Estimasi Bayes pada Distribusi Pareto dengan Data Tersensor Tipe II

Atika Ahmad[#1], Nonong Amalita[*2]

[#]*Student of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*
[*]*Lecturer of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*

[1]atika.ahmad0903@gmail.com
[2]nongmat@fmipa.unp.ac.id

***Abstract*–**Parameter's estimation is used to estimate the parameter values of a discrete distribution as well as a continuous distribution. One form of continuous distribution is the Pareto distribution, where the Pareto distribution has parameters, they are θ and λ. The method used to estimate parameters is Bayes estimation. Bayes Estimation has its own way of determining the initial distribution form (prior) and posterior distribution. Parameter's estimations are also used in one statistical analysis technique that investigates the survival of an product or individual. The life test data used is type II censored data where the experiment will be stopped after getting r data. This reseach aims to determine the form of parameter estimators and in the Pareto distribution on type II censored data using Bayes estimation. The results in this reseach obtained the form of posterior distribution from Pareto distribution on type II censored data and form of estimator θ and λ.

***Keywords*–** Pareto distribution, Bayes estimation, type II cencored data, prior distribution, posterior distribution.

***Abstrak*—**Estimasi parameter digunakan untuk mengestimasi nilai parameter dari sebuah distribusi diskrit maupun distribusi kontinu. Salah satu bentuk distribusi kontinu adalah distribusi Pareto, dimana distribusi Pareto mempunyai parameter θ dan λ. Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter yaitu estimasi Bayes. Estimasi Bayes mempunyai cara tersendiri dalam menentukan bentuk distribusi awal (*prior)* dan distribusi *posterior*. Estimasi parameter juga digunakan pada salah satu teknik analisis statistika yang mengamati tentang daya tahan hidup suatu produk atau individu. Data uji hidup yang digunakan adalah data tersensor tipe II yang mana eksperimen akan dihentikan setelah mendapatkan r data. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan bentuk estimator parameter θ dan λ pada distribusi Pareto pada data tersensor tipe II menggunakan estimasi Bayes. Hasil dalam penelitian ini diperoleh bentuk distribusi posterior dari distribusi Pareto dengan data tersensor tipe II dan bentuk estimator θ dan λ.

***Kata kunci*—**Distribusi Pareto, estimasi Bayes, data tersensor tipe II, distribusi *prior*, distribusi *posterior.*

PENDAHULUAN

Salah satu konsep dasar ilmu statistika adalah fungsi peluang.Fungsi peluang terbagi menjadi dua yaitu fungsi peluang diskrit dan fungsi peluang kontinu atau disebut juga dengan fungsi padat peluang.Salah satu fungsi padat, peluang yang menggunakan variabel acak kontinu yaitu Distribusi Pareto.Distribusi Pareto diperkenalkan oleh Vilfredo Pareto tahun 1890 dalam bidang ekonomi.Distribusi Pareto adalah distribusi peluang yang membahas mengenai fenomena sosial, ilmiah geofisikadan banyak jenis lainnya.Distribusi Pareto telah digunakan untuk mempelajari tingkat ozon di atmosfer dan kekuatan daya tarik serat karpet nilon.Distribusi Pareto juga memiliki peran penting dalam penentuan risiko asuransi dan kegagalan bisnis [1].Distribusi Pareto dikenal sebagai bentuk model untuk distribusi pendapatan.Selain bidang ekonomi, distribusi Pareto jua digunakan dalam berbagai bidang seperti bidang asuransi, bisnis, teknik, analisis survival, keandalan, dan uji coba kehidupan [2].

Fungsi padat peluang dari distribusi Pareto diberikan sebagai berikut :

$$f(t|\theta,\lambda)=\frac{\theta\lambda^{\theta}}{t^{\theta+1}},\theta>0,\lambda>0,\lambda<t<\infty$$

dimana t merupakan variabel acak, θ dan λ merupakan parameter bentuk (*shape*) dan parameter skala (*scale).*Pada fungsi padat peluang di atas, untuk mengetahui distribusi Pareto dari data telah menggambarkan keadaan yang sebenarnya maka dilakukan proses estimasi parameter dari distribusi Pareto tersebut.

