

# Model Matematika Zakat dalam Pengurangan Kemiskinan

Lani Widia Putri<sup>#1</sup>, Muhammad Subhan<sup>\*2</sup>, Media Rosha<sup>\*3</sup>

<sup>#</sup>*Student of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*

<sup>\*</sup>*Lecturers of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*

[laniwidiaputri17@gmail.com](mailto:laniwidiaputri17@gmail.com)

[213subhan@gmail.com](mailto:213subhan@gmail.com)

[mediarosha@gmail.com](mailto:mediarosha@gmail.com)

**Abstract** –Poverty is condition where people have lack of income to fulfill basic living needs. The condition is cause by some reasons like less of natural resources, less of human resources, and less of financial. Zakah is a effort to poverty decrement. To determine the factors that should be improved that we use mathematical model. Mathematical model of zakah in form of nonlinear differential equation system. Based on analysis of factor model than influence poverty decrement are zakah influence level, business success level, and interaction level. The simulation it looks interaction level is more large to reach stability than other factors, it means that more height the interaction level makes more optimum to poverty decrement.

**Keywords** – *Mathematical Model, Zakah, Poverty, System of Differential Equations, Fixed Point .*

**Abstrak** – Kemiskinan merupakan keadaan kurangnya pendapatan untuk memenuhi kebutuhan hidup yang pokok. Terjadi karena kurangnya sumber daya alam, modal dan rendahnya kualitas sumber daya manusia. Zakat merupakan suatu upaya untuk mengurangi kemiskinan. Untuk menentukan faktor yang harus ditingkatkan agar zakat lebih optimal dalam pengurangan kemiskinan dibentuklah model matematika. Model matematika zakat tersebut berbentuk sistem persamaan diferensial nonlinear. Dari hasil analisis, faktor yang mempengaruhi dalam pengurangan kemiskinan adalah tingkat pengaruh zakat, tingkat keberhasilan usaha dan tingkat interaksi. Berdasarkan simulasi yang dilakukan tingkat interaksi lebih besar dalam mencapai kestabilan dibandingkan faktor lainnya sehingga semakin tingginya tingkat interaksi semakin optimal dalam pengurangan kemiskinan.

**Kata Kunci** – Model Matematika, Zakat, Kemiskinan, Sistem Persamaan Differensial, Titik Tetap.

## PENDAHULUAN

Kemiskinan merupakan masalah yang tengah dihadapi oleh banyak Negara di dunia saat sekarang ini. Salah satu Negara yang dihadapi dengan masalah kemiskinan adalah Indonesia [5]. Indonesia sendiri diakui Negara dengan populasi muslim paling besar dengan populasi kira-kira 129 juta kaum yang terjerat kemiskinan dengan pendapatan kurang dari US\$ 2 per hari yang setara dengan Rp. 26.000 [4].

Kemiskinan merupakan suatu keadaan yang ditafsirkan sebagai kurangnya pendapatan untuk memenuhi kebutuhan hidup yang pokok. Kemiskinan menyebabkan seseorang mengalami keresahan, kesengsaraan atau kemelaratan dalam setiap langkah hidup [1].

Islam mengenal sebuah istilah yang disebut sebagai zakat. Zakat adalah mengeluarkan sejumlah harta tertentu secara syar'i untuk disalurkan kepada suatu golongan [6]. Tepatnya delapan golongan yang disebutkan dalam surat At-Taubah ayat 60 [2]. Jika zakat dapat diolah secara lebih efektif dan efisien zakat memiliki manfaat yang

sangat besar salah satunya adalah dapat memerangi kemiskinan [5].

Salah satu bukti zakat mengurangi kemiskinan adalah yaitu di Selangor Malaysia yang dibuktikan oleh riset Patmawati seorang pakar zakat asal Universiti Malaya (UM) menemukan bahwa zakat mampu mengurangi jumlah keluarga miskin, mengurangi tingkat kedalaman dan keparahan kemiskinan [8]. Kesenjangan pendapatan pun dapat dikurangi 10 persen kelompok masyarakat terbawah dapat menikmati 10 persen kekayaan karena zakat. Jika tanpa zakat, maka kelompok masyarakat terbawah tersebut hanya menikmati 9,6 persen kekayaan saja. Sedangkan 10 persen kelompok teratas menikmati 32 persen kekayaan, atau turun dari angka 35,97 persen jika tanpa zakat. Ini membuktikan bahwa dengan zakat kesenjangan antar kelompok dapat dikurangi.

