Penyelesaian Sistem Persamaan Linear *Fuzzy* Menggunakan Metode Dekomposisi Crout

Aulia Rindu Permata#1, Arnellis*2

#*Jurusan Matematika Universitas Negeri Padang*
Jl. Prof. Hamka, Air Tawar Padang, Indonesia

1auliarindu3@gmail.com
2arnellis.mathunp@gmail.com

Abstract — Variables and constants from the system of linear equations commonly studied are real numbers because the problems that are resolved are clear. In fact, not all problems are clear, but still in a vague state, so to overcome them, a fuzzy linear equation system is needed. Fuzzy linear equation systems have variables and constants in the form of fuzzy numbers while the coefficients are real numbers. This study uses Crout's decomposition method in solving fuzzy linear equation systems. Crout Decomposition Method is a method that factifies the coefficient coefficient A of the system equation Ax = y to be a matrix multiplication LU where L is a matrix of the lower triangle and U is a triangular matrix on which the main diagonal is one. The results of this study found that Crout's decomposition method can be used in solving fuzzy linear equation systems.

Key words — Crout decomposition method, system of linear fuzzy equations, triangle membership function

Abstrak — Variabel dan konstanta dari sistem persamaan linear yang biasa dipelajari adalah berupa bilangan real karena permasalahan yang diselesaikan jelas. Kenyataannya tidak semua permasalahan itu jelas melainkan masih dalam keadaan samar sehingga untuk mengatasinya diperlukan sistem persamaan linear *fuzzy*. Sistem persamaan linear *fuzzy* memiliki variabel dan konstanta yang berupa bilangan *fuzzy* sementara koefisiennya berupa bilangan real. Penelitian ini menggunakan metode dekomposisi Crout dalam menyelesaikan sistem persamaan linear *fuzzy*. Metode Dekomposisi Crout merupakan metode yang memfaktorkan matriks koefisien A dari sistem persamaan $Ax = y$ menjadi perkalian matriks LU dimana L merupakan matriks segitiga bawah dan U merupakan matriks segitiga atas yang diagonal utamanya bernilai satu. Hasil dari penelitian ini didapatkan bahwa metode dekomposisi Crout dapat digunakan dalam menyelesaikan sistem persamaan linear *fuzzy*.

Kata kunci — Metode dekomposisi Crout, sistem persamaan linear *fuzzy,* fungsi keanggotaan segitiga

PENDAHULUAN

Peranan ilmu matematika dalam kehidupan sehari-hari sangat diperlukan khususnya dalam memecahkan permasalahan yang tidak dapat diselesaikan secara langsung. Contohnya jika diketahui banyak pembelian dan total harga (dalam rupiah) yang dibayar maka penentuan dari satu satuan harga suatu barang (dalam rupiah) tersebut dapat diselesaikan dengan terlebih dahulu memodelkannya atau menerjemahkannya ke dalam bahasa matematika atau sering disebut dengan model matematika. Salah satu bentuk dari model matematika adalah persamaan linear.

Fuzzy dapat diartikan sebagai sesuatu yang samar atau tidak jelas sedangkan bilangan *fuzzy* merupakan perluasan dari bilangan tegas dan merupakan suatu fungsi pasangan terurut yang memiliki derajat keanggotaan yang berada pada selang [0, 1]. Bilangan *fuzzy* memiliki fungsi keanggotaan. Fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (derajat keanggotaannya) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Terdapat beberapa fungsi keanggotaan fuzzy [1]. Fungsi keanggotaan yang digunakan adalah representasi kurva segitiga [2].

Gabungan dua atau lebih persamaan linear yang saling terkait satu sama lainnya disebut sistem persamaan linear (SPL) sehingga SPL *fuzzy* merupakan gabungan dari dua atau lebih persamaan linear *fuzzy* yang terkait satu sama lainnya. SPL *fuzzy* dapat dibentuk ke dalam persamaan matriks $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ dimana matriks koefisien A adalah matriks yang mengandung elemen-elemen bilangan real, $\tilde{X}$ adalah vektor kolom dari variabel-variabel bilangan *fuzzy* yang belum diketahui dan $\tilde{Y}$ adalah vektor kolom dari konstanta bilangan *fuzzy*.

Salah satu metode yang digunakan dalam menyelesaikan SPL *fuzzy* yaitu metode dekomposisi Crout. Metode ini merupakan metode yang memfaktorkan matriks koefisien A dari sistem persamaan $AX = Y$ menjadi hasil kali suatu matriks segitiga bawah L yang elemen diagonal utamanya bernilai tak nol dan matriks segitiga atas U yang elemen diagonal utamanya bernilai satu. Dengan demikian sistem persamaan linear akan berubah menjadi AX = LUX = Y.