Estimasi adalah proses menghasilkan suatu nilai tertentu terhadap suatu sampel. Sampel yang digunakan untuk melakukan estimasi parameter ini merupakan suatu sampel yang akan digunakan oleh suatu estimator untuk menghasilkan suatu nilai parameter. Estimasi terbagi menjadi dua bagian yaitu estimasi titik dan estimasi interval.Estimasi titik adalah nilai tunggal statistik sampel yang digunakan untuk mengestimasi parameter populasi, sedangkan estimasi interval adalah nilai interval dari statistik sampel yang berisi kemungkinan yang terjadinya parameter populasi.Salah satu metode untuk mengestimasi suatu parameter dalam suatu populasi adalah metode Bayes [3].

Estimasi Bayes merupakan suatu metode yang menyediakan cara di mana data historis dapat digunakan dalam penelitian saat ini. Estimasi Bayes mempunyai cara tersendiri dalam menentukan bentuk distribusi awal (*prior)* dan distribusi *posterior* yang secara signifikan bisa membantu menyelesaikan bagian yang sulit dari sebuah solusi. Berdasarkan penentuan parameter-parameter pada pola distribusi, distribusi *prior* terbagi menjadi dua bagian yaitu distribusi *prior* informatif dan non-informatif.Distribusi *prior* informatif mengacu pada pemberian nilai parameter yang telah dipilih, sedangkan distribusi *prior* non-informatif pemilihan nilai parameternya tidak berdasarkan pada data yang ada atau distribusi *prior* yang tidak memuat informasi tentang parameter.Salah satu pendekatan dari *prior* non-informatif ini adalah dengan menggunakan aturan Jeffrey yang menggunakan informasi Fisher.Pendekatan nilai dari aturan Jeffrey dengan akar kuadrat dapat diketahui informasi Fisher [4].

Estimasi Bayes ini banyak digunakan khususnya bagi distribusi yang rumit atau distribusi yang mempunyai parameter lebih dari satu, seperti distribusi Pareto yang memiliki dua parameter.Estimasi Bayes mengungguli estimasi Maksimum *Likelihood* dalam sampel berjumlah kecil, sementara untuk sampel besar hampir sama efisiennya dalam sampel dengan jumlah yang besar. Estimasi Bayes memiliki kesalahan kuadrat rata-rata terkecil dibandingkan dengan perkiraan kemungkinan maksimum yang sesuai [5].Estimasi Bayes juga digunakan pada salah satu teknik analisis statistika yang mengamati tentang daya tahan hidup suatu produk atau individu dalam keadaan operasional atau disebut juga dengan analisis data uji hidup.

Data uji hidup yang didapatkan dari sebuah eksperimen uji hidup dapat berupa data lengkap, data tersensor tipe I, dan data tersensor tipe II. Jika data tersebut diobservasi sampai semuanya mengalami kegagalan makaakan diperoleh data lengkap. Data tersensor tipe I, jika telah tercapai waktu tentu (waktu penyensoran) maka eksperimen uji hidup dihentikan. Data tersensor tipe II, jika telah diperoleh kegagalan ke-r maka penelitian akan dihentikan. Ketiga bentuk data diatas mempunyai keuntungan dan kerugian [6].

Keuntungan tipe data lengkap yaitu menghasilkanobservasi terurut dari seluruhsampel yang diuji.Akan tetapi, kerugiannya adalah membutuhkan waktu yang lama dan biaya yang besar untuk melakukan pengamatan. Oleh karena itu, agar menghemat biaya dan waktu maka dibutuhkanlah metode penyensoran, yaitu data yang diambil tidak dari semua sampel atau hanya sebagian sampel yang diamati sehingga didapatkan sampel tersensor[6].

Kelemahan dari data tersensor tipe I yaitu ada kemungkinan sampai batas waktu yang ditentukan seluruh objek masih hidup sehingga tidak diperoleh data tahan uji hidup dari n sampel tersebut. Sedangkan kelemahan dari data tersensor tipe II yaitu waktu yang dibutuhkan untuk memperolah r objek menjadi sangat lama, akan tetapi pasti didapatkan data uji hidup dari n sampel.

