

Bentuk Model Nonlinear untuk Portofolio Optimal dan Penyelesaiannya Menggunakan Metode *Separable Programming*

Uswati Hasnah ^{#1}, Suherman ^{*2}

[#]*Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*

^{*}*Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*

¹uswatihasnah26@gmail.com

²suhermanspd_msi@yahoo.co.id

Abstract – Investment is a business that is carried out in the form of placing funds in order to obtain profits in the future. When investing, an investor always expects maximum return with minimal risk. In other words, investors need to form an optimal portfolio. This is related to optimization theory. For this reason, an optimal nonlinear model portfolio will be formed, along with the solution, using the Separable Programming method. The steps taken are to form a nonlinear model for optimal portfolios, then apply the model to investment for stock in the Bank Rakyat Indonesia (BBRI) and Bank Central Asia (BBCA), then complete the model using Separable Programming. Based on the results of the study, the optimal portfolio nonlinear model is obtained, namely the total expected return minus the portfolio risk. Completion of the model using Separable Programming results in a comparison of the proportion of funds that will be invested in BBRI and BBCA stocks.

Keywords – Optimal portfolio, nonlinear model, separable programming, share investment.

Abstrak – Investasi merupakan suatu usaha yang dilakukan berupa menempatkan dana dengan tujuan memperoleh keuntungan dimasa yang akan datang. Saat melakukan investasi, seorang investor selalu mengharapkan *return* yang maksimal dengan risiko seminimal mungkin. Dengan kata lain, investor perlu membentuk sebuah portofolio optimal. Hal ini berkaitan dengan teori optimasi. Untuk itu akan dibentuk sebuah model nonlinear portofolio optimal berikut dengan penyelesaiannya menggunakan metode *Separable Programming*. Langkah-langkah yang dilakukan adalah membentuk model nonlinear untuk portofolio optimal, selanjutnya menerapkan model pada investasi untuk saham pada Bank Rankyat Indonesia (BBRI) dan Bank Central Asia (BBCA), lalu menyelesaikan model menggunakan *Separable Programming*. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh model nonlinear portofolio optimal yaitu total *expected return* dikurangi dengan risiko portofolio. Penyelesaian model menggunakan *Separable Programming* menghasilkan perbandingan proporsi dana yang diinvestasikan pada saham BBRI dan BBCA.

Kata kunci – Portofolio optimal, model nonlinear, *separable programming*, investasi saham.

PENDAHULUAN

Manusia dalam kehidupannya sering dihadapkan pada masalah matematis. Optimasi adalah salah satu masalah yang sering dihadapi manusia dalam kehidupan sehari-hari. Dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala yang ada, maka dapat dibentuk sebuah solusi optimum (maksimum atau minimum) dari permasalahan yang dihadapi dan menemukan hasil terbaik [1].

Pemecahan masalah dalam optimasi dapat diselesaikan dengan pemrograman linear atau dengan menggunakan pemrograman nonlinear. Karena semakin rumitnya permasalahan yang dihadapi, pemrograman nonlinear adalah pilihan yang tepat untuk penyelesaian masalah tersebut karena pemrograman linear tidak dapat digunakan untuk menyelesaikannya. Kemungkinan yang

dapat terjadi pada pemrograman nonlinear diantaranya yaitu fungsi tujuan beserta fungsi kendalanya nonlinear, fungsi tujuannya berupa fungsi nonlinear sedangkan fungsi kendalanya berbentuk fungsi linear, atau sebaliknya fungsi tujuannya berupa fungsi linear sedangkan fungsi kendalanya nonlinear [2].

Separable Programming ialah suatu pendekatan yang digunakan dalam menyelesaikan masalah pemrograman nonlinear, yaitu dengan mentransformasikan bentuk fungsi nonlinear menjadi bentuk fungsi linear yang memiliki satu variabel. Hampiran fungsi linear sepotong-sepotong akan digunakan untuk menyelesaikan permasalahan *Separable Programming*, dengan terlebih dahulu menentukan titik partisi [2]. Konsep yang mudah dimengerti membuat metode ini dipilih untuk penyelesaian masalah penelitian.

Penanaman modal untuk pembelian aset fisik seperti pabrik, mesin, peralatan ataupun aset finansial seperti surat berharga, deposito, dan saham disebut juga dengan investasi. Investor atau pelaku investasi akan menanamkan modal atau menanamkan sahamnya pada aset-aset yang mereka inginkan sehingga dikemudian hari dapat mengambil keuntungan dari investasinya [3].