Zakat dan kemiskinan erat kaitannya dalam mengurangi kemiskinan. Dampak dari zakat dapat merubah perekonomian masyarakat. Secara konseptual zakat memiliki dimensi pengentasan dan penanggulangan kemiskinan serta mewujudkan kesejahteraan masyarakat. Terdapat beberapa alasan yang cukup kuat untuk

meyakini zakat sebagai instrumen dan pilar Islam yang mampu mensejahterakan masyarakat [2].

Model matematika merupakan representasi sederhana dari masalah nyata kedalam simbol-simbol matematika. Pemodelan matematika adalah merepresentasikan dan menjelaskan masalah dunia nyata dalam pernyataan matematika, sehingga diperoleh pemahaman dari problem dunia nyata menjadi lebih tepat. Representasi matematika dari suatu fenomena yang dihasilkan dari proses mendeskripsikannya dalam simbol-simbol matematika dinamakan sebagai "Model Matematika" [10].

Langkah-langkah kerja dalam model matematika adalah pertama, mengidentifikasi masalah yang sebenarnya yang akan diangkat dalam penelitian. Kedua, membangun asumsi agar permasalahan tidak terlalu kompleks. Ketiga, mengkonstruksi model. Keempat, menganalisis model agar model representatif terhadap permasalahan yang dibahas. Kelima, menginterpretasikan model. Keenam adalah memvalidasi model apakah sesuai dengan tujuan penyelesaian permasalahan [7].

Pembentukan model dilakukan dengan menggunakan persamaan diferensial. Masyarakat dibagi menjadi 3 kelompok ekonomi yaitu wajib zakat dan membayar zakat, wajib zakat namun tidak membayar zakat dan penerima zakat maka diperoleh 3 persamaan diferensial yang saling berhubungan dan terkait sehingga disebut sebagai sistem persamaan diferensial [9].

Akan dikonstruksi model zakat yang bertujuan untuk mengurangi kemiskinan. Kemudian akan ditentukan titik tetap dari model tersebut dan selanjutnya akan dilakukan uji kestabilan titik tetap dengan menggunakan beberapa kasus. Penelitian ini diharapkan mampu memberikan wawasan tentang zakat serta faktor-faktor yang dapat mengakibatkan zakat optimal dalam tujuan untuk mengurangi jumlah masyarakat miskin atau singkatnya sebagai pengurangan kemiskinan [5].

## METODE

Penelitian ini adalah penelitian dasar dengan menggunakan suatu metode. Adapun metode yang digunakan adalah studi kepustakaan dengan menganalisis teori-teori yang relevan terhadap permasalahan yang dibahas. Langkah-langkah untuk mendapatkan jawaban dari permasalahan yaitu:

1. Mengidentifikasi masalah sesungguhnya yang akan diangkat dalam penelitian yaitu mengenai masalah zakat yang bertujuan sebagai pengurangan kemiskinan.
2. Mengumpulkan teori-teori yang relevan dengan masalah zakat.
3. Menentukan metoda yang akan digunakan dalam penyelesaian masalah kemiskinan dengan zakat, dalam hal ini mempergunakan model matematika.
4. Membentuk model matematika zakat dalam pengurangan kemiskinan dengan terlebih dahulu menentukan variabel, parameter, dan asumsi yang

berkaitan dengan permasalahan zakat dalam pengurangan kemiskinan.

5. Menganalisis model matematika yang telah di peroleh dengan menemukan titik kesetimbangan model, menentukan kestabilan dari titik kesetimbangan model.
6. Menginterpretasikan hasil analisis dari model yang diperoleh.
7. Jika hasil analisis yang diperoleh tidak memuaskan maka ulangi membentuk model dan periksa asumsi.
8. Menarik kesimpulan dari hasil analisis yang telah diperoleh.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### A. Model Matematika Zakat dalam Pengurangan Kemiskinan