Penelitian ini bertujuan untukmenentukan estimasi parameter distribusi Pareto pada data tersensor tipe II dengan menggunakan metode Bayes.Penerapan pada data riil digunakan data waktu kegagalan dari sistem pendingin udara dari pesawat jet yang diberikan oleh Proschan (1963) [7].

METODE

Metode yang dipakai untuk menjawab permasalahan pada penelitian ini adalah analisis tentang teori peluang.Langkah-langkah dalam menyelesaikan permasalahan yaitu menentukan fungsi reliabilitas distribusi Pareto, menentukan fungsi *likelihood* distribusi Pareto dengan data tersensor tipe II, dan menentukan estimator Bayes distribusi Pareto dengan data tersensor tipe II.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Distribusi Pareto digunakan dalam berbagai bidang ilmu seperti asuransi, bisnis, teknik, analisis survival, keandalan, dan uji coba kehidupan.Diberikan variabel acak t kontinu berdistribusi Pareto, dengan parameter θ dan λ, dengan fungsi padat peluang $f(t|\theta,\lambda)$ yaitu [2]:

$$f(t|\theta,\lambda)=\frac{\theta\lambda^{\theta}}{t^{\theta+1}} \tag{1}$$

dengan $\theta>0$, $\lambda>0$,dan $\lambda<t<\infty$.

Distribusi kumulatif dari distribusi Pareto sebagai berikut [8]:

$$F(t)=\int_{\lambda}^{t}f(x)dx=1-\left(\frac{\lambda}{t}\right)^{\theta} \tag{2}$$

A. *Fungsi Reliabilitas dan Fungsi Hazard*

Fungsi reliabilitas atau fungsi daya tahan hidupadalah peluang suatu individu yang masih dapat bertahan hidup sampai dengan waktu t. Berdasarkan formula (2) dapat diperoleh fungsi reliabilitas $R(t|\theta,\lambda)$ dari distribusi Pareto

$$R(t|\theta,\lambda) = 1 - F(t|\theta,\lambda) = \left(\frac{\lambda}{t}\right)^{\theta} \quad (3)$$

untuk $\theta > 0$, $\lambda > 0$,dan $\lambda < t < \infty$.

Fungsi hazard $h(t|\theta,\lambda)$ menyatakan peluang suatu komponen atau produk mengalami kegagalan pada waktu t. Fungsi hazard berdasarkan definisi [9],

$$h(t|\theta,\lambda) = \frac{\theta}{t} \quad (4)$$

B. Fungsi Likelihood dari Distribusi Pareto dengan Data Tersensor Tipe II

Data tersensor tipe II adalah jika terdapat r pengamatan dari n sampelyang diamati dan kegagalan ke-r telah diperoleh maka percobaan dihentikan, artinya,setelah kegagalan ke r, waktu hidup data dinyatakan sama dengan waktu hidup ke-r tersebut. Diberikan sebanyak r data uji hidup yaitu $t_1 \le t_2 \le t_3 \le \ldots \le t_r$ dari sampel acak sebanyak n .

Jadi, diperoleh fungsi *likelihood* dari distribusi Pareto dengan data tersensor tipe II yaitu

$$f(T_i|\theta,\lambda) = \frac{n!}{(n-r)!}\left(\theta\lambda^{\theta}\right)^r\left(\prod_{i=1}^{r} t^{-(\theta+1)}\right)\left(\frac{\lambda}{t}\right)^{\theta(n-r)} \quad (5)$$

untuk $r < n$.

C. Distribusi Prior Non-Informatif Distribusi Pareto untuk Data Tersensor Tipe II

Pada distribusi *prior* non-informatif, pemilihan nilai parameternya tidak berdasarkan pada data yang ada atau distribusi *prior* yang tidak memuat informasi tentang parameter. Salah satu pendekatan dari *prior* non-informatif ini adalah dengan menggunakan aturan Jeffrey yang menggunakan informasi Fisher.Jika distribusi *prior* dari parameter θ bersifat non-informatif maka untuk mendapatkan distribusi *prior*nya dapat digunakan aturan Jeffrey [9].