Saat berinvestasi, para investor akan selalu menginginkan risiko kecil dengan keuntungan atau *return* yang besar. Dengan kata lain, para investor perlu memikirkan suatu cara untuk bisa membuat risiko seminimal mungkin sehingga *return* yang diterima maksimal. Mereka harus mengkalkulasikan modal mereka sedemikian rupa agar hasil yang mereka dapat optimum. Mereka juga harus mengukur kemampuan saat akan menanamkan modalnya pada aset tertentu.

Untuk menurunkan tingkat risiko investasi, para investor perlu melakukan suatu diversifikasi, yaitu memilih dan mengkombinasikan sejumlah aset yang mereka punya sehingga risiko dapat diminimalkan. Dengan kata lain, investor perlu membentuk portofolio optimal. Begitu banyak pilihan yang ada di dalam kumpulan portofolio efisien, para investor akan memilih sebuah portofolio terbaik, dan itulah yang disebut dengan portofolio optimal [3]. Sedangkan portofolio efisien sendiri yaitu kumpulan atau kombinasi aset atau saham dengan keuntungan harapan (*expected return*) yang tinggi, dengan risiko tertentu atau keuntungan harapan tertentu dengan risiko sekecil-kecilnya [4].

Bank begitu berpengaruh besar dalam perekonomian suatu Negara, bank juga dapat memudahkan investor untuk menjual kembali saham mereka dan mendapatkan dana segar saat dibutuhkan, maka saham di bidang perbankan dipilih untuk penelitian ini. Portofolio akan dioptimalkan dengan mengkombinasikan dua saham individual.

Jadi, tujuan penelitian yaitu membentuk model nonlinier untuk portofolio optimal dengan menggabungkan dua saham individual yaitu saham pada Bank Rakyat Indonesia (BBRI) dan Bank Central Asia (BBCA) periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018. Model nonlinear untuk portofolio optimal kemudian akan diselesaikan dengan menggunakan metode *Separable Programming*.

METODE

Penelitian yang dilakukan merupakan penelitian terapan dengan tujuan memberikan solusi terhadap permasalahan tertentu. Akan dibentuk sebuah model portofolio optimal nonlinear berikut penyelesaiannya menggunakan metode *separable programming*.

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu:

1. Untuk membentuk model nonlinear portofolio optimal yaitu: pertama, melakukan studi pustaka dengan mengumpulkan materi dan buku-buku, artikel beserta jurnal yang didapatkan dari

perpustakaan atau perpustakaan online, kemudian menganalisa masalah. Kedua, mengambil data harga penutupan saham BBRI dan BBCA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018. Ketiga menentukan fungsi tujuan. Keempat, menentukan fungsi kendala/batasan-batasan. Kelima, membentuk model portofolio nonlinear dengan mengkombinasikan dua fungsi tujuan.

2. Untuk membentuk model portofolio optimal nonlinear saham BBRI dan BBCA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018 yaitu: pertama, menghitung *return* dari data saham BBRI dan BBCA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018. Kedua, menguji kenormalan *return* saham BBRI dan BBCA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018. Ketiga, menghitung *expected return* dan risiko dari data saham BBRI dan BBCA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018. Keempat, membentuk model nonlinear portofolio optimal dari data saham BBRI dan BBCA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018.
3. Untuk menyelesaikan model nonlinear potofolio optimal saham BBRI dan BBCA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018 menggunakan metode *Separable Programming* yaitu: pertama, membentuk fungsi *separable*. Kedua, menentukan titik partisi. Ketiga, membentuk model linear menggunakan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong dengan formulasi lamda. Keempat, menghitung simpleks dengan memanfaatkan *Microsoft excel*. Kelima, menentukan keuntungan optimal dan proporsi dana.

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Model Nonlinear Pada Portofolio Optimal

Para investor setiap kali berinvestasi akan menginginkan risiko seminimal mungkin dengan return semaksimal mungkin, sehingga perlu dibentuk sebuah model optimasi, artinya investor perlu membuat suatu potofolio. Pembentukan model nonlinear pada potofolio dimulai dengan menentukan fungsi tujuan dan fungsi kendala. Didefinisikan variabel keputusan x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) menyatakan besar proporsi dana yang akan diinvestasikan pada saham i . Variabel x_1 menyatakan besarnya proporsi dana yang nantinya akan diinvestasikan di BBRI, variabel x_2 menyatakan besarnya proporsi dana yang nanti akan diinvestasikan di BBCA. $R(x)$ yaitu *expected return* dari portofolio yang merupakan total keseluruhan *expected return* dari saham masing-masing [2].