Zakat diperuntukkan bagi masyarakat golongan ekonomi lemah yaitu penerima zakat yang diperoleh dari golongan ekonomi kuat yaitu kelompok ekonomi wajib zakat. Diasumsikan bahwa kelompok ekonomi hanya terdiri dari yang wajib zakat dan penerima zakat. Kemudian dengan adanya faktor tertentu kelompok ekonomi penerima zakat dapat menjadi pembayar zakat, dan bisa berlaku sebaliknya. Sehingga diperoleh model matematika zakat dalam pengurangan kemiskinan berupa persamaan diferensial nonlinear sebagai berikut:

$$\frac{d\bar{K}}{dt} = j \left( \frac{\bar{K}}{N} \right) \bar{T} + p\bar{Q} + z\bar{Q} - r\bar{K} - \mu\bar{K} \quad (1)$$

$$\frac{d\bar{T}}{dt} = 4p\bar{Q} + z\bar{Q} - j \left( \frac{\bar{K}}{N} \right) \bar{T} - 2r\bar{T} - \mu\bar{T} \quad (2)$$

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = 2r\bar{T} + r\bar{K} - 5p\bar{Q} - 2z\bar{Q} - \mu\bar{Q} + \mu N \quad (3)$$

dimana  $N = \bar{K} + \bar{T} + \bar{Q}$

Dalam pemodelan ini tingkat ekonomi masyarakat dibagi menjadi 3 kelompok ekonomi yaitu kelompok individu wajib zakat dan membayar zakat/ muzaki ( $\bar{K}$ ), kelompok individu wajib zakat namun tidak membayar zakat ( $\bar{T}$ ), kelompok individu penerima zakat/ mustahiq ( $\bar{Q}$ ). Adapun perubahan jumlah banyaknya individu dari 3 kelompok tersebut adalah dipengaruhi oleh faktor-faktor yaitu tingkat interaksi ( $j$ ), tingkat pengaruh zakat ( $z$ ), tingkat keberhasilan dalam usaha yang ditandai dengan pertumbuhan ekonomi ( $p$ ), tingkat kegagalan dalam usaha ( $r$ ), tingkat kelahiran dan kematian alami ( $\mu$ ).

Pada tahap melakukan penyederhanakan model yaitu dengan mendefinisikan variabel baru sebagai berikut  $K = \frac{\bar{K}}{N}$ ,  $T = \frac{\bar{T}}{N}$  dan  $Q = \frac{\bar{Q}}{N}$  sehingga diperoleh,  $\bar{K} = KN$ ,  $\bar{T} = TN$ ,  $\bar{Q} = QN$  dan  $Q = 1 - K - T$  dengan melakukan substitusi variabel yang baru terhadap model matematika zakat dalam pengurangan kemiskinan yang berupa persamaan diferensial nonlinear pada persamaan (1), persamaan (2) dan persamaan (3) sehingga diperoleh bentuk model matematika zakat yang lebih sederhana yaitu:

$$jKT + p - pK - pT + z - zK - zT - rK - \mu K = 0 \quad (4) \quad \text{dengan:}$$

$$4p - 4pK - 4pT + z - zK - zT - 2rT - jKT - \mu T = 0 \quad (5)$$

Diperoleh titik tetap dari model matematika zakat:

$$E = (K^*, T^*)$$

$$K^* = \frac{1}{2ja} [-(b)r - c - (d)\mu + (e)j + f]$$

$$T^* = \frac{1}{2ja} [(b)r + c + (d)\mu + (e)j - f]$$

dimana:

$$a = \mu + 5p + 2r + 2z, \quad b = 3\mu + 6p + 3z, \quad c = \mu^2 + 2r^2, \quad d = 5p + 2z, \quad e = 5p + 2z$$

$$f = \left( (25\mu^2 + (-30j + 60r)\mu + 25j^2 - 20jr + 36r^2)p^2 \right. \\ \left. + \left( (20\mu^2 + (-12j + 54r)\mu + 20j^2 + 2jr + 36r^2)z + 10(\mu + r)(\mu + 2r) \left( i - \frac{3}{5}j + \frac{6}{5}r \right) \right) p \right. \\ \left. + (4\mu^2 + 12\mu r + 4j^2 + 4jr + 9r^2)z^2 + 4(\mu + r)(\mu + 2r) \left( \frac{3}{2}r + \mu \right) z + (\mu + 2r)^2(\mu + r)^2 \right)^{1/2}$$

### B. Analisis Model Matematika Zakat dalam Pengurangan Kemiskinan dengan Beberapa Kasus

Analisis kestabilan model matematika zakat dalam pengurangan kemiskinan dilakukan dengan mencari nilai eigen pada masing-masing titik tetap yang telah diperoleh diatas di atas. Nilai eigen ditentukan dengan menggunakan rumus,

$$\det(\lambda I - J(E)) = 0$$

Dimana  $J(E)$  adalah matriks Jacobi.