Sistem persamaan linear *fuzzy* dapat diselesaikan dengan menggunakan metode dekomposisi LU [3]. Jika dilihat dari waktu eksekusi dan analisis algoritmanya, metode dekomposisi Crout lebih baik dibandingkan metode dekomposisi LU dalam menyelesaikan SPL yang berukuran besar [4].

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penyelesaian sistem persamaan linear *fuzzy* menggunakan metode dekomposisi Crout. Berdasarkan uraian di atas, maka penelitian ini menggunakan metode dekomposisi Crout dalam menyelesaikan sistem persamaan linear *fuzzy*.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian yang dilakukan merupakan penelitian dasar. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah memahami konsep sistem persamaan linear *fuzzy* dan metode dekomposisi Crout, menyusun langkah – langkah penyelesaian sistem persamaan linear *fuzzy* menggunakan metode dekomposisi Crout, menentukan solusi dari sistem persamaan linear fuzzy, menyelesaikan beberapa contoh sistem persamaan linear fuzzy menggunakan metode dekomposisi Crout.

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. *Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Fuzzy Menggunakan Metode Dekomposisi Crout*

Adapun langkah-langkah penyelesaian sistem persamaan linear fuzzy menggunakan metode dekomposisi Crout adalah sebagai berikut:

1. Menentukan sistem persamaan linear fuzzy dengan n persamaan dan n variabel.

Bentuk umum dari sistem persamaan linear fuzzy:

$$
\begin{gathered}
a_{11}\tilde{x}_1+a_{12}\tilde{x}_2+\ldots+a_{1n}\tilde{x}_n=\tilde{y}_1\\
a_{21}\tilde{x}_1+a_{22}\tilde{x}_2+\ldots+a_{2n}\tilde{x}_n=\tilde{y}_2\\
\vdots\\
a_{n1}\tilde{x}_1+a_{n2}\tilde{x}_2+\ldots+a_{nn}\tilde{x}_n=\tilde{y}_n
\end{gathered}
$$

Dengan $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \ldots, \tilde{x}_n$ adalah variabel-variabel bilangan *fuzzy* yang belum diketahui dan $\tilde{y}_1$, $\tilde{y}_2, \ldots, \tilde{y}_n$ adalah konstanta dari bilangan *fuzzy* sementara a_{ij} dengan $1 \le i \le n, 1 \le j \le n$ adalah koefisien dari variabel bilangan *fuzzy* yang berupa bilangan real.

2. Mengubah sistem persamaan tersebut ke dalam matriks $A\tilde{X} = \tilde{Y}$.

Sistem persamaan linear *fuzzy* juga dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan matriks $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ sehingga sistem persamaan linear dapat ditulis seperti berikut:

$$
\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \vdots \\ \tilde{x}_n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \vdots \\ \tilde{y}_n \end{bmatrix}
$$

Bentuk dari sistem persamaan linear *fuzzy* yang memiliki fungsi keanggotaan segitiga dengan potongan-α adalah sebagai berikut:

$$
\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \left(\underline{x}_1(\alpha),\ \overline{x}_1(\alpha)\right) \\ \left(\underline{x}_2(\alpha),\ \overline{x}_2(\alpha)\right) \\ \vdots \\ \left(\underline{x}_n(\alpha),\ \overline{x}_n(\alpha)\right) \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} \left(\underline{y}_1(\alpha),\ \overline{y}_1(\alpha)\right) \\ \left(\underline{y}_2(\alpha),\ \overline{y}_2(\alpha)\right) \\ \vdots \\ \left(\underline{y}_n(\alpha),\ \overline{y}_n(\alpha)\right) \end{bmatrix}
$$

3. Mengubah sistem persamaan linear *fuzzy* ke bentuk sistem persamaan linear *non-fuzzy* yaitu dengan mengubah sistem persamaan linear *fuzzy* dari n variabel dan n persamaan menjadi 2n variabel dan 2n persamaan.

$$SX^{*}=Y^{*}$$

Dengan

$$S=\begin{bmatrix} s_{1,1} & \cdots & s_{1,n} & s_{1,n+1} & \cdots & s_{1,2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n,1} & \cdots & s_{n,n} & s_{n,n+1} & \cdots & s_{n,2n} \\ s_{n+1,1} & \cdots & s_{n+1,n} & s_{n+1,n+1} & \cdots & s_{n+1,2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{2n,1} & \cdots & s_{2n,n} & s_{2n,n+1} & \cdots & s_{2n,2n} \end{bmatrix}$$

$$X^*=\begin{bmatrix} \underline{x}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \underline{x}_n(\alpha) \\ -\overline{x}_1(\alpha) \\ \vdots \\ -\overline{x}_n(\alpha) \end{bmatrix} \text{ dan } Y^*=\begin{bmatrix} \underline{y}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \underline{y}_n(\alpha) \\ -\overline{y}_1(\alpha) \\ \vdots \\ -\overline{y}_n(\alpha) \end{bmatrix}$$

Persamaan ini bukan merupakan sistem persamaan linear *fuzzy* karena semua elemen-elemennya bukan bilangan *fuzzy* dan nilai variabelnya berada dalam ruang fungsi [5].