$$R(x) = \sum_{i=1}^n E(R_i) x_i \quad (1)$$

Didefinisikan $V(x)$ yaitu risiko dari portfolio yaitu total keseluruhan risiko dari masing-masing saham [2].

$$V(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

Model nonlinear pada portofolio optimal yang dibentuk bertujuan untuk memaksimalkan *Expected return* namun dengan tingkat risiko yang tertentu, dimana parameter β yaitu konstanta tak negatif yang berfungsi untuk mengukur besarnya keinginan seorang investor terhadap hubungan antara risiko dan *Expected return*. Jika $\beta = 0$, maka artinya risiko akan diabaikan. Ditetapkan jika nilai β yang akan diambil besar berarti investor ingin meminimalkan risikonya atau investor sangat memperhatikan tingkat risiko. Nilai untuk β yaitu $0 < \beta \leq 1$. Model nonlinear untuk portofolio optimal dengan tujuan memaksimalkan *Expected return* dan dengan besar risiko tertentu, dapat diformulasikan

$$f(x) = R(x) - \beta V(x) \quad (3)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2), maka persamaan (3) ditulis

$$f(x) = R(x) - \beta V(x) = [\sum_{i=1}^n E(R_i) x_i] - \beta \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n x_i x_j cov(R_i R_j) \right] \quad (4)$$

Dengan kendala

$$\sum_{j=1}^n x_j \leq B \quad (5a)$$

$$\text{dan } x_j \geq 0, \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, n \quad (5b)$$

Dengan B yaitu sejumlah dana yang rencananya akan dianggarkan dalam pembentukan portofolio. Formula (4) merupakan model nonlinear portofolio optimal, dengan fungsi kendala yang ada pada formula (5).

B. Pengaplikasian Model Nonlinear Untuk Investasi Pada Saham BBRI dan BBKA

1) Pendeskripsian Data

Pada kasus ini, objek yang digunakan yaitu data harga penutupan saham mingguan BBRI dan BBKA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018 [6]. Selanjutnya akan dilakukan uji normalitas data, kemudian akan dihitung *return*, *expected return* dan risiko dari data saham tersebut.

2) Uji Normalitas Return Saham BBRI dan BBKA

Menguji kenormalitasan data berfungsi untuk mengetahui data tersebut berdistribusi normal atau tidak. Tujuannya yaitu untuk mengantisipasi penurunan harga saham atau ketidakstabilan harga saham yang dapat merugikan para investor. Uji *Kolmogorov Smirnov* dengan menggunakan *Statistical Package for the Social Sciences (SPSS)* merupakan uji normalitas yang digunakan dalam artikel ini.

Tingkat kepercayaan saat pengambilan keputusan untuk hipotesis disebut juga dengan taraf signifikansi.

Taraf signifikansi yang umum digunakan dalam suatu penelitian yaitu 0,05, 0,01, dan 0,1 [3]. Pada penelitian ini akan ditetapkan taraf signifikansinya sebesar 0,05. Akan diuji kenormalan return saham BBRI dan BBKA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018. Berdasarkan keluaran output *SPSS* yang diperoleh dapat diketahui bahwa nilai signifikansi untuk *return* saham BBRI yaitu 0,280 > 0,05 artinya data dapat diasumsikan berdistribusi normal, sedangkan nilai signifikansi pada *return* saham BBKA yaitu 0,504 > 0,05 yang juga berarti data dapat diasumsikan berdistribusi normal. Jadi, data penutupan saham BBRI dan BBKA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018 dapat digunakan untuk penelitian.

3) Return, Expected Return dan Risiko saham BBRI dan BBKA

Untuk menghitung nilai *return*, *expected return* dan risiko digunakan bantuan *Microsoft excel*. Hasil yang didapatkan kemudian disajikan dalam Tabel 1, Tabel 2, dan Tabel 3.

TABEL 1
TOTAL RETURN

| No. | Saham | Total Return |
|-----|-------|--------------|
| 1 | BBRI | 0,05402438 |
| 2 | BBKA | 0,253560579 |

Jadi, berdasarkan tabel di atas diperoleh total return dari masing-masing saham. Total *return* pada saham BBRI sebesar 0,05402438 dan total *return* pada saham BBKA sebesar 0,253560579.

TABEL 2
EXPECTED RETURN

| No. | Saham | Expected Return |
|-----|-------|-----------------|
| 1 | BBRI | 0,001019328 |
| 2 | BBKA | 0,004784162 |

Jadi, berdasarkan tabel diperoleh *return* harapan atau *expected return* dari saham BBRI sebesar 0,001019328 dan *expected return* dari saham BBKA sebesar 0,004784162.