Nilai eigen dikatakan stabil apabila semua nilai eigen yang diperoleh bertanda negatif. Adapun matriks Jacobi yang diperoleh yaitu:

$$J(E) = \begin{pmatrix} \frac{df_1}{dK} & \frac{df_1}{dT} \\ \frac{df_2}{dK} & \frac{df_2}{dT} \end{pmatrix}$$

dengan:

$$f_1 = jKT + p - pK - pT + z - zK - zT - rK - \mu K$$

$$f_2 = 4p - 4pK - 4pT + z - zK - zT - 2rT - jKT - \mu T$$

Sehingga, diperoleh:

$$J(E) = \begin{pmatrix} jT - p - z - r - \mu & jK - p - z \\ -4p - z - jT & -4p - z - 2r - jK - \mu \end{pmatrix}$$

Nilai eigen dicari dengan mempergunakan beberapa nilai parameter dengan 12 kasus yang memiliki nilai parameter yang berbeda-beda untuk tiap parameter terdapat 3 nilai parameter yang berbeda sehingga dapat di

lihat pengaruh dari perbedaan nilai parameter tersebut yaitu:

Kasus 1

$$j = 0.01; \quad p = 0.04; \quad z = 0.01; \quad r = 0.008; \\ \mu = 0.014$$

Kemudian, dengan mensubstitusikan nilai parameter tersebut ke dalam matriks Jacobi di atas diperoleh kembali matriks Jacobi yaitu:

$$J(E) = \begin{pmatrix} -0.0665 & -0.0467 \\ -0.1755 & -0.2033 \end{pmatrix}$$

Untuk memperoleh nilai eigen dilakukan dengan menyelesaikan persamaan  $\det(\lambda I - J(E)) = 0$ .

$$|\lambda I - J(E)| = \begin{vmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -0.0665 & -0.0467 \\ -0.1755 & -0.2033 \end{vmatrix} = 0$$

$$|\lambda I - J(E)| = \begin{vmatrix} \lambda + 0.0665 & 0.0467 \\ 0.1755 & \lambda + 0.2033 \end{vmatrix} = 0$$

$$\{(\lambda + 0.0665)(\lambda + 0.2033)\} - \{(0.0467)(0.1755)\} = 0$$

$$\lambda^2 + 0.2698\lambda + 0.00532360 = 0$$

Sehingga diperoleh nilai eigen:

$$\lambda_1 = -0.0214$$

$$\lambda_2 = -0.2483$$

Menggunakan cara yang sama dan menggunakan beberapa nilai parameter yang berbeda untuk kasus-kasus lainnya, dengan menggunakan nilai parameter untuk tingkat kelahiran dan kematian sebesar dengan  $\mu = 0.014$  diperoleh untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada tabel 1.

TABEL 1.  
UJI KESTABILAN TITIK TETAP DENGAN 12 KASUS

Kasus	$z$	$j$	$r$	$p$	Titik tetap ( $K^*, T^*$ )	$Q^*$	Nilai eigen
Kasus 1	0.01	0.01	0.008	0.04	(0.33, 0.55)	0.12	(-0.0214, -0.2483)
Kasus 2				0.06	(0.33, 0.58)	0.09	(-0.0230, -0.3464)
Kasus 3				0.08	(0.34, 0.59)	0.07	(-0.0211, -0.4483)
Kasus 4	0.01	0.01	0.009	0.04	(0.29, 0.57)	0.14	(-0.0226, -0.1341)
Kasus 5			0.011		(0.30, 0.56)		
Kasus 6			0.013		(0.30, 0.58)		
Kasus 7	0.01	0.02	0.008	0.04	(0.43, 0.43)	0.14	(-0.0217, -0.2454)
Kasus 8		0.04			(0.57, 0.30)		
Kasus 9		0.06			(0.67, 0.21)		
Kasus 10	0.02	0.01	0.008	0.04	(0.36, 0.53)	0.11	(-0.0221, -0.2681)
Kasus 11	0.04				(0.40, 0.50)		
Kasus 12	0.06				(0.43, 0.49)		

