

# Model Fenomena Imbibisi Kontra-Arus pada Media Berpori Homogen dalam Arah Horizontal

Vhinasy Andari<sup>#1</sup>, Muhammad Subhan<sup>\*2</sup>, Riry Sriningsih<sup>\*3</sup>

<sup>#</sup>*Student of Mathematics Department State Universitas Negeri Padang, Indonesia*

<sup>\*</sup>*Lecturers of Mathematics Department State Universitas Negeri Padang, Indonesia*

<sup>1</sup>andarivhinasy@gmail.com

<sup>2</sup>13subhan@gmail.com

<sup>3</sup>srirysriningsih@yahoo.com

**Abstract** –The imbibition phenomenon is spontaneous flow of injected liquid (water) to the medium, causing displacement of native liquid (oil) to production wells. This phenomenon occurs in homogeneous porous medium. If oil is still in the medium then oil production is not yet optimally. To observe and analyze the phenomenon we use mathematical model. This model of imbibition phenomenon in form of nonlinear partial differential equations and the solution can be determined. The analysis represents soil that can be produced optimally if the saturation of water is increasing with respect to period as well as with respect to distance.

**Keywords** – Mathematical Model, Imbibition Phenomenon, Homogeneous Porous Medium, Partial Differential Equations

**Abstrak** – Fenomena imbibisi yaitu aliran spontan dimana cairan yang disuntikan (air) ke dalam media menyebabkan cairan yang menempati media (minyak) dapat berpindah ke sumur produksi. Fenomena ini terjadi di dalam media berpori homogen. Apabila minyak masih menempati media maka produksi minyak belum optimal. Untuk mengamati dan menganalisis fenomena tersebut dibentuklah model matematikanya. Model fenomena imbibisi tersebut berbentuk persamaan diferensial parsial nonlinear yang solusinya dapat ditentukan. Hasil analisis menyatakan bahwa minyak dapat diproduksi secara optimal jika saturasi air meningkat sesuai dengan periode dan jarak aliran fluida.

**Kata kunci** – Model Matematika, Fenomena Imbibisi, Media Berpori Homogen, Persamaan Diferensial Parsial

## PENDAHULUAN

Pada saat penginjeksian air ke silinder berpori adanya suatu fenomena imbibisi. Imbibisi yaitu suatu aliran fluida dimana saturasi fasa pembasah (air) meningkat sedangkan saturasi fasa non-pembasah (minyak) menurun [1]. Fenomena imbibisi itu sendiri merupakan suatu kejadian dimana aliran dari air yang diinjeksikan ke dalam silinder berpori dapat mengisi semua pori dari silinder tersebut sehingga air menggantikan minyak yang awalnya menempati pori-pori dari silinder.

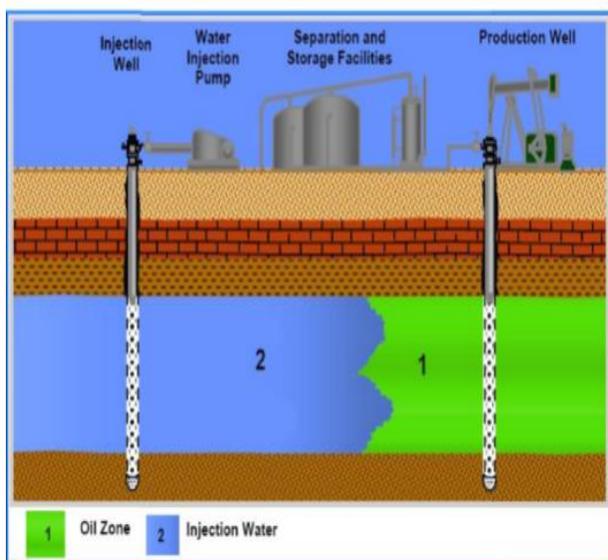
Silinder berpori merupakan batuan yang berpori-pori (yang mempunyai rongga kosong) dan bersifat *permeabel* (dapat dilewati oleh suatu zat [5]). Silinder berpori mempunyai kemampuan untuk meloloskan fluida yang melewatinya. Kemampuan yang dimiliki silinder disebut dengan permeabilitas batuan. Permeabilitas batuan dapat memisahkan fluida yang berada di dalam batuan (minyak, gas, dan air) secara fisis karena perbedaan densitasnya [6]. Minyak dan gas yang memiliki massa jenis lebih ringan daripada air akan bergerak naik