TABEL 3
RISIKO DAN KOVARIAN

| No. | Saham | Risiko | Kovarian |
|-----|-------|-------------|-------------|
| 1 | BBRI | 0,001515037 | 0,000572819 |
| 2 | BBKA | 0,000813836 | |

Jadi, berdasarkan tabel di atas diperoleh besar risiko untuk BBRI sebesar 0,001515037, besar risiko untuk BBKA sebesar 0,000813836, dan nilai kovarian untuk kedua saham sebesar 0,000572819. Nilai yang diperoleh

dari ketiga tabel diatas selanjutnya akan di substitusikan ke dalam model nonlinear portofolio optimal.

4) *Model Nonlinear Untuk Portofolio Optimal Dengan Investasi Pada Saham BBRI dan BBKA*

Diilustrasikan investor memiliki sejumlah dana sebesar Rp.75.000.000,00, nantinya dana tersebut akan diinvestasikan seluruhnya kepada dua bank besar yaitu Bank Rakyat Indonesia (BBRI) dan Bank Central Asia (BBKA).

Formula (4) dapat dituliskan

$$f(x) = [\sum E(R_i)x_i] - \beta[\sum x_i^2\sigma_i^2 + 2x_ix_jcov(R_iR_j)] \quad (5)$$

untuk $i = 1, j = 2$.

Berdasarkan persamaan (5), Tabel 2 dan Tabel 3 maka diperoleh

$$f(x) = 0,001019328x_1 + 0,004784162x_2 - \beta [0,000942218x_1^2 + 0,000241017x_2^2 + 0,000572819x_3^2] \quad (6)$$

Misal $x_1 + x_2 = x_3$.

Persamaan (6) dengan $\beta = 1$ dapat ditulis

$$f_j(x_j) = 0,001019328x_1 - 0,000942218x_1^2 + 0,004784162x_2 - 0,000241017x_2^2 - 0,000572819x_3^2 \quad (7)$$

Seperti yang sudah diilustrasikan sebelumnya, investor ingin seluruh dananya diinvestasikan. Selanjutnya dana tersebut dibagi dengan 10.000.000, untuk mempermudah perhitungan. Fungsi kendala dapat dituliskan

$$x_1 + x_2 = 7,5 \quad (8a)$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 0 \quad (8b)$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 0; j = 1,2,3; \beta = 1 \quad (8c)$$

C. *Menyelesaikan Model Nonlinear Menggunakan Metode Separable Programming*

1) *Membentuk Fungsi Separable*

Persamaan (9) merupakan masalah P dengan fungsi-fungsi

$$f_1(x_1) = 0,001019328x_1 - 0,000942218x_1^2 \quad (9.a)$$

$$f_2(x_2) = 0,004784162x_2 - 0,000241017x_2^2 \quad (9.b)$$

$$f_3(x_3) = -0,000572819x_3^2 \quad (9.c)$$

Berdasarkan persamaan (8) fungsi tujuan (9) mempunyai kendala

$$g_{11}(x_1) = x_1, \quad g_{12}(x_2) = x_2 \quad (10.a)$$

$$g_{21}(x_1) = x_1, \quad g_{22}(x_2) = x_2, \quad (10.b)$$

$$g_{23}(x_3) = -x_3 \quad (10.c)$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0; j = 1,2,3 \quad (10.c)$$

Jadi formula (9) dan (10) merupakan masalah P yang telah dipisahkan sehingga fungsinya hanya memiliki satu variable saja.

2) *Menentukan Titik Partisi*

Hal yang perlu dilakukan sebelum mendekati hampiran fungsi linear sepotong-sepotong untuk $f_j(x_{vj})$ dan $g_{ij}(x_{vj})$ maka perlu ditentukan a_j dan b_j untuk $j = 1,2, \dots, n$ sehingga nilai pada solusi optimalnya akan memenuhi syarat $a_j \leq x_{vj} \leq b_j$, interval $[a_j, b_j]$ dibuat berdasarkan fungsi kendala yang ada. Selanjutnya akan dipilih titik partisi $x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{kj}$ dengan

$$a_j = x_{vj} = b_j \text{ dengan } v = 1, 2, \dots, k \quad (11)$$

Berdasarkan persamaan (11) maka dipilih 15 titik ($v = 1, 2, \dots, 15$; $j = 1,2,3$) dengan interval $[0;7,5]$ untuk setiap variabel dengan titik partisi 0; 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5; 5; 5,5; 6; 6,5; 7; 7,5.