$$g(\theta) \propto I^{1/2}(\theta)$$

Aturan Jeffrey menggunakan informasi Fisher dalam bentuk distribusi *prior* yang bersifat non-informatif. Berikut ini diberikan aturan Jeffrey yang menggunakan informasi ukuran Fisher [10],

$$I(\theta) = -E\left(\frac{\partial^2 \ln f(X|\theta,\lambda)}{\partial\theta^2}\right)$$

distribusi prior terhadap parameter θ adalah

$$g(\theta) \propto I^{1/2}(\theta) = \sqrt{\frac{r}{\theta^2}} = \frac{1}{\theta}\sqrt{r} \quad (6)$$

distribusi prior terhadap λ adalah yaitu [2]:

$$h(\lambda) \propto I^{1/2}(\lambda) = \sqrt{\frac{n\theta}{\lambda^2}} = \frac{1}{\lambda}\sqrt{n\theta} \quad (7)$$

D. Distribusi Posterior dari Distribusi Pareto dengan Data Tersensor Tipe II

Distribusi posterior merupakan suatu fungsi densitas bersyarat dari suatu parameter.Distribusi posterior dapat digunakan untuk menentukan estimator dari suatu parameter yang tidak diketahui.Definisi distribusi *posterior* [4],

$$\pi(\theta,\lambda|X) = \frac{f(X|\theta,\lambda).g(\theta).h(\lambda)}{\iint_{\Omega} f(X|\theta,\lambda).g(\theta).h(\lambda)\,d\theta\, d\lambda}$$

Langkah pertama mengintegralkan hasil kali *likelihood* dengan distribusi *prior*nya terhadap parameter θ dan λ. Misalkan

$$k = \iint_{\Omega} f(X|\theta,\lambda).g(\theta).h(\lambda)\,d\theta\, d\lambda$$

Berdasarkan persamaan (5), (6), dan (7) diperoleh

$$k = \frac{n!}{n(n-r)!}\sqrt{nr}\left(e^{-S}\right)\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)B^{-(r-\frac{1}{2})}$$

dimana $B = S + (n-r)\ln t_r - n\ln t_1$ dan $S = \sum_{i=1}^{n} \ln t_i$.

Langkah selanjutnya adalah membagi hasil kali fungsi *likelihood* dengan distribusi *prior* masing-masing parameter dengan k. Dengan demikian diperoleh distribusi *posterior* $\pi(\theta,\lambda|t)$ dari distribusi Pareto dengan data tersensor tipe II

$$\pi(\theta,\lambda|T) = \frac{n\left(\theta^{r-\frac{1}{2}}\right)\left(\lambda^{n\theta-1}\right)e^{-\theta(S+(n-r)\ln t_r)}}{\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)B^{-(r-\frac{1}{2})}} \quad (8)$$

dimana $B = S + (n-r)\ln t_r - n\ln t_1$ dan $S = \sum_{i=1}^{n} \ln t_i$.

E. Distribusi Marginal dari Distribusi Pareto dengan Data Tersensor Tipe II

Setelah diperoleh bentuk distribusi *posterior* dari distribusi Pareto, selanjutnya menentukan distribusi *marginal.*Distribusi *marginal* ini didapatkan dengan mengintegralkan distribusi *posterior* dengan masing-masing parameternya.Definisi distribusi marginal [10].

$$\pi(\theta|X) = \int_0^{\infty} \pi(\theta,\lambda|X)\,d\lambda$$

$$\pi(\lambda|X) = \int_0^{\infty} \pi(\theta,\lambda|X)\,d\theta$$

Berdasarkan persamaan (8) didapatkan distribusi marginal untuk parameter θ yaitu

$$\pi(\theta|T)=\int_0^{t_1}\frac{n\left(\theta^{r-\frac{1}{2}}\right)\lambda^{n\theta-1}e^{-\theta\left(S+(n-r)\ln t_r\right)}}{\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)B^{-(r-\frac{1}{2})}}d\lambda$$

$$\pi(\theta|T)=\frac{n\left(\theta^{r-\frac{1}{2}}\right)e^{-\theta\left(S+(n-r)\ln t_r\right)}}{\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)B^{-(r-\frac{1}{2})}}\left[\int_0^{t_1}\lambda^{n\theta-1}d\lambda\right]$$

$$=\frac{\left(\theta^{r-\frac{3}{2}}\right)e^{-\theta\left(S+(n-r)\ln t_r\right)}\left(t_1^{n\theta}\right)}{\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)B^{-(r-\frac{1}{2})}}$$

