

# Model Mangsa Pemangsa dengan Pengaruh Musim

Yudi Arpa<sup>#1</sup>, Muhammad Subhan<sup>#</sup>, Riry Sriningsih<sup>#</sup>

#Jurusan Matematika, Universitas Negeri Padang  
Jl. Prof. Dr. Hamka Air Tawar Padang, 25131, Telp. (0751) 444648, Indonesia

[yudi.arpa90@gmail.com](mailto:yudi.arpa90@gmail.com)

**Abstract-** Effect of season is one of the factors that need to be noted in the predation. In this study, used the four seasons, summer, winter, spring, and autumn, where the amount of predation different every season. The study began by establishing a mathematical model of predation to the effect of the season. In this model, the population is divided into two, prey populations and predator populations. With useful analysis model using perturbation theory note that the effect of the season had a significant effect on the growth patterns of prey and predator populations, where at any given time pattern of prey and predator population Growth Is changing.

**Keyword :** Predator-Prey, Seasonal effect, Mathematical models, Perturbation theory.

**Abstrak-** Pengaruh musim merupakan salah satu faktor yang perlu diperhatikan dalam mangsa dan pemangsa. Dalam penelitian ini digunakan 4 musim, yaitu musim panas, musim gugur, musim dingin, dan musim semi, dimana jumlah pemangsaan disetiap musim berbeda. Penelitian ini dimulai dengan membentuk model matematika mangsa pemangsa dengan pengaruh musim. Pada model ini populasi dibagi menjadi dua, yaitu populasi mangsa dan populasi pemangsa. Dari analisis model dengan menggunakan teori perturbasi diketahui bahwa pengaruh musim memiliki pengaruh yang signifikan terhadap pola pertumbuhan populasi mangsa dan pemangsa, dimana pada rentang waktu tertentu pola pertumbuhan populasi mangsa dan pemangsa mengalami perubahan.

**Kata kunci :** Mangsa-Pemangsa, Pengaruh musim, Model matematika, Teori Perturbasi.

## PENDAHULUAN

Setiap organisme di alam ini tidak ada yang dapat hidup sendiri, mereka akan selalu membutuhkan satu sama lain, salah satu kebutuhannya adalah berinteraksi, baik dengan sesama jenisnya maupun dengan lingkungannya [2]. Dalam kehidupan salah satu bentuk interaksi yang terjadi adalah proses predasi (antar *predator-prey*). Predasi merupakan suatu interaksi antara mangsa dan pemangsa, dimana mangsa sangat bergantung kepada mangsanya.

Dalam kehidupan, salah satu bentuk interaksi yang terjadi adalah proses predasi (antar *predator-prey*). Hal ini terjadi karena setiap organisme akan berusaha untuk mempertahankan eksistensi dan kelangsungan hidupnya dengan cara mencari makanan. Predasi merupakan suatu interaksi antara mangsa dan pemangsa, dimana pemangsa sangat bergantung kepada mangsanya.

Interaksi mangsa dan pemangsa ini ditampilkan dalam bahasa matematika yang dikenal dengan model matematika. Solusi dari model ini dapat memberikan informasi tentang dinamika suatu populasi [3]. Dinamika ini memperlihatkan dalam keadaan bagaimana ekosistem

dapat seimbang. Model mangsa pemangsa yang terkenal adalah model Lotka-Volterra.

Model Lotka-Volterra berbentuk :

$$\frac{du}{dt} = \alpha u - \beta uv$$
$$\frac{dv}{dt} = \rho\beta uv - \gamma v$$

Pada model ini diberikan contoh interaksi antara ikan kecil dan hiu. Asumsi dari model ini adalah sumber makanan untuk ikan kecil tidak terbatas, sehingga tingkat pertumbuhan ikan tanpa adanya pemangsa akan konstan, tingkat kematian hiu tanpa adanya mangsa juga akan konstan. Kehadiran pemangsa akan menurunkan tingkat pertumbuhan ikan kecil dan menaikkan tingkat pertumbuhan hiu.

Pada dasarnya banyak faktor yang mempengaruhi pemangsaan, salah satunya adalah pengaruh musim. Contohnya interaksi antara serigala dan rusa besar (moose) di Isle Royal. Pemangsaan serigala berbeda pada setiap musimnya. Pada musim dingin, rusa bertahan hidup dengan cara mengais ranting dan tunas-tunas tumbuhan yang tidak tertutup salju. Dengan ketebalan salju di musim dingin akan mempermudah

serigala untuk memangsa rusa besar. Hal ini disebabkan oleh semakin tebal salju maka akan membuat rusa besar sulit bergerak, hal itu sangat menguntungkan bagi serigala. Mereka tidak bersusahpayah untuk memangsa rusa. Sedangkan ketika salju mulai menipis serigala akan kesulitan untuk memangsa rusa besar.

Pada model Lotka-Volterra pengaruh musim belum diperhitungkan. Padahal disetiap musim pemangsaan yang terjadi tidak konstan. Contohnya interaksi antar serigala dan Rusa Besar (*moose*). Dengan ketebalan salju dimusim dingin akan mempermudah serigala untuk memangsa. Hal ini disebabkan oleh salju yang dalam akan menguntungkan bagi serigala untuk memangsa, karena mangsa akan sulit bergerak. Sedangkan ketika salju mulai menipis serigala akan sulit untuk memangsa Rusa Besar (*moose*).