3) *Membentuk model nonlinear menggunakan hampiran fungsi linear sepotong-sepotong formulasi lamda.*

Hampiran dari masalah P yaitu masalah AP dapat dituliskan

$$\hat{f}_1(x_1) = \sum_{v=1}^{15} \lambda_{v1} f_1(x_{v1}) \quad (12.a)$$

$$\hat{f}_2(x_2) = \sum_{v=1}^{15} \lambda_{v2} f_2(x_{v2}) \quad (12.b)$$

$$\hat{f}_3(x_3) = \sum_{v=1}^{15} \lambda_{v3} f_3(x_{v3}) \quad (12.c)$$

Dengan kendala

$$\hat{g}_{11}(x_1) = \sum_{v=1}^{15} \lambda_{v1} g_{11}(x_{v1}) \quad (13.a)$$

$$\hat{g}_{12}(x_2) = \sum_{v=1}^{15} \lambda_{v2} g_{12}(x_{v2}) \quad (13.b)$$

$$\hat{g}_{21}(x_1) = \sum_{v=1}^{15} \lambda_{v1} g_{21}(x_{v1}) \quad (13.c)$$

$$\hat{g}_{22}(x_2) = \sum_{v=1}^{15} \lambda_{v2} g_{22}(x_{v2}) \quad (13.d)$$

$$\hat{g}_{23}(x_3) = \sum_{v=1}^{15} \lambda_{v3} g_{23}(x_{v3}) \quad (13.e)$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} + \lambda_{51} + \lambda_{61} + \lambda_{71} + \lambda_{81} + \lambda_{91} + \lambda_{101} + \lambda_{111} + \lambda_{121} + \lambda_{131} + \lambda_{141} + \lambda_{151} = 1 \quad (14.a)$$

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} + \lambda_{52} + \lambda_{62} + \lambda_{72} + \lambda_{82} + \lambda_{92} + \lambda_{102} + \lambda_{112} + \lambda_{122} + \lambda_{132} + \lambda_{142} + \lambda_{152} = 1 \quad (14.b)$$

$$\lambda_{13} + \lambda_{23} + \lambda_{33} + \lambda_{43} + \lambda_{53} + \lambda_{63} + \lambda_{73} + \lambda_{83} + \lambda_{93} + \lambda_{103} + \lambda_{113} + \lambda_{123} + \lambda_{133} + \lambda_{143} + \lambda_{153} = 1 \quad (14.c)$$

$$\lambda_{v1}, \lambda_{v2}, \lambda_{v3} \geq 0 \text{ untuk } v = 1, 2, \dots, 15 \quad (14.d)$$

Fungsi tujuan untuk masalah LAP dapat dituliskan

$$\sum_{j \in L} \hat{f}_j(x_j) = \hat{f}_1(x_1) + \hat{f}_2(x_2) + \hat{f}_3(x_3) \quad (15)$$

Berdasarkan formula (12) formula (15) dapat dituliskan

$$f_j(x_{vj}) = [\lambda_{11}f_1(x_{11}) + \dots + \lambda_{151}f_1(x_{151})] + [\lambda_{12}f_2(x_{12}) + \dots + \lambda_{152}f_2(x_{152})] + [\lambda_{13}f_3(x_{13}) + \dots + \lambda_{153}f_3(x_{153})] \quad (16)$$

Selanjutnya akan dihitung nilai untuk $f_j(x_{vj})$ dan $g_{ij}(x_{vj})$ dengan titik partisi x_{vj} yang disajikan pada Tabel 4.

TABEL 4
NILAI UNTUK $f_j(x_{vj})$ DAN $g_{ij}(x_{vj})$ DENGAN TITIK PARTISI x_{vj}