Berdasarkan persamaan di atas, diperoleh distribusi marginal untuk parameter θ yaitu

$$\pi(\theta|T)=\frac{1}{\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)}\left(\theta^{r-\frac{3}{2}}\right)e^{-\theta B}B^{-(r-\frac{1}{2})} \qquad (9)$$

dan untuk distribusi marginal untuk parameter λ

$$\pi(\lambda|T)=\int_0^{\infty}\frac{n\left(\theta^{r-\frac{1}{2}}\right)\lambda^{n\theta-1}e^{-\theta\left(S+(n-r)\ln t_r\right)}}{\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)B^{-(r-\frac{1}{2})}}d\theta$$

$$=\frac{n\lambda^{-1}\left[\int_0^{\infty}\left(\theta^{\left(r+\frac{1}{2}\right)-1}\right)e^{-\theta\left(S+(n-r)\ln t_r-n\ln\lambda\right)}d\theta\right]}{B^{-(r-\frac{1}{2})}\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)}$$

Karena $\int_0^{\infty}\left(\theta^{\left(r+\frac{1}{2}\right)-1}\right)e^{-\theta\left(S+(n-r)\ln t_r-n\ln\lambda\right)}d\theta$ merupakan fungsi Gamma dengan parameter $(r+\frac{1}{2},(S+(n-r)\ln t_r-n\ln\lambda)^{-1})$ dengan demikian,

$$\pi(\lambda|T)=\frac{n\left(r-\frac{1}{2}\right)B^{-(r-\frac{1}{2})}}{\lambda\left(S+(n-r)\ln t_r-n\ln\lambda\right)^{-(r+\frac{1}{2})}} \qquad (10)$$

Dengan $B=S+(n-r)\ln t_r-n\ln t_1$ dan $S=\sum_{i=1}^{r}\ln t_i$.

F. Estimasi Bayes dari Distribusi Pareto dengan Tipe Data Tersensor Tipe II

Estimasi Bayes untuk parameter θ dapat diperoleh dengan cara mencari estimasi parameter θ dengan fungsi *marginal*nya yaitu [4]:

$$\theta^*=E(\theta|X)=\int_{-\infty}^{\infty}\theta.\pi(\theta|X)d\theta$$

dan distribusi *marginal* untuk parameter θ adalah persamaan (9), sehingga

$$\theta^*=E(\theta|T)=\int_0^{\infty}\theta.\pi(\theta|T)d\theta=\int_0^{\infty}\theta\frac{\theta^{r-\frac{3}{2}}e^{-\theta B}}{\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)B^{-\left(r-\frac{1}{2}\right)}}d\theta$$

$$\theta^*=\frac{B^{\left(r-\frac{1}{2}\right)}}{\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)}\int_0^{\infty}\theta^{r+\frac{1}{2}-1}e^{-\theta B}d\theta$$

Berdasarkan fungsi Gamma diperoleh $\int_0^{\infty}\theta^{r+\frac{1}{2}-1}e^{-\theta B}d\theta=\Gamma\left(r+\frac{1}{2}\right)B^{-(r+\frac{1}{2})}$, dimana fungsi Gamma mempunyai sifat $\Gamma(\alpha)=(\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)$, sehingga

$$\theta^*=E(\theta|T)=\frac{B^{\left(r-\frac{1}{2}\right)}\Gamma\left(r+\frac{1}{2}\right)B^{-\left(r+\frac{1}{2}\right)}}{\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)}$$

$$=\frac{B^{\left(r-\frac{1}{2}\right)}\left(r-\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)B^{-\left(r+\frac{1}{2}\right)}}{\Gamma\left(r-\frac{1}{2}\right)}$$

$$=\frac{1}{B}\left(r-\frac{1}{2}\right)$$

Jadi, estimasi Bayes untuk parameter θ adalah

$$\theta^*=\frac{1}{B}\left(r-\frac{1}{2}\right) \qquad (11)$$

dimana $B=S+(n-r)\ln t_r-n\ln t_1$, $S=\sum_{i=1}^{r}\ln t_i$, dan $r<n$.