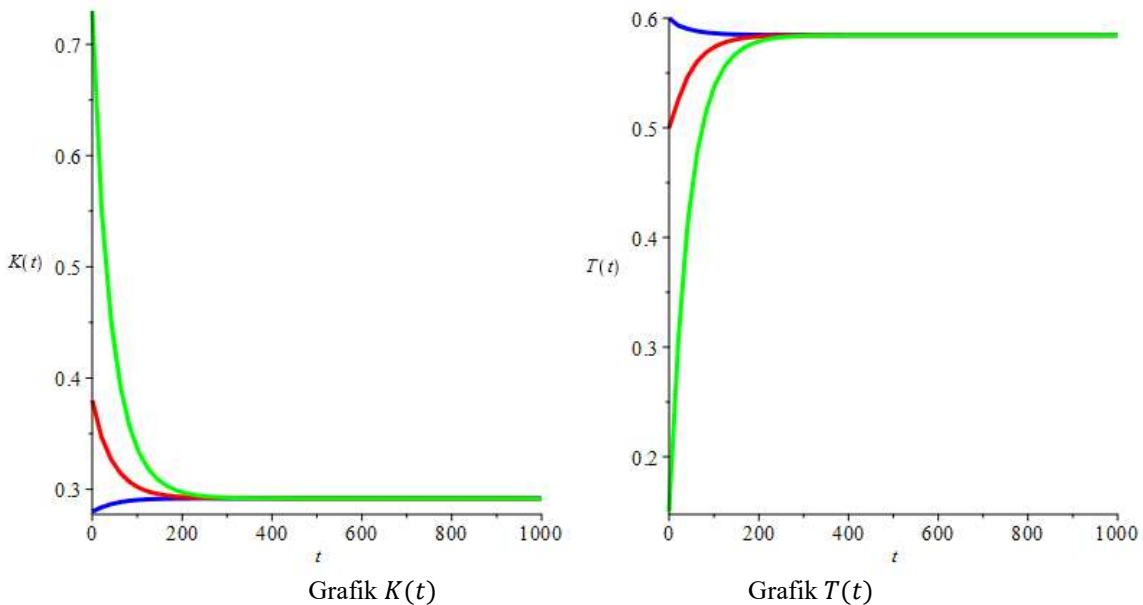
Berdasarkan semua kasus dengan menggunakan beberapa nilai parameter dengan nilai parameter yang berbeda untuk 4 faktor di atas yang diperoleh nilainya eigen menunjukkan tanda negatif diperoleh kesimpulan bahwa semua titik tetap pada semua kasus tersebut bersifat stabil. Untuk menguji lebih lanjut kestabilan dari titik-titik tetap tersebut akan di buat trayektori dari beberapa kasus tersebut yang apabila kurva tersebut menunjukkan bentuk mendekati titik tetap diperoleh kesimpulan bahwa kondisi tersebut titik tetap yang didapatkan memiliki sifat yang stabil.

### C. Simulasi Model Matematika Zakat dalam Pengurangan Kemiskinan

Selanjutnya Simulasi kestabilan titik tetap model matematika zakat dalam pengurangan kemiskinan dilakukan dengan membentuk trayektori dari beberapa kondisi awal yang berbeda dan menggunakan nilai parameter-parameter yang telah di tentukan pada pengujian kestabilan titik tetap. Selanjutnya, simulasi kestabilan titik tetap ini dapat digunakan sebagai alat menguji keberadaan titik tetap.

#### 1). Kasus 6

Nilai parameter yaitu  $j = 0.01$ ;  $p = 0.04$ ;  $z = 0.01$ ;  $r = 0.013$ ;  $\mu = 0.014$