Matriks S memiliki elemen-elemen yang ditentukan dengan syarat sebagai berikut :

a. Jika $a_{i,j} \geq 0$ maka $s_{i,j}=s_{n+i,\,n+j}=a_{i,j}$
b. Jika $a_{i,j} < 0$ maka $s_{i,n+j}= s_{n+i,\,j}=-a_{i,j}$
c. Elemen yang lainnya sama dengan nol.

Dari persyaratan elemen-elemen matriks S diatas maka:

$$S_1=\begin{bmatrix} s_{1,1} & \cdots & s_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n,1} & \cdots & s_{n,n} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} s_{n+1,n+1} & \cdots & s_{n+1,2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{2n,n+1} & \cdots & s_{2n,2n} \end{bmatrix}$$

dan

$$S_2=\begin{bmatrix} s_{1,n+1} & \cdots & s_{1,2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n,n+1} & \cdots & s_{n,2n} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} s_{n+1,1} & \cdots & s_{n+1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{2n,1} & \cdots & s_{2n,n} \end{bmatrix}$$

sehingga

$$S=\begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_1 \end{bmatrix}$$

Maka sistem persamaan tersebut berbentuk seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{X} \\ -\overline{X} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \underline{Y} \\ -\overline{Y} \end{bmatrix}$$

4. Memfaktorkan matriks S menjadi S = LU menggunakan metode dekomposisi Crout dengan matriks L adalah matriks segitiga bawah yang diagonal utamanya bernilai tak nol dan matriks U adalah matriks segitiga atas yang diagonal utamanya bernilai satu sehingga diperoleh sistem persamaan linear LU $\widetilde{X}=\widetilde{Y}$.

Matriks $S = LU$ dengan

$$S=\begin{bmatrix} s_{1,1} & \cdots & s_{1,n} & s_{1,n+1} & \cdots & s_{1,2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n,1} & \cdots & s_{n,n} & s_{n,n+1} & \cdots & s_{n,2n} \\ s_{n+1,1} & \cdots & s_{n+1,n} & s_{n+1,n+1} & \cdots & s_{n+1,2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{2n,1} & \cdots & s_{2n,n} & s_{2n,n+1} & \cdots & s_{2n,2n} \end{bmatrix}$$

$$L=\begin{bmatrix} l_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_{n,1} & \cdots & l_{n,n} & 0 & 0 & 0 \\ l_{n+1,1} & \cdots & l_{n+1,n} & l_{n+1,n+1} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ l_{2n,1} & \cdots & l_{2n,n} & l_{2n,n+1} & \cdots & l_{2n,2n} \end{bmatrix}$$

$$U=\begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \cdots & u_{1,n+1} & \cdots & u_{1,2n} \\ 0 & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & u_{n,n} & u_{n,n+1} & \cdots & u_{n,2n} \\ 0 & 0 & 0 & u_{n+1,n+1} & \cdots & u_{n+1,2n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_{2n,2n} \end{bmatrix}$$

Metode yang digunakan dalam menyelesaikan sistem persamaan linear ini adalah metode dekomposisi Crout maka $u_{i,j}=1$ untuk setiap $i=j$ dimana $1 \leq i \leq 2n$ dan $1 \leq j \leq 2n$.

5. Menentukan $\widetilde{X}$ dari operasi matriks $LU\widetilde{X}=\widetilde{Y}$ dengan memisalkan $U\widetilde{X}=\widetilde{B}$ sehingga $L\widetilde{B}=\widetilde{Y}$ dengan teknik penyulihan maju dan $U\widetilde{X}=\widetilde{B}$ dengan teknik penyulihan mundur.

Sistem persamaan yang terbentuk pada langkah 4 adalah seperti berikut:

$$S=LU\widetilde{X}=\widetilde{Y}$$

Misalkan $U\widetilde{X}=\widetilde{B}$ maka

$$L\widetilde{B}=\widetilde{Y}$$

akan ditentukan nilai dari vektor kolom $\tilde{B}$. Dalam penentuannya perlu mempartisi matriks L, matriks $\tilde{B}$ dan matriks $\tilde{Y}$ agar mempermudah mencari nilainya sehingga

$$L\widetilde{B}=\widetilde{Y}$$

$$\begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ L_2 & L_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{B} \\ \overline{B} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \underline{Y} \\ \overline{Y} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} L_1 \,.\, \underline{B} \\ L_2 \,.\, \underline{B}+L_3 \,.\, \overline{B} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \underline{Y} \\ \overline{Y} \end{bmatrix}$$

dengan

$$L=\begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ L_2 & L_3 \end{bmatrix}$$