Estimasi Bayes untuk parameter λ dapat diperoleh dengan cara mencari estimasi parameter λ dengan fungsi *marginal*nya.

$$\lambda^*=E(\lambda|X)=\int_{-\infty}^{\infty}\lambda.\pi(\lambda|X)d\lambda$$

dan distribusi *marginal* untuk parameter λ dimana $0<\lambda<t_1$ adalah persamaan (10), sehingga

$$\lambda^*=\int_0^{t_1}\lambda\frac{n\left(r-\frac{1}{2}\right)\left(S+(n-r)\ln t_r-n\ln\lambda\right)^{-(r+\frac{1}{2})}}{\lambda B^{-(r-\frac{1}{2})}}d\lambda$$

Pandang $\int_0^{t_1}\left(S+(n-r)\ln t_r-n\ln\lambda\right)^{-(r+\frac{1}{2})}d\lambda=\mathrm{P}$.

Misalkan,

$u=\left(S+(n-r)\ln t_r-n\ln\lambda\right)$ maka $\lambda=e^{\frac{S+(n-r)\ln t_r-u}{n}}$ sehingga

$$d\lambda=-\frac{1}{n}e^{\frac{S+(n-r)\ln t_r-u}{n}}du$$

Dengan demikian,

$$P = -\frac{1}{n} e^{\frac{(S+(n-r)\ln t_r)}{n}} \int u^{-(r+\frac{1}{2})} \left(e^{-\frac{u}{n}} \right) du$$

Perhatikan $\int u^{-(r+\frac{1}{2})} \left(e^{-\frac{u}{n}} \right) du$. Fungsi tersebut merupakan bentuk fungsi gamma dengan parameter $\left(-(r-\frac{1}{2}), n^{-(r-\frac{1}{2})} \right)$.

Sehingga $\int u^{-(r+\frac{1}{2})} \left(e^{-\frac{u}{n}} \right) du = \Gamma\left(-\frac{2r-1}{2} \right) n^{-\frac{2r-1}{2}}$.

Dengan demikian

$$P = -\frac{e^{\frac{(S+(n-r)\ln t_r)}{n}} \left(\Gamma\left(-\frac{2r-1}{2} \right) \right)}{n^{r+\frac{1}{2}}}$$

$$= -\frac{e^{\frac{(S+(n-r)\ln t_r)}{n}}}{\left(-\frac{2r-1}{2} \right) \Gamma\left(\frac{2r-1}{2} \right) n^{r+\frac{1}{2}}} \cdot \frac{\pi}{\sin\left(\frac{2r-1}{2} \pi \right)}$$

$$= \frac{e^{\frac{(S+(n-r)\ln t_r)}{n}}}{\left(\frac{2r-1}{2} \right) \Gamma\left(\frac{2r-1}{2} \right) n^{r+\frac{1}{2}}} \cdot \frac{\pi}{\sin\left(\frac{2r-1}{2} \pi \right)}$$

Jadi, estimasi Bayes untuk parameter λ adalah

$$\lambda^* = \frac{B^{r-\frac{1}{2}} e^{\frac{(S+(n-r)\ln t_r)}{n}} \pi}{\left(n^{r-\frac{1}{2}} \right) \Gamma\left(r - \frac{1}{2} \right) \sin\left(\frac{2r-1}{2} \pi \right)} \qquad (12)$$

dimana $B = S + (n-r)\ln t_r - n\ln t_1$, $S = \sum_{i=1}^{r} \ln t_i$, dan $r < n$

G. Contoh Penerapan

Penerapan distribusi Pareto menggunakan data waktu kegagalan dari sistem pendingin udara (AC) dari pesawat jet yang diberikan oleh Proschan (1963) [7]. Terdapat dua pesawat jet yaitu Pesawat 7912 dan Pesawat 7914 dengan masing-masing memilki sampel sebanyak 30 dan 24 AC.