| x_{vj} | Fungsi | | | | | | | |
|----------|---------------|---------------|---------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | $f_1(x_{v1})$ | $f_2(x_{v2})$ | $f_3(x_{v3})$ | $g_{11}(x_{v1})$ | $g_{12}(x_{v2})$ | $g_{21}(x_{v1})$ | $g_{22}(x_{v2})$ | $g_{23}(x_{v3})$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0,00007711 | 0,004543 | -0,00057 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 |
| 1,5 | -0,000591 | 0,006634 | -0,00129 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | -1,5 |
| 2 | -0,00173 | 0,008604 | -0,00229 | 2 | 2 | 2 | 2 | -2 |
| 2,5 | -0,003341 | 0,010454 | -0,00358 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | -2,5 |
| 3 | -0,005422 | 0,012183 | -0,00516 | 3 | 3 | 3 | 3 | -3 |
| 3,5 | -0,007975 | 0,013792 | -0,00702 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | -3,5 |
| 4 | -0,010998 | 0,01528 | -0,00917 | 4 | 4 | 4 | 4 | -4 |
| 4,5 | -0,014493 | 0,016648 | -0,0116 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | -4,5 |
| 5 | -0,018459 | 0,017895 | -0,01432 | 5 | 5 | 5 | 5 | -5 |
| 5,5 | -0,022896 | 0,019022 | -0,01733 | 5,5 | 5,5 | 5,5 | 5,5 | -5,5 |
| 6 | -0,027804 | 0,020028 | -0,02062 | 6 | 6 | 6 | 6 | -6 |
| 6,5 | -0,033183 | 0,020914 | -0,0242 | 6,5 | 6,5 | 6,5 | 6,5 | -6,5 |
| 7 | -0,039033 | 0,021679 | -0,02807 | 7 | 7 | 7 | 7 | -7 |
| 7,5 | -0,045355 | 0,022324 | -0,03222 | 7,5 | 7,5 | 7,5 | 7,5 | -7,5 |

Jadi berdasarkan formula diatas dan data dari tabel 4, didapatkan pemrograman linear yang fungsinya linear.

$$f_j(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 0,00007711\lambda_{21} - 0,000591\lambda_{31} - 0,00173\lambda_{41} - 0,003341\lambda_{51} - 0,005422\lambda_{61} - 0,007975\lambda_{71} - 0,010998\lambda_{81} - 0,014493\lambda_{91} - 0,018459\lambda_{101} - 0,022896\lambda_{111} - 0,027804\lambda_{121} - 0,033183\lambda_{131} - 0,039033\lambda_{141} - 0,045355\lambda_{151}] + [0\lambda_{12} + 0,004543\lambda_{22} + 0,006634\lambda_{32} + 0,008604\lambda_{42} + 0,010454\lambda_{52} + 0,012183\lambda_{62} + 0,013792\lambda_{72} + 0,01528\lambda_{82} + 0,016648\lambda_{92} + 0,017895\lambda_{102} + 0,019022\lambda_{112} + 0,020028\lambda_{122} + 0,020914\lambda_{132} + 0,021679\lambda_{142} + 0,022324\lambda_{152}] + [0\lambda_{13} - 0,00057\lambda_{23} - 0,00129\lambda_{33} - 0,00229\lambda_{43} - 0,00358\lambda_{53} - 0,00516\lambda_{63} - 0,00702\lambda_{73} - 0,00917\lambda_{83} - 0,0116\lambda_{93} - 0,01432\lambda_{103} - 0,01733\lambda_{113} - 0,02062\lambda_{123} - 0,0242\lambda_{133} - 0,02807\lambda_{143} - 0,03222\lambda_{153}]$$

Dengan kendala

$$\hat{g}_{1j}(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 1,5\lambda_{31} + 2\lambda_{41} + 2,5\lambda_{51} + 3\lambda_{61} + 3,5\lambda_{71} + 4\lambda_{81} + 4,5\lambda_{91} + 5\lambda_{101} + 5,5\lambda_{111} + 6\lambda_{121} + 6,5\lambda_{131} + 7\lambda_{141} + 7,5\lambda_{151}] + [0\lambda_{12} + 1\lambda_{22} + 1,5\lambda_{32} + 2\lambda_{42} + 2,5\lambda_{52} + 3\lambda_{62} + 3,5\lambda_{72} + 4\lambda_{82} + 4,5\lambda_{92} + 5\lambda_{102} + 5,5\lambda_{112} + 6\lambda_{122} + 6,5\lambda_{132} + 7\lambda_{142} + 7,5\lambda_{152}] = 7,5$$