$$=\left[\begin{array}{ccc|cccc} l_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline l_{n,1} & \cdots & l_{n,n} & 0 & 0 & 0 \\ l_{n+1,1} & \cdots & l_{n+1,n} & l_{n+1,n+1} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ l_{2n,1} & \cdots & l_{2n,n} & l_{2n,n+1} & \cdots & l_{2n,2n} \end{array}\right]$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \overline{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \underline{b}_n(\alpha) \\ \overline{b}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \overline{b}_n(\alpha) \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \tilde{Y} = \begin{bmatrix} \underline{Y} \\ \overline{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{y}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \underline{y}_n(\alpha) \\ -\overline{y}_1(\alpha) \\ \vdots \\ -\overline{y}_n(\alpha) \end{bmatrix}$$

maka diperoleh beberapa persamaan seperti berikut:

$$L_1 \ . \ \underline{B} = \underline{Y}$$

$$\begin{bmatrix} l_{1,1} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ l_{n,1} & \cdots & l_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{b}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \underline{b}_n(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{y}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \underline{y}_n(\alpha) \end{bmatrix}$$

dan

$$L_2 \ . \ \underline{B} + L_3 \ .\overline{B} = \overline{Y}$$

$$\begin{bmatrix} l_{n+1,1} & \cdots & l_{n+1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{2n,1} & \cdots & l_{2n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{b}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \underline{b}_n(\alpha) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} l_{n+1,n+1} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ l_{2n,n+1} & \cdots & l_{2n,2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{b}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \overline{b}_n(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{y}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \overline{y}_n(\alpha) \end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya yaitu menentukan nilai dari matriks kolom $\tilde{X}$ atau solusi dari sistem persamaan linear.
Diketahui bahwa:

$$U\tilde{X}=\tilde{B}$$

Dengan mempartisinya maka

$$\begin{bmatrix} U_1 & U_2 \\ 0 & U_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X} \\ \overline{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \overline{B} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_1.\underline{X}+U_2.\overline{X} \\ U_3.\overline{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \overline{B} \end{bmatrix}$$

maka diperoleh

$$U_3.\overline{X}=\overline{B}$$

$$\begin{bmatrix} u_{n+1,n+1} & \cdots & u_{n+1,2n} \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & u_{2n,2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{x}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \overline{x}_n(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{b}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \overline{b}_n(\alpha) \end{bmatrix}$$

dengan $u_{n+1,n+1}$, $u_{n+2,n+2}$, …, $u_{2n,2n}=1$
dan

$$U_1.\underline{X}+U_2.\overline{X}=\underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \cdots \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & u_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \underline{x}_n(\alpha) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} u_{1,n+1} & \cdots & u_{1,2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n,n+1} & \cdots & u_{n,2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{x}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \overline{x}_n(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1(\alpha) \\ \vdots \\ \underline{b}_n(\alpha) \end{bmatrix}$$

Dengan $u_{1,1}$, $u_{2,2}$, …, $u_{n,n}=1$

Langkah selanjutnya yaitu menentukan solusi dari sistem persamaan.
Misalkan $X=\left\{\left(\underline{x}_i(\alpha), -\overline{x}_i(\alpha)\right), \ 1 \le i \le n\right\}$ merupakan solusi dari $SX = Y$ dengan bilangan *fuzzy* $\tilde{U}=\left\{\left(\underline{u}_i(\alpha), -\overline{u}_i(\alpha)\right), 1 \le i \le n\right\}$ didefinisikan oleh:

$$\underline{u}_i(\alpha)=\min\left\{\underline{x}_i(\alpha), \overline{x}_i(\alpha), \underline{x}_i(1), \overline{x}_i(1)\right\}$$
$$\overline{u}_i(\alpha)=\max\left\{\underline{x}_i(\alpha), \overline{x}_i(\alpha), \underline{x}_i(1), \overline{x}_i(1)\right\}$$

Disebut solusi *fuzzy* dari SX=Y jika $\underline{x}_i(\alpha), \overline{x}_i(\alpha)$ merupakan bilangan *fuzzy* untuk setiap $1 \le i \le n$ kemudian disebut solusi *fuzzy* kuat (*strong fuzzy solution*) jika $\overline{u}_i=\overline{x}_i$, $\underline{u}_i = \underline{x}_i$ maka selain dari itu $\tilde{U}$ adalah solusi *fuzzy* lemah (*weak fuzzy solution*)[6].