sampai permukaan sebagai rembesan atau terperangkap di dalam jebakan lalu berhenti dan terakumulasi sampai perangkat itu terisi penuh (jenuh). Fluida yang terakumulasi dalam silinder berpori ini dapat bergerak ke arah sumur produksi di bawah pengaruh tekanan yang dimiliki ataupun yang diberikan dari luar. Suatu silinder berpori (*reservoir*) minyak tersebut harus memiliki tiga unsur utama yaitu batuan *reservoir*, lapisan penutup, dan perangkat *reservoir* [11].

Pada silinder berpori ini terdapat fenomena imbibisi dalam aliran fasa ganda, yaitu aliran dua cairan (minyak dan air) yang bercampur dan mengalir secara spontan ke satu arah [2]. Fenomena imbibisi dalam aliran fasa ganda mengalir selama proses perpindahan melalui silinder berpori dalam arah horizontal dengan tekanan kapiler. Tekanan kapiler dari silinder berpori hanya sebagai perbedaan tekanan dari dua cairan yang mengalir di seluruh permukaan silinder [3]. Fenomena ini terjadi karena adanya perbedaan perembesan dari dua cairan yang bercampur melalui silinder tersebut. Ketika perembesan cairan pada silinder berpori dan kedua cairan

tersebut bercampur akan menimbulkan aliran spontan yang membasahi silinder dalam satu arah. Fenomena itulah yang disebut dengan fenomena imbibisi kontra- arus.

Fenomena imbibisi kontra- arus terjadi selama proses pemulihan sekunder saat air yang disuntikan ke dalam silinder berpori dengan saturasi (kejenuhan) tertentu untuk mendorong cairan asli (minyak) yang berada di dalam pori-pori dari silinder tersebut. Proses pemulihan sekunder ini terjadi pada proses pengolahan minyak dengan teknik produksi sekunder[9]. Proses ini dilakukan dengan menginjeksi air ke sumur injeksi, sehingga fluida (air) tersebut akan merembes secara horizontal didalam silinder berpori dengan demikian minyak yang menempel di pori silinder terdorong hingga menuju sumur produksi. Fluida (air) yang telah diinjeksikan tersebut akan membasahi (*wetting fluid*) pori silinder dan menggantikan minyak yang awalnya jenuh terhadap silinder berpori yang menempel di pori silinder tersebut. Peristiwa inilah yang dinamakan fenomena imbibisi kontra arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal. Lebih jelasnya penjelasan di atas dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Mekanisme Injeksi Air

Apabila minyak yang berada didalam pori-pori silinder tersebut tidak terdorong secara optimal kedalam sumur produksi akan menimbulkan masalah. Masalahnya yaitu tidak optimalnya produksi. Akibatnya, produksi minyak mengalami penurunan, masalah ini disebabkan oleh tekanan silinder berpori yang menurun. Tekanan menurun karena telah melewati batas teknik produksi primernya (*primary recovery*)-, karena itulah dilakukan teknik produksi sekunder[9]. Teknik ini dilakukan dengan metode penginjeksian air, dengan adanya metode tersebut minyak yang awalnya tidak mencapai batas produksi akhirnya mencapai batas produksi yang ekonomis. Oleh sebab itu diperlukan suatu bentuk model matematika

untuk mengamati dan menganalisis permasalahan tersebut.

Model matematika merupakan sekumpulan persamaan dan pertidaksamaan yang mengungkapkan perilaku suatu permasalahan yang nyata[10]. Model matematika dibuat berdasarkan asumsi-asumsi. Model matematika yang telah dibentuk akan dianalisa, agar model yang dibuat representatif terhadap permasalahan yang dibahas. Permasalahan fenomena ini dibentuk model matematikanya karena pada media berpori tersebut cadangan minyak masih banyak menempel. Sehingga dibentuklah dalam sebuah model matematika. Pada penelitian ini, permasalahan tersebut dibentuk dalam satu dimensi. Peneliti mengambil luas penampang horizontal dengan bentuk persegi panjang sebagai media berpori silinder dan jari-jari nyata yang tidak teratur dari silinder tersebut telah dianggap sebagai lebar persegi panjang biasa[2].