$$\hat{g}_{2j}(x_{vj}) = [0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 1,5\lambda_{31} + 2\lambda_{41} + 2,5\lambda_{51} + 3\lambda_{61} + 3,5\lambda_{71} + 4\lambda_{81} + 4,5\lambda_{91} + 5\lambda_{101} + 5,5\lambda_{111} + 6\lambda_{121} + 6,5\lambda_{131} + 7\lambda_{141} + 7,5\lambda_{151}] + [0\lambda_{12} + 1\lambda_{22} + 1,5\lambda_{32} + 2\lambda_{42} + 2,5\lambda_{52} + 3\lambda_{62} + 3,5\lambda_{72} + 4\lambda_{82} + 4,5\lambda_{92} + 5\lambda_{102} + 5,5\lambda_{112} + 6\lambda_{122} + 6,5\lambda_{132} + 7\lambda_{142} + 7,5\lambda_{152}] - [0\lambda_{13} + 1\lambda_{23} + 1,5\lambda_{33} + 2\lambda_{43} + 2,5\lambda_{53} + 3\lambda_{63} + 3,5\lambda_{73} + 4\lambda_{83} + 4,5\lambda_{93} + 5\lambda_{103} + 5,5\lambda_{113} + 6\lambda_{123} + 6,5\lambda_{133} + 7\lambda_{143} + 7,5\lambda_{153}] = 0$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} + \lambda_{51} + \lambda_{61} + \lambda_{71} + \lambda_{81} + \lambda_{91} + \lambda_{101} + \lambda_{111} + \lambda_{121} + \lambda_{131} + \lambda_{141} + \lambda_{151} = 1$$

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} + \lambda_{52} + \lambda_{62} + \lambda_{72} + \lambda_{82} + \lambda_{92} + \lambda_{102} + \lambda_{112} + \lambda_{122} + \lambda_{132} + \lambda_{142} + \lambda_{152} = 1$$

$$\lambda_{13} + \lambda_{23} + \lambda_{33} + \lambda_{43} + \lambda_{53} + \lambda_{63} + \lambda_{73} + \lambda_{83} + \lambda_{93} + \lambda_{103} + \lambda_{113} + \lambda_{123} + \lambda_{133} + \lambda_{143} + \lambda_{153} = 1$$

$$\lambda_{v1}, \lambda_{v2}, \lambda_{v3} \geq 0 \text{ untuk } v = 1, 2, \dots, 15$$

Jadi, berdasarkan fungsi tujuan di atas dan fungsi kendala linear yang sudah diperoleh, maka dapat dilihat terdapat 45 variabel dan diperoleh 5 kendala.

4) Perhitungan simplex menggunakan aplikasi Excel Solver

Terdapat 45 variabel dengan 5 kendala yang digunakan dalam formula. Jika diselesaikan secara manual, akan menghabiskan banyak waktu dengan tingkat kesulitan yang tinggi, sehingga optimasi akan diselesaikan menggunakan *Microsoft excel*.

5) Menghitung Keuntungan Optimal dan Proporsi Dana

Diinterpretasikan untuk $x_{11} = \lambda_{11}$, $x_{21} = \lambda_{21}$, $x_{153} = \lambda_{153}$. Berdasarkan *output excel solver* diperoleh nilai dari $\lambda_{11} = 1$, $\lambda_{22} = 7,5$, $\lambda_{23} = 7,5$. Sehingga, didapatkan nilai x_1, x_2 dan x_3 sebagai berikut

$$x_1 = 0\lambda_{11} + 1\lambda_{21} + 1,5\lambda_{31} + 2\lambda_{41} + 2,5\lambda_{51} + 3\lambda_{61} + 3,5\lambda_{71} + 4\lambda_{81} + 4,5\lambda_{91} + 5\lambda_{101} + 5,5\lambda_{111} + 6\lambda_{121} + 6,5\lambda_{131} + 7\lambda_{141} + 7,5\lambda_{151} = 0(1) = 1$$

$$x_2 = 0\lambda_{12} + 1\lambda_{22} + 1,5\lambda_{32} + 2\lambda_{42} + 2,5\lambda_{52} + 3\lambda_{62} + 3,5\lambda_{72} + 4\lambda_{82} + 4,5\lambda_{92} + 5\lambda_{102} + 5,5\lambda_{112} + 6\lambda_{122} + 6,5\lambda_{132} + 7\lambda_{142} + 7,5\lambda_{152} = 1(7,5) = 7,5$$

$$x_3 = 0\lambda_{13} + 1\lambda_{23} + 1,5\lambda_{33} + 2\lambda_{43} + 2,5\lambda_{53} + 3\lambda_{63} + 3,5\lambda_{73} + 4\lambda_{83} + 4,5\lambda_{93} + 5\lambda_{103} + 5,5\lambda_{113} + 6\lambda_{123} + 6,5\lambda_{133} + 7\lambda_{143} + 7,5\lambda_{153} = 1(7,5) = 7,5$$

Untuk menentukan keuntungan maksimum dengan tingkat risiko tertentu seperti yang diharapkan oleh investor pada investasi di saham BBRI dan BBKA, yaitu dengan memasukkan nilai x_1 dan x_2 , maka diperoleh

$$f_j(x_j) = 0,001019328x_1 - 0,000942218x_1^2 + 0,004784162x_2 - 0,000241017x_2^2 - 0,000572819x_3^2 = 0,001019328(0) + 0,000942218(0) + 0,004784162(7,5) - 0,000241017(7,5)^2 - 0,000572819(7,5)^2 = 0,0297975$$

Kemudian akan dihitung besar proporsi dana yang ingin diinvestasikan pada saham BBRI dan BBKA.