B. Beberapa Contoh Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Fuzzy Menggunakan Metode Dekomposisi Crout

1. Contoh sistem persamaan linear *fuzzy* dengan 2 persamaan dan 2 variabel.

Diberikan sistem persamaan linear *fuzzy* dengan 2 persamaan dan 2 variabel seperti berikut:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 + 2\tilde{x}_2 &= \tilde{8} \\ 2\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 &= \tilde{4} \end{aligned} \qquad (1)$$

Dengan $\tilde{8}$ dan $\tilde{4}$ merupakan bilangan *fuzzy* yang memiliki fungsi keanggotaan segitiga sebagai berikut:

$\tilde{8}$ = segitiga (x;6, 8, 10) $\tilde{4}$ = segitiga (x;2, 4, 6)

Tentukanlah solusi dari sistem persamaan berikut dengan menggunakan metode dekompsisi Crout!

Penyelesaiaan:

Langkah pertama yaitu membentuk variabel dan konstanta yang merupakan bilangan *fuzzy* dari sistem persamaan ke dalam bentuk potongan-α seperti berikut:

a. Fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* $\tilde{8}$ adalah

$\mu_{\tilde{8}}$ = segitiga (x;6, 8, 10)

$$= \begin{cases} \dfrac{x-6}{2}, & \text{untuk } 6 \le x \le 8 \\ \dfrac{10-x}{2}, & \text{untuk } 8 \le x \le 10 \\ 0, & \text{untuk } x \le 6 \text{ dan } x \ge 10 \end{cases}$$

Sehingga α-cut dari bilangan *fuzzy* $\tilde{8}$ untuk $\alpha \in [0, 1]$ yaitu dengan memisalkan:

$$\alpha = \frac{x - 6}{2} \text{ dan } \alpha = \frac{10 - x}{2}$$

maka didapatkan $x = 2\alpha + 6$ dan $x = 10 - 2\alpha$ sehingga diperoleh $8_{\alpha} = [2\alpha + 6, 10 - 2\alpha]$.

b. Fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* $\tilde{4}$ adalah

$\tilde{\mu}_{\tilde{4}}$ = segitiga $(x;2, 4, 6)$

$$= \begin{cases} \frac{x - 2}{2}, & \text{untuk } 2 \leq x \leq 4 \\ \frac{6 - x}{2}, & \text{untuk } 4 \leq x \leq 6 \\ 0, & \text{untuk } x \leq 2 \text{ dan } x \geq 6 \end{cases}$$

Sehingga α-cut dari bilangan *fuzzy* $\tilde{4}$ untuk $\alpha \in [0, 1]$ yaitu dengan memisalkan:

$$\alpha = \frac{x - 2}{2} \text{ dan } \alpha = \frac{6 - x}{2}$$

maka didapatkan $x = 2\alpha + 2$ dan $x = 6 - 2\alpha$ sehingga di peroleh $4_{\alpha} = [2\alpha + 2, 6 - 2\alpha]$.

Dari a. dan b. di atas maka sistem persamaan linear *fuzzy*nya menjadi seperti berikut:

$$\left(\underline{x}_1(\alpha), \overline{x}_1(\alpha)\right) + 2\left(\underline{x}_2(\alpha), \overline{x}_2(\alpha)\right) = [2\alpha+6,\ 10-2\alpha]$$
$$2\left(\underline{x}_1(\alpha), \overline{x}_1(\alpha)\right) - \left(\underline{x}_2(\alpha), \overline{x}_2(\alpha)\right) = [2\alpha+2,\ 6-2\alpha]$$

Langkah selanjutnya yaitu mengubah sistem persamaan ke dalam bentuk persamaan matriks $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ maka

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1(\alpha), \overline{x}_1(\alpha) \\ \underline{x}_2(\alpha), \overline{x}_2(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha+6,\ 10-2\alpha \\ 2\alpha+2,\ 6-2\alpha \end{bmatrix}$$

Berikutnya merubah matriks koefisien A yang berukuran 2×2 menjadi matriks S yang berukuran 4×4 dengan syarat elemennya terdapat pada persamaan sebelumnya maka diperoleh:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga sistem persamaan (1) menjadi

$$SX^* = Y^*$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ -\overline{x}_1 \\ -\overline{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha+6 \\ 2\alpha+2 \\ 2\alpha-10 \\ 2\alpha-6 \end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya yaitu memfaktorkan matriks S menjadi perkalian matriks LU, dengan menggunakan aplikasi software pascal dan berdasarkan metode dekomposisi Crout sehingga diperoleh:

$$S = LU$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3{,}75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0{,}25 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga sistem persamaannya menjadi

$$LUX^* = Y^*$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3{,}75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0{,}25 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ -\overline{x}_1 \\ -\overline{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha+6 \\ 2\alpha+2 \\ 2\alpha-10 \\ 2\alpha-6 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya yaitu dengan memisalkan $UX^* = B$

maka

$$LB = Y^*$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3{,}75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \\ \overline{b}_1 \\ \overline{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha+6 \\ 2\alpha+2 \\ 2\alpha-10 \\ 2\alpha-6 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh

$$B = \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \\ \overline{b}_1 \\ \overline{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha+6 \\ \frac{1}{2}\alpha + \frac{5}{2} \\ 2\alpha-10 \\ \frac{2}{3}\alpha - \frac{46}{15} \end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya yaitu menentukan nilai $\tilde{X}$ atau solusi dari sistem persamaan dengan menggunakan teknik penyulihan mundur. Diketahui bahwa $U\tilde{X} = \tilde{B}$ maka

