Metode CTCS digunakan untuk menyelesaikan model *Black-Scholes* karena harga saham dipengaruhi oleh waktu yang sebelumnya dan waktu yang akan datang.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk membantu para investor menggunakan metode beda hingga CTCS sebagai alat untuk mencari harga opsi tipe Eropa yang sebelumnya dibentuk dalam model *Black-Scholes*. Agar para investor dapat menghitung harga dari opsi di mana opsi bisa dibeli atau dijual.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian terapan yang diawali dengan meninjau permasalahan, mengumpulkan bahan rujukan, mengaitkan teori-teori yang relevan dan diikuti dengan penerapannya. Jenis data pada penelitian ini adalah data sekunder, yaitu data yang dikumpulkan oleh pihak lain atau data yang telah tersedia. Populasi pada penelitian ini yaitu populasi berhingga, di mana populasinya adalah data harga penutupan saham *Apple* selama setahun. Pada penelitian ini sampel yang digunakan sama dengan populasi karena populasi yang digunakan hanya data dalam setahun.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam teknik analisis data adalah sebagai berikut:

1. Untuk memperoleh formula dari model penentuan harga opsi tipe Eropa dengan model *Black-Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS, teknik analisis data mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Mendiskritisasi model *Black-Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS
   b. Menyederhanakan model *Black-Scholes* yang telah didiskritisasi sampai diperoleh formula dari model penentuan harga opsi tipe Eropa
2. Untuk mendapatkan harga opsi tipe Eropa pada saham *Apple* dengan model *Black-Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS, teknik analisis data mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Mencari *returnnya* selama setahun terakhir
$$R_t = ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$
   dimana, R_t : *return*
   S_t : harga saham saat waktu t
   S_{t-1} : harga saham saat waktu $t-1$
   b. Mencari rata-rata *returnnya*
$$\overline{R_t} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} R_t$$
   dimana, $\overline{R_t}$: rata-rata *return*
   c. Mencari volatilitas harga saham
$$\sigma = \sqrt{k \times \frac{\sum_{t=1}^{n}(R_t - \overline{R_t})^2}{n-1}}$$
   dimana, σ : volatilitas harga saham
   k : jumlah hari perdagangan dalam satu tahun
   d. Memasukkan nilai volatilitas ke dalam formula yang telah didapatkan
   e. Menghitung harga opsi tipe Eropa dengan menggunakan aplikasi Matlab versi R2016b

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model *Black-Scholes* merupakan model untuk menentukan harga opsi saham tipe Eropa. Model ini memiliki bentuk berupa persamaan diferensial parsial. Sehingga kita dapat menentukan nilai opsi beli dan opsi jual secara numerik, dengan menggunakan metode beda hingga CTCS. Diketahui persamaan diferensial parsial *Black-Scholes* berikut:
$$\frac{\partial V}{\partial t} + rS\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = rV$$
dengan
$$0 \le S \le L$$
$$0 \le t \le T$$
Diasumsikan bahwa harga saham tidak melewati harga tertinggi L, sehingga saham S dibatasi dengan $0 \le S \le L$.

Persamaan *Black-Scholes* ditransformasi agar dapat digunakan untuk menentukan harga opsi. Akan ditentukan syarat awal dan syarat batas untuk harga opsi beli dan opsi jual.

Persamaan diferensial parsial *Black-Scholes* yang telah ditransformasikan menjadi
$$\frac{\partial V}{\partial \tau} - rS\frac{\partial V}{\partial S} - \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rV = 0$$
dengan
$$0 \le S \le L$$
$$0 \le \tau \le T$$
Syarat awal:
Opsi Beli
$$C(S, \tau = 0) = maks(S(0) - E\,, 0) = V(S, 0)$$
Opsi Jual
$$P(S, \tau = 0) = maks\big(E - S(0)\big)\,, 0) = V(S, 0)$$
Syarat batas:
Opsi Beli
$$C(0, \tau) = 0 = V(0, \tau)$$
$$C(L, \tau) = L = V(L, \tau)$$
Opsi Jual
$$P(0, \tau) = Ee^{-r\tau} = V(0, \tau)$$
$$P(L, \tau) = 0 = V(L, \tau)$$

Interval S dan τ akan di diskritisasi dengan panjang selang masing-masing adalah h dan k, maka $h = \Delta s = \frac{L}{M}$ dan $k = \Delta t = \frac{T}{N}$, dengan M dan N masing-masing adalah jumlah titik selang pada interval S dan τ, dimana i merupakan titik selang pada S dan n merupakan titik selang pada τ.