Untuk BBRI didapatkan

$$x_1 = 0 \times 10.000.000 = 0$$

Untuk Bank Central Asia diperoleh

$$x_2 = 7,5 \times 10.000.000 = 75.000.000$$

Artinya investor akan sepenuhnya menginvestasikan dananya pada Bank Central Asia.

Sebelumnya ditentukan nilai $\beta = 1$ karena diasumsikan investor ingin meminimalkan risikonya. Berikut diberikan Tabel 5 untuk nilai $f_j(x_j)$ jika diberikan nilai $\beta = 0,005; 0,025; 1$ untuk investasi saham BBRI dan BBKA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018.

TABEL 5
NILAI $f_j(x_j)$ UNTUK PROPORSI DANA YANG BERBEDA

| β | Proporsi dana | | $f_j(x_j)$ |
|---------|---------------|------------|------------|
| | BBRI | BBKA | |
| 0,005 | 0 | 75.000.000 | 0.036329 |
| 0,025 | 0 | 75.000.000 | 0.035975 |
| 1 | 0 | 75.000.000 | 0,0297975 |

Berdasarkan tabel di atas, dapat ditarik kesimpulan, bahwasannya untuk investasi saham BBRI dan BBKA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018, jika nilai β yang diambil besar berarti investor takut untuk mengambil risiko atau investor sangat memperhatikan risiko, sehingga keuntungan yang diperoleh menjadi lebih kecil. Berlaku sebaliknya, jika β

yang diambil kecil berarti investor berani mengambil risiko, maka keuntungan yang diharapkan akan semakin besar.

SIMPULAN

Berdasarkan pembahasan maka dapat diperoleh kesimpulan

- 1) Bentuk model nonlinear untuk portofolio optimal pada investasi saham BBRI dan BBKA periode 10 September 2017 sampai 14 September 2018 yaitu Memaksimumkan keuntungan yang diharapkan dengan risiko tertentu

$$f(x) = 0,001019328x_1 - 0,000942218x_1^2 + 0,004784162x_2 - 0,000241017x_2^2 - 0,000572819x_3^2$$

Dengan kendala

$$x_1 + x_2 = 7,5$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 0; j=1,2,3; \beta = 1$$

Variabel x_1 menyatakan besarnya proporsi dana yang nantinya akan diinvestasikan di BBRI, variabel x_2 menyatakan besarnya proporsi dana yang nanti akan diinvestasikan di BBKA. Andai, $x_1 + x_2 = x_3$.

Dipilih $\beta = 1$ karena dianggap investor merupakan seorang pemula dalam bidang investasi sehingga investor ingin mengecilkan tingkat risikonya. Misalkan Investor memiliki dana sebesar Rp.75.000.000,00 lalu ia berencana untuk membagi dana tersebut pada dua saham Bank besar, yaitu saham BBRI dan saham BBKA.

- 2) Berdasarkan perhitungan dengan menggunakan *Separable Programming* lalu diolah menggunakan *Microsoft excel* diperoleh alokasi modal investasi saham sepenuhnya Rp.75.000.000,00 untuk Bank Central Asia.

REFERENSI

- [1]. Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2001). *Introduction to Operation Research, 7th Edition*. Singapore: McGraw-Hill, Inc
- [2]. Fabozzi, F. J., & Markowitz, H. M. (2011). *The Theory and Practice of Investment Management Second Edition Asset Allocation, Valuation, Portfolio Construction, and Strategies*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- [3]. Tandililin, E. (2010). *Portofolio dan Investasi Teori dan Aplikasi Edisi Pertama*. Yogyakarta: Penerbit Kanisus.
- [4]. Widjajanta, B., & Widyaningsih, A. (2009). *Mengasah Kemampuan Ekonomi untuk Kelas X SMA/MA*. Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional Tahun 2009.
- [5]. Winston, L. W. (2004). *Operation Research : Application and Algorithm 4th Edition*. New York: Duxbury.
- [6]. <https://finance.yahoo.com/>