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0{,}25 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ -\overline{x}_1 \\ -\overline{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \\ \overline{b}_1 \\ \overline{b}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0{,}25 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ -\overline{x}_1 \\ -\overline{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha+6 \\ \frac{1}{2}\alpha + \frac{5}{2} \\ 2\alpha-10 \\ \frac{2}{3}\alpha - \frac{46}{15} \end{bmatrix}$$

Menurut kesetaraan matriks maka diperoleh

$$\underline{x}_1 = \frac{2}{3}\alpha + \frac{38}{15}$$
$$\underline{x}_2 = \frac{2}{3}\alpha + \frac{26}{15}$$
$$-\overline{x}_1 = \frac{2}{3}\alpha - \frac{58}{15}$$

$$-\bar{x}_2 = \frac{2}{3}\alpha - \frac{46}{15}$$

Sehingga solusi dari sistem persamaan (1) adalah

$$\begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ -\bar{x}_1 \\ -\bar{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\alpha + \frac{38}{15} \\ \frac{2}{3}\alpha + \frac{26}{15} \\ \frac{2}{3}\alpha - \frac{58}{15} \\ \frac{2}{3}\alpha - \frac{46}{15} \end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya yaitu menentukan apakah solusi yang diperoleh merupakan solusi kuat atau solusi lemah dari sistem persamaan tersebut sehingga terbukti bahwa $\underline{u}_i(\alpha) = \underline{x}_i(\alpha)$ dan $\bar{u}_i(\alpha) = \bar{x}_i(\alpha)$ dengan $1 \le i \le 2$ maka solusi yang diperoleh dari sistem persamaan tersebut adalah solusi *fuzzy* kuat.

2. Contoh sistem persamaan linear *fuzzy* dengan 3 persamaan dan 3 variabel

Diberikan sistem persamaan linear *fuzzy* dengan 3 persamaan dan 3 variabel seperti berikut:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 + 3\tilde{x}_3 &= \tilde{5} \\ 2\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 - 3\tilde{x}_3 &= \tilde{4} \\ \tilde{x}_1 - 2\tilde{x}_2 + \tilde{x}_3 &= \widetilde{17} \end{aligned} \qquad (2)$$

Dengan $\tilde{5}, \tilde{4}, \widetilde{17}$ merupakan bilangan *fuzzy* yang memiliki fungsi keanggotaan segitiga sebagai berikut:

$\tilde{5}$ = segitiga (x; 2, 5, 8)
$\tilde{4}$ = segitiga (x;2, 4, 6)
$\widetilde{17}$ = segitiga (x;13, 17, 21)

Tentukanlah solusi dari sistem persamaan berikut dengan menggunakan metode dekompsisi Crout!

Penyelesaiaan:

Langkah pertama yaitu membentuk variabel dan konstanta yang merupakan bilangan *fuzzy* dari sistem persamaan ke dalam bentuk potongan-α seperti berikut:

a. Fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* $\tilde{5}$ adalah $\tilde{\mu}_5$ = segitiga (x;2, 5, 8)

$$= \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{untuk } 2 \le x \le 5 \\ \frac{8-x}{3}, & \text{untuk } 5 \le x \le 8 \\ 0, & \text{untuk } x \le 5 \text{ dan } x \ge 8 \end{cases}$$

Sehingga α-cut dari bilangan *fuzzy* $\tilde{5}$ untuk $\alpha \in [0, 1]$ yaitu dengan memisalkan:

$$\alpha = \frac{x-2}{3} \text{ dan } \alpha = \frac{8-x}{3}$$

maka didapatkan $x = 3\alpha + 2$ dan $x = 8 - 3\alpha$ sehingga diperoleh $5_\alpha = [3\alpha + 2, 8 - 3\alpha]$.

b. Fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* $\tilde{4}$ adalah $\tilde{\mu}_{\tilde{4}}$ = segitiga (x;2, 4, 6)

$$= \begin{cases} \frac{x-2}{2}, & \text{untuk } 5 \le x \le 7 \\ \frac{6-x}{2}, & \text{untuk } 7 \le x \le 9 \\ 0, & \text{untuk } x \le 5 \text{ dan } x \ge 9 \end{cases}$$

Sehingga potongan-α dari bilangan *fuzzy* $\tilde{4}$ untuk $\alpha \in [0, 1]$ yaitu dengan memisalkan:

$$\alpha = \frac{x-2}{2} \text{ dan } \alpha = \frac{6-x}{2}$$

maka didapatkan $x = 2\alpha + 2$ dan $x = 6 - 2\alpha$ sehingga diperoleh $4_\alpha = [2\alpha + 2, 6 - 2\alpha]$.

c. Fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* $\widetilde{17}$ adalah $\tilde{\mu}_{\widetilde{17}}$ = segitiga (x;13, 17, 21)

$$= \begin{cases} \frac{x-13}{4}, & \text{untuk } 13 \le x \le 17 \\ \frac{21-x}{4}, & \text{untuk } 17 \le x \le 21 \\ 0, & \text{untuk } x \le 13 \text{ dan } x \ge 21 \end{cases}$$

Sehingga potongan-α dari bilangan *fuzzy* $\widetilde{17}$ untuk $\alpha \in [0, 1]$ yaitu dengan memisalkan:

$$\alpha = \frac{x-13}{4} \text{ dan } \alpha = \frac{21-x}{4}$$

maka didapatkan $x = 4\alpha + 13$ dan $x = 21 - 4\alpha$ sehingga diperoleh $17_\alpha = [4\alpha + 13, 21 - 4\alpha]$.

Dari a, b dan c di atas maka sistem persamaan linear *fuzzy*nya menjadi seperti berikut:

$$\left(\underline{x}_1(\alpha), \bar{x}_1(\alpha)\right) - \left(\underline{x}_2(\alpha), \bar{x}_2(\alpha)\right) + 3\left(\underline{x}_3(\alpha), \bar{x}_3(\alpha)\right) = [3\alpha+2, 8-3\alpha]$$

$$2\left(\underline{x}_1(\alpha), \bar{x}_1(\alpha)\right) + \left(\underline{x}_2(\alpha), \bar{x}_2(\alpha)\right) - 3\left(\underline{x}_3(\alpha), \bar{x}_3(\alpha)\right) = [2\alpha+2, 6-2\alpha]$$

$$\left(\underline{x}_1(\alpha), \bar{x}_1(\alpha)\right) - 2\left(\underline{x}_2(\alpha), \bar{x}_2(\alpha)\right) + \left(\underline{x}_3(\alpha), \bar{x}_3(\alpha)\right) = [4\alpha+13, 21-4\alpha]$$

Langkah selanjutnya yaitu mengubah sistem persamaan ke dalam bentuk persamaan matriks $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ maka

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1(\alpha), \bar{x}_1(\alpha) \\ \underline{x}_2(\alpha), \bar{x}_2(\alpha) \\ \underline{x}_3(\alpha), \bar{x}_3(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\alpha+2, 8-3\alpha \\ 2\alpha+2, 6-2\alpha \\ 4\alpha+13, 21-4\alpha \end{bmatrix}$$

Berikutnya merubah matriks koefisien A yang berukuran 3×3 menjadi matriks S yang berukuran 6×6 maka diperoleh:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga sistem persamaan (2) menjadi

$$SX^{*} = Y^{*}$$

Langkah selanjutnya yaitu memfaktorkan matriks S menjadi perkalian matriks LU , dengan menggunakan aplikasi software pascal dan berdasarkan metode dekomposisi Crout yang telah dilampirkan pada lampiran 3 maka:

$$S = LU$$

dengan

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -7{,}5 & 0 \\ 0 & 2 & 12 & 1 & 5 & -5 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0{,}5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga sistem persamaannya menjadi

$$LUX^{*}=Y^{*}$$

dengan

$$X^{*} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ \underline{x}_3 \\ -\overline{x}_1 \\ -\overline{x}_2 \\ -\overline{x}_3 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad Y^{*} = \begin{bmatrix} 3\alpha+2 \\ 2\alpha+2 \\ 4\alpha+13 \\ 3\alpha-8 \\ 2\alpha-6 \\ 4\alpha-21 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya dengan memisalkan $UX^{*}=B$ maka

$$LB = Y^{*}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -7{,}5 & 0 \\ 0 & 2 & 12 & 1 & 5 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\alpha+2 \\ 2\alpha+2 \\ 4\alpha+13 \\ 3\alpha-8 \\ 2\alpha-6 \\ 4\alpha-21 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ \underline{x}_3 \\ -\overline{x}_1 \\ -\overline{x}_2 \\ -\overline{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\alpha+2 \\ 2\alpha+2 \\ 4\alpha+13 \\ 3\alpha-8 \\ 2\alpha-6 \\ 4\alpha-21 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\alpha+2 \\ -4\alpha-2 \\ -\frac{1}{2}\alpha-\frac{11}{2} \\ 10\alpha+27 \\ \frac{11}{5}\alpha+\frac{29}{5} \\ \frac{3}{5}\alpha+\frac{7}{5} \end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya yaitu menentukan nilai $\tilde{X}$ atau solusi dari sistem persamaan dengan menggunakan teknik penyulihan mundur. Diketahui bahwa $U\tilde{X} = \tilde{B}$ maka