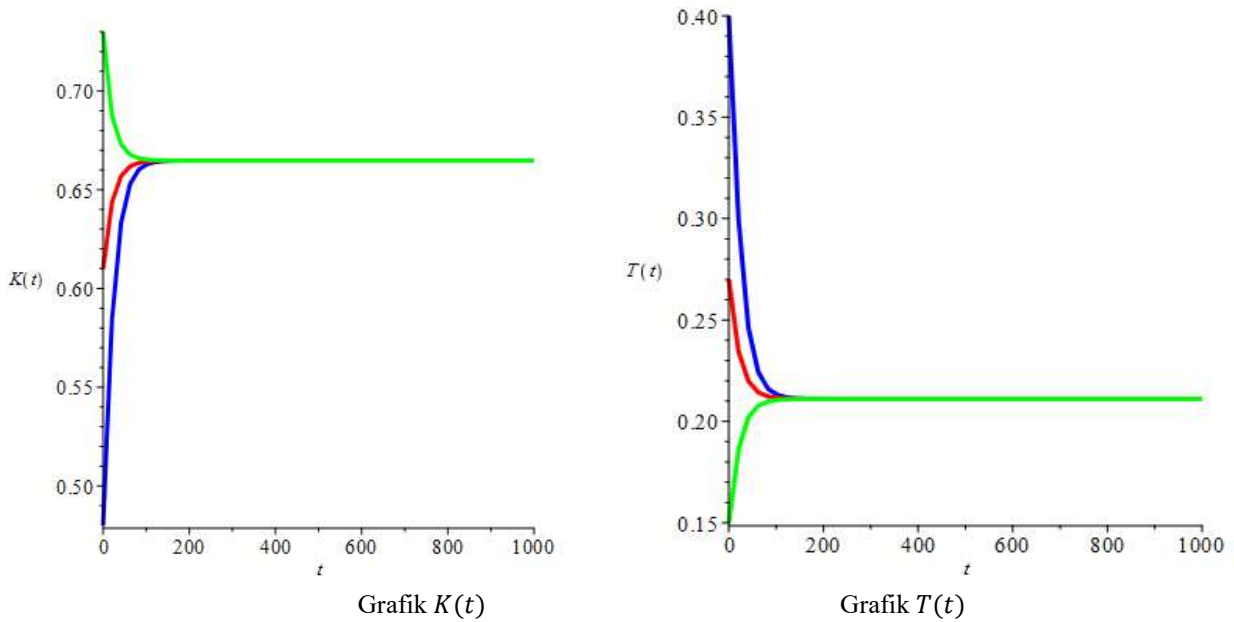
Gambar 1. Trayektori di Sekitar Titik Tetap Kasus 6

Titik tetap yang diperoleh jika disubstitusikan nilai parameter di atas adalah  $E = (0.30, 0.58)$ . arah gerak kurva sama-sama mendekati titik tetap. Sehingga titik

tetap yang diperoleh tersebut bersifat stabil, sesuai dengan nilai eigen yang bertanda negatif yang menyatakan titik tetap yang stabil.

2). Kasus 9

Nilai parameter yaitu  $j = 0.06$ ;  $p = 0.04$ ;  $z = 0.01$ ;  $r = 0.008$ ;  $\mu = 0.01$



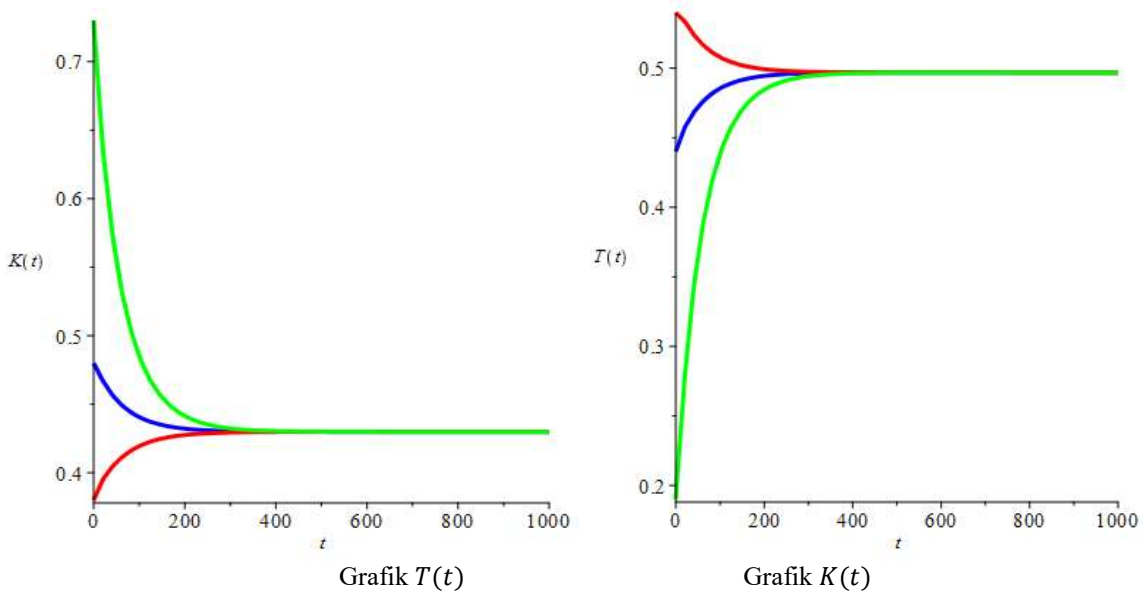
Gambar 2. Trayektori di Sekitar Titik Tetap Kasus 9