Selanjutnya persamaan *Black-Scholes* akan dikonversi dengan metode beda hingga CTCS dititik $(S_i, \tau_n) = (ih, nk)$. Dengan skema tengah terhadap waktu $\frac{\partial V}{\partial \tau}$, terhadap ruang (saham) $\frac{\partial V}{\partial S}$ dan $\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}$, akan disubstitusikan:
$$S = ih$$
$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \frac{V_i^{n+1} - V_i^{n-1}}{2k}$$
$$\frac{\partial V}{\partial S} = \frac{V_{i+1}^{n} - V_{i-1}^{n}}{2h}$$
$$\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = \frac{V_{i-1}^{n} - 2V_i^{n} + V_{i-1}^{n}}{h^2}$$
Maka persamaan diferensial parsial *Black-Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS:
$$\frac{V_i^{n+1} - V_i^{n-1}}{2k} - r(ih)\left(\frac{V_{i+1}^{n} - V_{i-1}^{n}}{2h}\right) - \frac{1}{2}\sigma^2 (ih)^2\left(\frac{V_{i-1}^{n} - 2V_i^{n} + V_{i+1}^{n}}{h^2}\right) + rV_i^n = 0$$
Selanjutnya persamaan diatas dikalikan dengan $2k$, maka didapat:
$$V_i^{n+1} - V_i^{n-1} - rik(V_{i+1}^{n} - V_{i-1}^{n}) - \sigma^2 i^2 k(V_{i-1}^{n} 2V_i^{n} + V_{i+1}^{n}) + 2rkV_i^n = 0$$
Agar formula bisa digunakan untuk menghitung setiap nilai yang belum diketahui pada titik selang yang ada, maka disederhanakan bentuknya menjadi
$$V_i^{n+1} = V_i^{n-1} - 2rkV_i^n + rik(V_{i+1}^{n} - V_{i-1}^{n}) + \sigma^2 i^2 k(V_{i-1}^{n} - 2V_i^{n} + V_{i+1}^{n})$$

Persamaan di atas dapat ditulis alam bentuk sederhana:

$$V^{n+1} = V^{n-1} + WV^n + Z$$

dengan

$$V^{n+1} = \begin{bmatrix} V_1^{n+1} \\ V_2^{n+1} \\ \vdots \\ V_{M-1}^{n+1} \end{bmatrix}$$

$$V^n = \begin{bmatrix} V_1^n \\ V_2^n \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{M-1}^n \end{bmatrix}$$

$$V^{n-1} = \begin{bmatrix} V_1^{n-1} \\ V_2^{n-2} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{M-1}^{n-1} \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} k(\sigma^2 k - r)V_0^n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ k(M-1)(\sigma^2(M-1)+r)V_M^n \end{bmatrix}$$

$$W = (-2rk)I + \sigma^2 k D_2 T_2 + rkD_1 T_1$$

dimana,

$$D_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2 & 0 & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 3 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & M-1 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 1^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2^2 & 0 & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 3^2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & (M-1)^2 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & \cdots & \cdots & \vdots \\ 0 & -1 & 0 & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \cdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 1 & -2 & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & -2 & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Dengan V_0^n dan V_M^n adalah syarat batas nilai opsi.
Syarat batas untuk opsi beli:

$$V_0^n = 0$$

$$V_M^n = L$$

Syarat batas untuk opsi jual:

$$V_0^n = Ee^{-r\tau}$$

$$V_M^n = 0$$

Syarat awal untuk opsi beli dan jual tipe Eropa dalam bentuk matriks adalah:
Syarat awal opsi beli

$$V^{(0)} = \begin{bmatrix} V_1^0 \\ V_2^0 \\ \vdots \\ V_{M-1}^0 \end{bmatrix}$$

dengan $V_i^0 = maks(S_i - E\,, 0) = maks(ih - E\,, 0)$.
Syarat awal opsi jual

$$V^{(0)} = \begin{bmatrix} V_1^0 \\ V_2^0 \\ \vdots \\ V_{M-1}^0 \end{bmatrix}$$

dengan $V_i^0 = maks(E - S_i\,, 0) = maks(E - ih\,, 0)$.

Dalam aplikasi formula penentuan harga opsi dengan model *Black-Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS perlu diketahui nilai beberapa parameter, diantaranya harga saham awal/saat ini (S_0), harga pelaksanaan/*strike price/exercise price* (E), tingkat suku bunga (r), waktu jatuh tempo (T), banyak partisi harga saham (M), banyak partisi waktu (N) dan harga saham maksimum (L) dimana $0 \leq S \leq L$. Untuk mendapatkan hasil yang baik, nilai N yang dipilih adalah sebanyak hari waktu jatuh tempo T dan untuk nilai M adalah yang tidak terlalu besar saja sudah cukup.