1) Waktu Kegagalan AC Pesawat 7912

Sebanyak 30 sampel AC pada pesawat 7912, penelitian akan dihentikan jika telah mencapai data ke-14, sehingga terdapat 26 data yang tersensor atau data yang dianggap berhasil. Data yang tersensor akan dianggap sama dengan data yang ke-14.Hasil perhitungan didapatkan sebagai berikut :

$$\theta^* \approx 0{,}17149$$

$$\lambda^* \approx 0{,}07658$$

2) Waktu Kegagalan AC Pesawat 7914

Sebanyak 24 AC pesawat 7914, penelitian akan dihentikan jika telah mencapai data ke-14, sehingga terdapat 10 data yang tersensor atau data yang dianggap berhasil. Data yang tersensor akan dianggap sama dengan data yang ke-14. Hasil perhitungan diperoleh sebagai berikut:

$$\theta^* \approx 0{,}21526$$

$$\lambda^* \approx 0{,}13586$$

SIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas, disimpulkan bahwa bentuk distribusi *posterior* parameter θ dan λ distribusi Pareto menggunakan estimasi Bayes pada data tersensor tipe II estimasi Bayes sebagai berikut :

$$\pi(\theta, \lambda | T) = \frac{n\left(\theta^{r-\frac{1}{2}} \right) \left(\lambda^{n\theta - 1} \right) e^{-\theta(S+(n-r)\ln t_r)}}{\Gamma\left(r - \frac{1}{2} \right) [S + (n-r)\ln t_r - n\ln t_1]^{-(r-\frac{1}{2})}}$$

Bentuk estimator θ dan λ distribusi Paretodengan menggunakan estimasi Bayes pada data tersensor tipe II adalah :

$$\theta^* = \frac{1}{B}\left(r - \frac{1}{2} \right)$$

Bentuk estimator λ distribusi Paretodengan menggunakan estimasi Bayes pada data tersensor tipe II adalah :

$$\lambda^* = \frac{B^{r-\frac{1}{2}} e^{\frac{(S+(n-r)\ln t_r)}{n}} \pi}{\left(n^{r-\frac{1}{2}} \right) \Gamma\left(r - \frac{1}{2} \right) \sin\left(\frac{2r-1}{2} \pi \right)}$$

dimana $B = S + (n-r)\ln t_r - n\ln t_1$, $S = \sum_{i=1}^{r} \ln t_i$, dan $r < n$.

REFERENSI

[1] Shawky, A.I and Al-Gashgari, F.H. 2013. *Bayesian and non-Bayesian Estimation of Stress-Strength Model for Pareto Type I Distribution,* Iranian Journal of Science and Technology, 335-342.

[2] Rasheed, Huda A. and Al-Gazi Najam A. Aleawy. 2014. *Bayesian Estimation for the Reliability Function of Pareto Type I Distribution under Generalized Square Error Loss Function.* International Journal of Engineering and Innovative Technology (IJEIT), Volume 4, Issue 6,ISSN:2277-3754.

[3] Walpole, Ronald E., & dkk. 2003. Probabilitas dan Statistika untuk Teknik dan Sains . Jakarta: Prenhallindo

[4] Box and Tiao. 1992. *Bayesian Inference in Statistical Analysis.* New York : John Willey and Sons, Inc

[5] Al-Zahrani, Bander and Al-Sobhi, Mashail. 2013. *On Parameters Estimation of Lomax Distribution under General Progressive Censoring.* Handawi Publishing Corporation, Journal of Quality and Reliability Engineering, Volume 2013, Article ID43154.

[6] Lawless,J.F.1982. *Statistical Model and Method for Lifetime Data.* New York : John Willey and Sons, Inc.

[7] Damsesy, Medhat Ahmed El. 2014. *Estimation of a System Performance in Pareto Distribution with Two Independent Random Variables*. Asian Network for Scientific Information, Journal of Applied Sciences 14(21): 2854-2856.

[8] Shafiq, Muhammad. 2017. *Classical and Bayesian Inference of Pareto Distribution and Fuzzy Life Time,* Pakistan Journal of Statistics, Vol. 33(1),15-25.

[9] Robert, Christian P. 2007. *The Bayesian Choice From Decision-Theoretic Foundations to Computational Implementation* New York: Springer Science and Business Media, LLC.

[10] Sinha, S.K and Kale, B.K. 1980. *Life Testing and Reliability Estimation.* New Delhi : Wile Eastern Limited.