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0{,}5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ \underline{x}_3 \\ -\overline{x}_1 \\ -\overline{x}_2 \\ -\overline{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\alpha+2 \\ -4\alpha-2 \\ -\frac{1}{2}\alpha-\frac{11}{2} \\ 10\alpha+27 \\ \frac{11}{5}\alpha+\frac{29}{5} \\ \frac{3}{5}\alpha+\frac{7}{5} \end{bmatrix}$$

Sehingga solusi dari sistem persamaan tersebut adalah

$$\begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ \underline{x}_3 \\ -\overline{x}_1 \\ -\overline{x}_2 \\ -\overline{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha+4 \\ \frac{11}{5}\alpha-\frac{51}{5} \\ \frac{3}{5}\alpha-\frac{13}{5} \\ -\alpha-2 \\ \frac{11}{5}\alpha+\frac{29}{5} \\ \frac{3}{5}\alpha+\frac{7}{5} \end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya yaitu menentukan apakah solusi yang diperoleh merupakan solusi kuat atau solusi lemah dari sistem persamaan linear *fuzzy* tersebut. Diperoleh $\underline{u}_1(\alpha) = \overline{x}_1(\alpha)$ dan $\overline{u}_1(\alpha) = \underline{x}_1(\alpha)$ maka solusi yang diperoleh dari sistem persamaan tersebut merupakan solusi *fuzzy* lemah.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dari pembahasan didapatkan bahwa penyelesaian sistem persamaan linear *fuzzy* dapat diselesaikan dengan menggunakan metode dekomposisi Crout. Langkah-langkah dalam penyelesaiannya adalah sebagai berikut: mengubah konstanta dari sistem persamaan linear *fuzzy* menjadi bilangan *fuzzy* dengan potongan α, mengubah sistem persamaan linear *fuzzy* ke dalam bentuk persamaan matriks $A\tilde{X} = \tilde{Y}$, mengubah sistem persamaan linear *fuzzy* ke bentuk sistem persamaan linear *non-fuzzy* yaitu dengan mengubah matriks koefisien A yang berukuran $n \times n$ menjadi matriks S yang berukuran $2n$ x $2n$ dengan entri-entri matriks M ditentukan dengan syarat sebagai berikut: 1) Jika $a_{i,j} \geq 0$ maka $s_{i,j} = s_{i+n,j+n} = a_{i,j}$, 2) Jika $a_{i,j} < 0$ maka $s_{i,j+n} = s_{i+n,j} = -a_{i,j}$, 3) Elemen yang lainnya sama dengan nol, selanjutnya memfaktorkan matriks S menjadi perkalian matriks LU dengan metode dekomposisi Crout sehingga sistem persamaan berbentuk $LU\tilde{X} = \tilde{Y}$, menentukan $\tilde{X}$ dari operasi matriks LU $\tilde{X} = \tilde{Y}$ dengan memisalkan $U\tilde{X} = \tilde{B}$ sehingga $L\tilde{B} = \tilde{Y}$ dengan teknik penyulihan maju dan U $\tilde{X} = \tilde{B}$ dengan teknik penyulihan mundur, menentukan solusi sistem persamaan linear fuzzy dengan rumus $\underline{u}_i(\alpha) = \min\left\{\underline{x}_i(\alpha), \overline{x}_i(\alpha), \underline{x}_i(1), \overline{x}_i(1)\right\}$, $\overline{u}_i(\alpha) = \max\left\{\underline{x}_i(\alpha), \overline{x}_i(\alpha), \underline{x}_i(1), \overline{x}_i(1)\right\}$.

REFERENSI

[1] Kusumadewi, S., & Purnomo, H. (2004). *Aplikasi Logika Fuzzy Untuk Pendukung Keputusan.* Yogyakarta: Graha ilmu.

[2] Sari, E. R., & Alisah, E. (2012). Studi Tentang Persamaan Fuzzy. *Jurnal CAUCHY – ISSN: 2086-0382* .

[3] Abbasbandy, S., Ezzati, R., & Jafarian, A. (2006). LU decomposition method for solving. *Applied Mathematics and Computation 172*.

[4] Supriyono, & Syamsudin, D. (2005). Analisis Kinerja Dekomposisi Crout Sebagai Penyelesaian Sistem . *Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi 2005 (SNATI 2005) ISBN: 979-756-061-6*.

[5] Irmawati, Sukarsih, I., & Respitawulan. (2017). Solusi Sistem Persamaan Linear Fuzzy . *Jurnal Matematika Vol. 16, No. 2 ISSN: 1412-5056 / 2598-8980* .

[6] Matinfar, S, H. N., & M, S. (2008). Solving Fuzzy Linear System of Equation by Using Householder Decomposition Method. *Applied Mathematical Sciences, vol. 2, 2569-2575*.