Pada penelitian ini, aplikasi akan dilakukan dengan bantuan program Matlab Versi R2016b. Sehingga dibutuhkan sebuah algoritma untuk mencari solusi numeriknya. Algoritma untuk menentukan harga opsi dengan model *Black-Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS adalah sebagai berikut:

1. *Input* nilai $S_0, L, E, N, M, T, \sigma, r$
2. Kemudian tentukan nilai $k = \frac{T}{N}$ dan $h = \frac{L}{M}$
3. Tentukan syarat awal untuk menentukan harga opsi
   Syarat awal opsi beli
   $V_i^0 = maks(S_i - E\,, 0) = maks(ih - E\,, 0)$
   Syarat awal opsi jual
   $V_i^0 = maks(E - S_i\,, 0) = maks(E - ih\,, 0)$
4. Tentukan syarat batas untuk menentukan harga opsi
   Syarat batas untuk opsi beli:
   $V_0^n = 0$
   $V_M^n = L$
   Syarat batas untuk opsi jual:
   $V_0^n = Ee^{-r\tau}$
   $V_M^n = 0$
5. Hitung harga opsi pada masing-masing titik selang yang diinginkan dengan menggunakan formula yang telah didapatkan.

Aplikasi akan diterapkan pada saham *Apple* yang disimbolkan dengan AAPL dari bursa saham Amerika yaitu NASDAQ lalu memberikan rekomendasi untuk investor. Untuk mengestimasi volatilitas harga saham (σ), akan digunakan data penutupan harga saham *Apple* (AAPL) yang dikumpulkan dalam frekuensi harian 5 Juli 2016 sampai 3 Juli 2017 dengan total pengamatan sebanyak 252 data. Data diambil dari www.finance.yahoo.com

Berdasarkan data penutupan harga saham AAPL, diestimasi volatilitas harga saham AAPL yaitu $\sigma = 0.180090066 \approx 0.18$ = 18%. Harga saham AAPL di pasar pada tanggal 3 Juli 2017 (S_0) yaitu \$144.09, dengan tingkat suku bunga Amerika (r) pada saat itu yaitu 1.25%, harga eksekusi (E) \$140 dan waktu jatuh tempo opsi saham tersebut 20 hari sampai tanggal 28 Juli 2017 ($\tau = 20/365$). Maka harga opsi beli dan opsi jual dapat ditentukan dengan model *Black Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS yang telah diperoleh melalui bantuan aplikasi Matlab versi R2016b. Diperoleh harga opsi beli dan opsi jual tipe Eropa tanggal 28 Juli 2017 masing-masingnya adalah sebesar \$5.2558 untuk opsi beli dan \$0.9734 untuk opsi jual.

Harga opsi beli di pasar sebesar \$5.67(>\$5.2558), maka investor hendaknya menjual opsi beli. Hal ini dikarenakan opsi beli tersebut dalam keadaan *overprice* (menurut BS-CTCS), yaitu harga opsi beli di pasar lebih besar dari harga opsi beli yang ditentukan dengan model *Black-Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS.

Harga opsi jual di pasar sebesar \$1.32(>\$0.9734), maka investor hendaknya menjual opsi jual. Hal ini dikarenakan opsi jual tersebut dalam keadaan *overprice* (menurut BS-CTCS), yaitu harga opsi jual di pasar lebih besar dari harga opsi jual yang ditentukan dengan model *Black-Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS.

KESIMPULAN

Formula penentuan harga opsi tipe Eropa dengan model *Black-Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS:

$$V^{n+1} = V^{n-1} + WV^n + Z$$

dimana , V : harga opsi

W : faktor - faktor yang mempengaruhi harga opsi saat ini

Z : faktor - faktor yang mempengaruhi harga opsi saat opsi berada pada nilai batasnya

Dengan menggunakan formula penentuan harga opsi tipe Eropa pada saham *Apple* dengan model *Black-Scholes* menggunakan metode beda hingga CTCS diperoleh harga opsi beli dan opsi jual tanggal 28 Juli 2017 masing-masingnya adalah sebesar \$5.2558 dan \$0.9734. Harga opsi beli di pasar sebesar \$5.67(>\$5.2558), maka investor hendaknya menjual opsi beli. Harga opsi jual di pasar sebesar \$1.32(>\$0.9734), maka investor hendaknya menjual opsi jual.

REFERENSI

[1] Tandelilin, E. 2010. *Portofolio dan Investasi.*Yogyakarta: Kanisius.

[2] Martalena dan Maya Melinda. 2011. *Pengantar Pasar Modal*. Yogyakarta: Andi Yogyakarta.

[3] Black, F dan Scholes, M. 1973. *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. The Journal of Political Economy.

[4] Li, Ronghua. 2010. *Generalized Difference Methods for Differential Equations: Numerical Analysis of Finite Volume Methods*. New York: Marcel Dekker.