Secara umum faktor-faktor penyebab tidak optimalnya produksi minyak masih bisa diketahui. Berdasarkan model matematika, akan dilihat keterkaitan antar faktor tersebut. Apabila keterkaitan antar faktor diketahui diharapkan dapat mempermudah dalam memahami produksi minyak agar optimal. Keterkaitan antar faktor dapat diketahui dengan menggunakan model matematika. Setelah model terbentuk, dilakukan analisis terhadap model dengan mencari solusinya. Pada hasil analisis, diinterpretasikan model fenomena imbibisi kontra- arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal.

Model fenomena imbibisi kontra- arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal berbentuk persamaan diferensial, yaitu persamaan diferensial parsial. Model tersebut berbentuk persamaan diferensial parsial karena pada silinder berpori homogen aliran fluidanya bergantung pada dua variabel bebas yaitu adanya waktu dan jarak aliran fluida.

## METODE

Penelitian merupakan penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif. Adapun metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi kepustakaan dengan menganalisis teori-teori yang relevan terhadap permasalahan fenomena imbibisi kontra- arus yang akan dibahas. Langkah-langkah untuk mendapatkan jawaban dari permasalahan fenomena imbibisi kontra- arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal adalah sebagai berikut:

1. Menentukan masalah yang akan dibahas dari model fenomena imbibisi kontra- arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal.
2. Membuat asumsi-asumsi yang dapat membantu dalam membentuk model.
3. Membentuk model fenomena imbibisi kontra- arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal.
4. Menentukan solusi dari persamaan model yang telah terbentuk.

5. Menginterpretasikan model fenomena imbibisi kontra- arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### A. Formulasi Model

Dalam pembentukan model fenomena imbibisi kontra- arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal digunakan variabel, yaitu

1.  $V_a$  = kecepatan air,  $m/s$
2.  $V_m$  = kecepatan minyak,  $m/s$
3.  $P_a$  = tekanan air,  $kg/ms^2$
4.  $P_m$  = tekanan minyak,  $kg/ms^2$
5.  $x$  = jarak tempuh aliran fluida dari sumur injeksi sampai sumur produksi,  $m$
6.  $t$  = waktu tempuh aliran fluida,  $s$

Sedangkan parameter yang digunakan pada pembentukan model yaitu

1.  $K$  = permeabilitas media berpori,  $m^2$
2.  $K_a$  = permeabilitas relatif air
3.  $K_m$  = permeabilitas relatif minyak
4.  $\delta_a$  = konstanta viskositas kinematik dari air,  $kg/ms$
5.  $\delta_m$  = konstanta viskositas kinematik dari minyak,  $kg/ms$
6.  $S_a$  = saturasi air
7.  $S_m$  = saturasi minyak

Pembentukan model menggunakan beberapa asumsi sebagai berikut:

1. Media berpori homogen.
2. Media berpori diasumsikan jenuh dengan minyak yang menempatnya.
3. Air diasumsikan sebagai cairan yang diinjeksikan kedalam media berpori homogen.
4. Lapisan tanah yang berada pada bagian atas dan bawah dari media berpori bersifat kedap air sehingga diasumsikan air kemungkinan merembes ke lapisan tersebut sedikit.
5. Pada bagian media berpori yang dekat dengan sumur injeksi diasumsikan sebagai permukaan imbibisi (permukaan penghubung antara media berpori dengan sumur injeksi) misalkan  $x = 0$ .
6. Jarak terdekat media berpori dengan permukaan imbibisi dalam arah horizontal diasumsikan sebagai  $l$ .
7. Jarak dari permukaan imbibisi sampai dengan akhir media berpori dalam arah horizontal diasumsikan sebagai  $L$ .
8. Adanya fenomena imbibisi terjadi ketika air yang diinjeksikan kedalam media berpori sampai air tersebut jenuh dengan media berpori, sehingga mendorong minyak menuju sumur produksi, yang menimbulkan aliran searah yang spontan (imbibisi kontra- arus).