Titik tetap yang diperoleh jika disubstitusikan nilai parameter di atas adalah  $E = (0.67, 0.21)$ . arah gerak kurva sama-sama mendekati titik tetap. Sehingga titik

tetap yang diperoleh tersebut bersifat stabil, sesuai dengan nilai eigen yang bertanda negatif yang menyatakan titik tetap yang stabil.

3). Kasus 12

Nilai parameter yaitu  $j = 0.01$ ;  $p = 0.04$ ;  $z = 0.06$ ;  $r = 0.008$ ;  $\mu = 0.014$



Gambar 3. Trayektori di Sekitar Titik Tetap Kasus 12

Titik tetap yang diperoleh jika disubstitusikan nilai parameter di atas adalah  $E = (0.43, 0.49)$ . Arah gerak kurva yang diperoleh sama-sama mendekati titik tetap.

Sehingga titik tetap yang diperoleh tersebut bersifat stabil, sesuai dengan nilai eigen yang bertanda negatif yang menyatakan titik tetap yang stabil.

#### D. Interpretasi Model Matematika Zakat dalam Pengurangan Kemiskinan

Berdasarkan analisis dan simulasi yang telah dilakukan dapat dilihat faktor yang paling menentukan agar zakat lebih dapat optimal dalam pengurangan kemiskinan adalah dengan tingginya tingkat pengaruh zakat, tingkat keberhasilan usaha yang ditandai dengan pertumbuhan ekonomi dan tingkat interaksi yang terjadi antara wajib zakat dan membayar zakat dan wajib zakat namun tidak membayar zakat. Dengan kata lain semakin tingginya tingkat dari 3 faktor tersebut akan lebih optimal dalam pengurangan jumlah masyarakat miskin.

#### SIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa model matematika zakat dalam pengurangan kemiskinan berbentuk sistem persamaan diferensial nonlinear. Dari analisis yang dilakukan diperoleh titik tetap yang di uji dengan menggunakan beberapa kasus sehingga di peroleh untuk semua kasus adalah titik tetap yang menunjukkan titik tetap yang stabil. Dari hasil analisis tersebut diperoleh bahwa faktor

yang paling berpengaruh dari zakat dalam pengurangan kemiskinan adalah tingkat pengaruh zakat, tingkat keberhasilan usaha dan tingkat interaksi dimana dengan tingginya tingkat interaksi, karena tingkat interaksi paling besar dalam menuju kestabilan dibandingkan faktor lainnya.

#### REFERENSI

- [1] Ahmadi, Abu. 2003. *Ilmu Sosial Dasar*. Jakarta: PT Rineka Cipta
- [2] Al-Syaikh, I. Y. 2008. *Kitab Zakat: Hukum, Tata Cara dan Sejarah*. Bandung: Marja
- [3] Kementian Agama RI. 2013. *Buku Saku Menghitung Zakat*. Direktorat Pemberdayaan Zakat.
- [4] Kusuma, W. B. D, dan Sukmana, R. 2010. *The Power of Zakah in Poverty Ellevation*. Universiti Kebangsaan Malaysia: Malaysia.
- [5] Putri, Lani Widia. 2017. *Model Matematika Zakat dalam Pengurangan Kemiskinan*. Universitas Negeri Padang: Padang.
- [6] Mukri, G. 2011. *Fiqh Zakat Kontemporer*. Solo: Al-Qowam
- [7] Pagalay. U. 2009. *Mathematical Modelling*. Universitas Islam Negeri: Malang Press.
- [8] Patmawati. 2006. Economic Role of Zakat in Reducing income inequality and proverty in Selangor. Ph.D. Dissertation. Universiti Putra Malaysia: Malaysia.
- [9] Perko, Lawrance. 2001. *Differential Equations and Dynamical Systems*. Third Edition. Springer.
- [10] Widowati dan Sutimin. 2007. *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Universitas Diponegoro.