Berdasarkan asumsi-asumsi, variabel dan parameter maka dapat dibentuk model fenomena imbibisi kontra- arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal dengan menggunakan hukum Darcy[4] sebagai berikut:

$$V_a = -\frac{K_a}{\delta_a} K \frac{\partial P_a}{\partial x} \quad (1)$$

$$V_m = -\frac{K_m}{\delta_m} K \frac{\partial P_m}{\partial x} \quad (2)$$

Berdasarkan kondisi imbibisi  $V_a = -V_m$ , persamaan (1) dan (2) dapat disederhanakan menjadi:

$$\frac{K_m}{\delta_m} \frac{\partial P_m}{\partial x} + \frac{K_a}{\delta_a} \frac{\partial P_a}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

Berdasarkan definisi dari tekanan kapiler ( $P_c = P_m - P_a$ ) sehingga persamaan (3) menjadi:

$$\frac{\partial P_a}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial P_c K_m}{\delta_a \delta_m}}{\frac{K_a}{\delta_a} + \frac{K_m}{\delta_m}} \quad (4)$$

Selanjutnya substitudikan persamaan (4) ke persamaan (1) diperoleh:

$$V_a = K \frac{\frac{K_a K_m}{\delta_a \delta_m} \frac{\partial P_c}{\partial x}}{\frac{K_a}{\delta_a} + \frac{K_m}{\delta_m}} \quad (5)$$

Persamaan kontinuitas dari fasa yang membasahi yaitu:

$$P \left( \frac{\partial S_a}{\partial t} \right) + \frac{\partial V_a}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

dimana  $P$  adalah porositas dari media.

Substitusikan persamaan (5) ke persamaan (6) diperoleh:

$$P \left( \frac{\partial S_a}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ K \frac{\frac{K_a K_m}{\delta_a \delta_m} \frac{\partial P_c}{\partial x}}{\frac{K_a}{\delta_a} + \frac{K_m}{\delta_m}} \right] = 0 \quad (7)$$

Persamaan (7) merupakan persamaan diferensial parsial non linear yang menggambarkan fenomena imbibisi kontra- arus dari dua fluida yang mengalir pada media berpori homogen[7]. Berdasarkan hubungan linear dari tekanan kapiler dan saturasi air  $P_c = -\beta S_a$  dimana  $\beta$  adalah konstanta proporsionalitas dan hubungan saturasi dan permeabilitas relatif yaitu:

$$K_a = S_a \quad (8)$$

$$K_m = 1 - \alpha S_a \quad (9)$$

dan karena penelitian ini melibatkan dua fluida (air dan minyak)[8]:

$$\frac{\frac{K_a K_m}{\delta_a \delta_m}}{\frac{K_a}{\delta_a} + \frac{K_m}{\delta_m}} \approx \frac{K_m}{\delta_m} \quad (10)$$

dengan menggunakan ketentuan diatas persamaan (7) menjadi:

$$P \left( \frac{\partial S_a}{\partial t} \right) = \frac{K \beta}{\delta_m} \frac{\partial}{\partial x} \left[ (1 - \alpha S_a) \frac{\partial S_a}{\partial x} \right] \quad (11)$$

Persamaan (11) merupakan persamaan diferensial parsial nonlinear yang menggambarkan fenomena imbibisi kontra- arus linear dengan tekanan kapiler[2].

Jadi, model fenomena imbibisi kontra- arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal adalah  $P \left( \frac{\partial S_a}{\partial t} \right) =$

$$\frac{K \beta}{\delta_m} \frac{\partial}{\partial x} \left[ (1 - \alpha S_a) \frac{\partial S_a}{\partial x} \right].$$

### B. Analisis Model Fenomena Imbibisi Kontra-Arus pada Media Berpori Homogen dalam Arah Horizontal

Saturasi air awalnya sangat kecil misalkan sebagai  $\varepsilon$ , karenanya  $S_a(X, 0) = S_0(X)$  dan juga di permukaan imbibisi dan akhir dari media berpori, saturasi air akan bergantung pada waktu  $T > 0$ . Kondisi batas saat itu adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S_a(0, T) &= S_{a0}(T), & T > 0 \\ S_a(l, T) &= S_{a1}(T), & T > 0 \end{aligned}$$

dimana  $x = l$  adalah jarak media berpori yang dekat ke permukaan imbibisi ( $x = 0$ ),  $S_{a0}$  dan  $S_{a1}$  merupakan saturasi di  $x = 0$  dan  $x = l$ .  $L$  jarak dari permukaan imbibisi sampai akhir dari media berpori, dengan demikian  $0 \leq x \leq l$ ,  $l \ll L$ . Oleh sebab itu, dengan memilih variabel baru  $= \frac{K\beta}{\alpha l^2 P \delta_m} t$ ,  $X = \frac{x}{l}$  dan  $S = 1 - \alpha S_a$  persamaan (11) menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial T} &= \frac{\partial}{\partial X} \left[ S \frac{\partial S}{\partial X} \right] \\ \frac{\partial S}{\partial T} &= S \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + \left( \frac{\partial S}{\partial X} \right)^2 \end{aligned} \quad (12)$$

Persamaan (12) mempunyai kondisi awal dan kondisi batas sebagai berikut:

$$S(X, 0) = 1 - \alpha S_0(X) \quad (13)$$

$$S(0, T) = 1 - \alpha S_{a0}(T), T > 0 \quad (14)$$

$$S(l, T) = 1 - \alpha S_{a1}(T), T > 0 \quad (15)$$

Persamaan (12) di atas merupakan persamaan diferensial parsial nonlinear orde dua tipe parabolik[7].

Model fenomena imbibisi kontra-arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal di analisis dengan cara mencari solusi dari persamaan fenomena tersebut dengan menggunakan solusi terpisah yang berupa polinomial kuadrat  $X$ .

Misalkan:  $S(X, T) = P(T)X^2 + Q(T)X + R(T)$  (16)  
Dengan menggunakan pemisalan pada persamaan (16) sebelumnya fungsi dari  $P(T)$ ,  $Q(T)$  dan  $R(T)$  dapat ditentukan. Sehingga diperoleh nilai dari masing-masing fungsi berdasarkan sistem persamaan diferensial orde satu dengan koefisien variabel pada sistem persamaan (17) berikut:

$$S(X, T) = \left( -\frac{1}{6T - \frac{1}{a}} \right) X^2 + \left( \frac{-\frac{b}{a}}{6T - \frac{1}{a}} \right) X + \left( -\frac{\left( -\frac{b}{a} \right)^2}{4 \left( 6T - \frac{1}{a} \right)} + \frac{\left( c - \frac{b^2}{4a} \right) \left( -\frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{3}}}{\left( 6T - \frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{3}}} \right)$$

karena  $S(X, T) = 1 - \alpha S_a(X, T)$  maka:

$$S_a(X, T) = \frac{1}{\alpha} \left[ 1 + \frac{1}{6T - \frac{1}{a}} X^2 + \frac{\frac{b}{a}}{6T - \frac{1}{a}} X + \frac{\left( -\frac{b}{a} \right)^2}{4 \left( 6T - \frac{1}{a} \right)} - \frac{\left( c - \frac{b^2}{4a} \right) \left( -\frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{3}}}{\left( 6T - \frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{3}}} \right] \quad (20)$$

dimana  $T = \frac{K\beta}{\alpha l^2 P \delta_m} t$ ,  $X = \frac{x}{l}$  dan  $\alpha = 1,11$

Sehingga diperoleh solusi dari persamaan fenomena imbibisi kontra-arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal.

### C. Simulasi Model Fenomena Imbibisi Kontra-Arus pada Media Berpori Homogen dalam Arah Horizontal

Simulasi solusi model fenomena imbibisi kontra-arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal dilakukan dengan membentuk tabel dan kurva hubungan antara saturasi air dengan jarak. Saturasi air awalnya adalah  $S_0(X) = e^{-X}$  untuk setiap  $X > 0$  dan  $T > 0$ . Selanjutnya substitusikan nilai  $S_0(X) = e^{-X}$  ke persamaan (19) diperoleh:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP(T)}{dT} &= 6P^2(T) \\ \frac{dQ(T)}{dT} &= 6P(T)Q(T) \\ \frac{dR(T)}{dT} &= 2P(T)R(T) + Q^2(T) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Berdasarkan persamaan (17) diperoleh nilai fungsi dari  $P(T) = -\frac{1}{6T+C_1}$ ,  $Q(T) = \frac{C_2}{6T+C_1}$  dan  $R(T) = -\frac{C_2^2}{4(6T+C_1)} + \frac{C_3}{(6T+C_1)^{\frac{1}{3}}}$ , dimana  $C_1$ ,  $C_2$  dan  $C_3$  konstanta sebarang.

Dengan menggunakan kondisi (13), persamaan (16) menjadi:

$$1 - \alpha S_0(X) = P(0)X^2 + Q(0)X + R(0) \quad (18)$$

dimana  $P(0) = a$ ,  $Q(0) = b$  dan  $R(0) = c$  adalah konstanta sebarang dan  $\alpha = 1,11$ .

Sehingga persamaan (18) dapat ditulis sebagai berikut:

$$1 - \alpha S_0(X) = aX^2 + bX + c \quad (19)$$

Substitusikan  $P(0) = a$ ,  $Q(0) = b$  dan  $R(0) = c$  ke persamaan (18) diperoleh  $C_1 = -\frac{1}{a}$ ,

$C_2 = -\frac{b}{a}$  dan  $C_3 = \left( c - \frac{b^2}{4a} \right) \left( -\frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{3}}$ . Selanjutnya substitusikan nilai tersebut ke persamaan  $P(T)$ ,  $Q(T)$  dan  $R(T)$  diperoleh  $P(T) = -\frac{1}{6T - \frac{1}{a}}$ ,  $Q(T) = \frac{-\frac{b}{a}}{6T - \frac{1}{a}}$  dan  $R(T) =$

$$-\frac{\left( -\frac{b}{a} \right)^2}{4 \left( 6T - \frac{1}{a} \right)} + \frac{\left( c - \frac{b^2}{4a} \right) \left( -\frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{3}}}{\left( 6T - \frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{3}}}.$$

Setelah diperoleh fungsi dari  $P(T)$ ,  $Q(T)$  dan  $R(T)$  selanjutnya substitusikan nilai masing-masing fungsi tersebut ke persamaan (16), dengan demikian:

$$1 - \alpha e^{-X} = aX^2 + bX + c, \alpha = 1,1 \quad (20)$$

dengan menggunakan perluasan dari  $e^{-X} = 1 + (-X) + \frac{(-X)^2}{2!} + \dots$ , lalu substitusikan ke persamaan (20) diperoleh  $-0,11 + 1,11X - 0,555X^2 + \dots = aX^2 + bX + c$  (21)

Dari persamaan (21) diperoleh nilai  $a = -0,555$ ,  $b = 1,11$  dan  $c = -0,11$ .

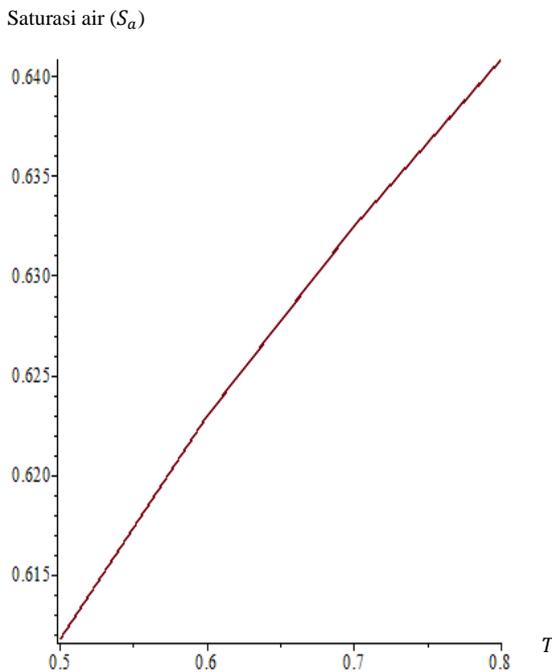
Kasus 1:

Periode ( $T$ ) berubah dan jarak ( $X$ ) tetap dengan nilai  $a = -0,555$ ,  $b = 1,11$  dan  $c = -0,11$ . Sehingga dengan adanya ketentuan tersebut didapatkan nilai dari saturasi air yang dipengaruhi oleh periode dan jarak di Tabel I.

TABEL 1.

SATURASI AIR DENGAN $T$ BERUBAH DAN $X$ TETAP	
$T$	$(S_a)$
0,1	0,5366279004
0,2	0,5627228886
0,3	0,5826525942
0,4	0,5985850975
0,5	0,6117410706
0,6	0,6228699429
0,7	0,6324619777
0,8	0,6408538832
0,9	0,6482859894
1,0	0,6549352850

Berdasarkan Tabel I diperoleh grafik hubungan saturasi air dengan periode yang dapat dilihat pada Gambar 2.



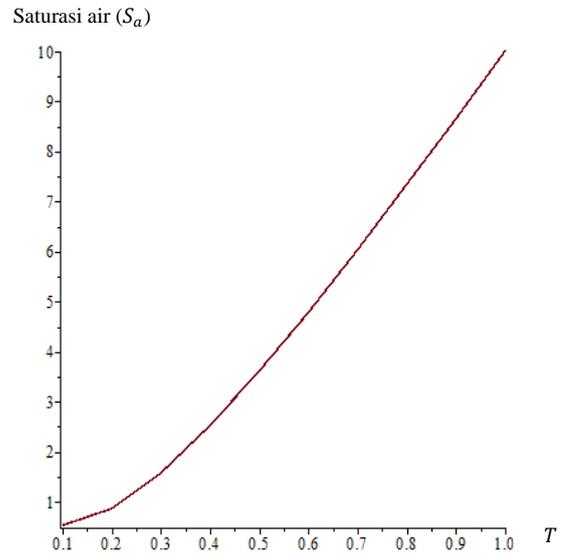
Gambar 2. Grafik Hubungan Saturasi Air dengan  $T$

Kasus 2:  
Saat periode ( $T$ ) berubah dan jarak ( $X$ ) berubah dengan nilai  $a = -0,555$ ,  $b = 1,11$  dan  $c = -0,1$  diperoleh saturasi air pada Tabel 2.

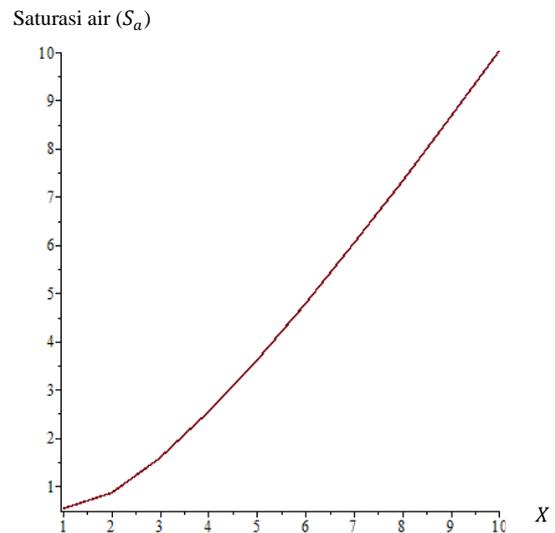
TABEL II. SATURASI AIR DENGAN $T$ BERUBAH DAN $X$ BERUBAH		
$T$	$X$	$(S_a)$
0.1	1	0.5366279004
0.2	2	0.8628429368
0.3	3	1.583152845
0.4	4	2.528259197
0.5	5	3.613617242
0.6	6	4.792316241

0.7	7	6.036244625
0.8	8	7.327535103
0.9	9	8.654290494
1	10	10.00828402

Berdasarkan nilai yang diperoleh pada Tabel II sebelumnya didapatkan grafik hubungan saturasi air dengan periode dan jarak pada Gambar 3 dan Gambar 4.



Gambar 3. Grafik Hubungan Saturasi Air dengan  $T$



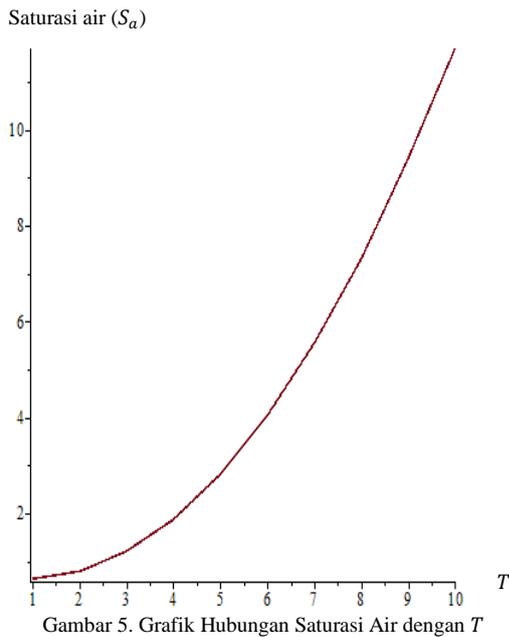
Gambar 4. Grafik Hubungan Saturasi Air dengan  $X$

Kasus 3:  
Ketika periode ( $T$ ) tetap dan jarak ( $X$ ) berubah dengan nilai  $a = -0,555$ ,  $b = 1,11$  dan  $c = -0,1$  diperoleh:

TABEL III. SATURASI AIR DENGAN $T$ TETAP DAN $X$ BERUBAH	
$X$	$(S_a)$
1	0.6408538832
2	0.7773167653

3	1.186705411
4	1.869019822
5	2.824259996
6	4.052425935
7	5.553517638
8	7.327535103
9	9.374478342
10	11.69434733

Berdasarkan Tabel III di atas diperoleh grafik hubungan saturasi air dengan periode pada Gambar 5.



#### D. Interpretasi Model Fenomena Imbibisi Kontra-Arus pada Media Berpori Homogen dalam Arah Horizontal

Berdasarkan hasil analisis model, persamaan (11) menggambarkan fenomena imbibisi kontra-arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal. Dari simulasi terhadap solusi model diperoleh bahwa saturasi air ( $S_a$ ) akan semakin meningkat ketika jarak ( $X$ ) dan periode ( $T$ ) semakin bertambah. Jadi, minyak yang berada di dalam silinder berpori akan terdorong secara optimal

apabila air yang diinjeksikan sepenuhnya telah mengisi pori-pori dari silinder berpori.

#### SIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa model fenomena imbibisi kontra-arus pada media berpori homogen dalam arah horizontal berbentuk persamaan diferensial parsial nonlinear yang dapat ditentukan solusinya. Dari solusi, diperoleh bahwasanya minyak yang berada di pori-pori silinder akan masuk secara optimal ke sumur produksi ketika saturasi air meningkat. Saturasi air akan semakin meningkat sesuai dengan periode dan jarak yang semakin bertambah. Periode tersebut akan meningkat ketika kemampuan dari silinder berpori homogen untuk meloloskan fluida bertambah dan kekentalan dari minyak berkurang. Sehingga, air sepenuhnya mengisi pori-pori dari silinder berpori tersebut.

#### REFERENSI

- [1] Ahmed, Ph.D., P.E., Tarek. (2001). *Reservoir Engineering Handbook*. Texas: Butterworth - Heinemann.
- [2] A.K.Parikh, M. V. (2013). Generalised Separable Solution of Counter-Current Imbibition Phenomenon In Homogeneous Porous Medium In Horizontal Direction . *The International Journal Of Engineering And Science*, 220.
- [3] Craig, Jr., F. F. (1971). *The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding*. New York : Dallas.
- [4] Dake, L.P. (1991). *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Amsterdam: Shell Learning and Development.
- [5] Guerviero V.et al. (2001). Improved Statistical Multi-scale Analysis of Fractures in Carbonate Reservoir Analogues. *Tectonophysics (Elsevier)*, 504 : 14-24.
- [6] J. Thornton, A. S. (1992). *Environmental Monitoring*. Deborah Chapman.
- [7] Rubinstein, J., & Pinchover, Y. (2005). *An Introduction to Partial Differential Equations*. New York: Cambridge University Press.
- [8] Schiedegger, A.E. (1960). *The Physics of Flow through Porous Media*. University of Toronton Press.
- [9] Syawal. (2014). Aplikasi Injeksi Polimer Untuk Enhanced Oil Recovery (EOR). Di Akses tanggal 30 September 2016, <http://syawal88.wordpress.com/2014/04/08/aplikasi-injeksi-polimer-untuk-enhanced-oil-recovery-eor/>.
- [10] Widowati, & Sutimin. (2007). *Buku Ajar Pemodelan Matematika* . Universitas Diponegoro.
- [11] Wulan. (2011). Dasar-dasar Teknik Reservoir. Di Akses tanggal 20 November 2016, <http://www.iatmismsttmigas.com/2014/02/dasar-dasar-teknik-reservoir.html?m=1>.