#### METODE

Penelitian ini adalah penelitian dasar (teoritis) dengan menggunakan teori yang relevan berdasarkan studi kepustakaan. Langkah kerja yang akan dilakukan adalah Mempelajari bagaimana interaksi antara mangsa dan pemangsa sehingga diperoleh asumsi-asumsi yang dapat digunakan untuk membentuk model. Menentukan asumsi-asumsi pembentukan model. Mengaitkan hubungan antara variabel pada model dengan asumsi yang telah dibuat. Membangun dan membentuk model. Menganalisa model menggunakan metode perturbasi. Menginterpretasikan hasil dari analisis yang diperoleh.

#### HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam membentuk model matematika mangsa pemangsa dengan pengaruh musim digunakan beberapa variabel yaitu  $u$  jumlah populasi mangsa,  $v$  jumlah populasi pemangsa. parameter yang digunakan adalah  $\alpha$  tingkat pertumbuhan mangsa,  $\beta$  tingkat kematian mangsar karena pemangsaan oleh pemangsa,  $\rho$  efisiensi pemangsaan mangsa oleh pemangsa,  $\gamma$  tingkat kematian pemangsa,  $\varepsilon$  tingkat fluktuasi,  $T$  periode pemangsaan. Asumsi yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Dengan ketiadaan pemangsa, populasi mangsa akan tumbuh sesuai dengan hukum pertumbuhan *Malthus*, yaitu :

1. Untuk persamaan (1).

$$(u_0 + \varepsilon u_1)' - \alpha(u_0 + \varepsilon u_1) + \beta \left( 1 + \varepsilon \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) \right) (u_0 + \varepsilon u_1)(v_0 + \varepsilon v_1) = 0$$

diperoleh

$$(u_0' - \alpha u_0 + \beta u_0 v_0) + \varepsilon (u_1' - \alpha u_1 + \beta u_1 v_0 + \beta u_0 v_1 + \beta \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) u_0 v_0) + \varepsilon^2 (\beta u_1 v_1 + \beta \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) u_1 v_0 + \beta \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) u_0 v_1) + \varepsilon^3 (\beta \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) u_1 v_1) = 0$$

sehingga

$$O(\varepsilon^0): u_0' + u_0(\beta v_0 - \alpha) = 0$$

$$O(\varepsilon^1): u_1' + u_1(\beta v_0 - \alpha) = -(\beta u_0 v_1 + \beta \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) u_0 v_0)$$

⋮

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

bahwa laju pertumbuhan populasi mangsa berbanding lurus dengan populasi yang ada pada saat itu.

2. Dengan adanya pemangsa dan pengaruh musim, laju pertumbuhan mangsa berkurang, sebanding dengan populasi pemangsa. Maka model pertumbuhan mangsa, menjadi :

$$\frac{du}{dt} = \alpha u - \beta \left( 1 + \varepsilon \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) \right) uv$$

3. Dengan ketiadaan mangsa, populasi mangsa akan menurun, yaitu :

$$\frac{dv}{dt} = -\gamma v$$

4. Dengan adanya mangsa dan pengaruh musim, laju pertumbuhan pemangsa akan naik sebanding dengan populasi mangsa. Maka model pertumbuhan mangsa menjadi :

$$\frac{dv}{dt} = \rho \beta \left( 1 + \varepsilon \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) \right) uv - \gamma v$$

Sehingga model mangsa pemangsa dengan pengaruh musim :

$$\frac{du}{dt} = \alpha u - \beta \left( 1 + \varepsilon \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) \right) uv \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = \rho \beta \left( 1 + \varepsilon \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) \right) uv - \gamma v \quad (2)$$

#### A. Analisis Model

Untuk menganalisis model diatas, digunakan teori perturbasi. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut. Ubah persamaan diferensial (13) dan (14) menjadi:

$$u' - \alpha u + \beta(1 + \varepsilon \sin(rt))uv = 0 \quad (3)$$

$$v' - \rho\beta(1 + \varepsilon \sin(rt))uv + \gamma v = 0 \quad (4)$$

Ekspansi terhadap u.

$$u(t) = u_0(t) + \varepsilon u_1(t) + \dots \quad (5)$$

Ekspansi terhadap v.

$$v(t) = v_0(t) + \varepsilon v_1(t) + \dots \quad (6)$$

Substitusi (5) dan (6) ke (1) dan (2), sehingga diperoleh:

Untuk orde nol

$$u_0' + u_0(\beta v_0 - \alpha) = 0$$

misal  $u_0 = y$

sehingga diperoleh

$$y' + y(\beta v_0 - \alpha) = 0$$

Sehingga diperoleh

$$y = C e^{(\alpha - \beta v_0)t}$$

$$u_0 = C e^{(\alpha - \beta v_0)t}$$

2. Untuk persamaan (2).

$$(v_0 + \varepsilon v_1)' - \rho\beta \left(1 + \varepsilon \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right) (u_0 + \varepsilon u_1)(v_0 + \varepsilon v_1) + \gamma(v_0 + \varepsilon v_1) = 0$$

Diperoleh

$$(v_0' - \rho\beta u_0 v_0 + v_0 \gamma) + \varepsilon [v_1' - \rho\beta u_1 v_0 - \rho\beta u_0 v_1 - \rho\beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) u_0 v_0 + v_1 \gamma] + \varepsilon^2 [-\rho\beta u_1 v_1 -$$

$$\rho\beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) u_1 v_0 - u_0 v_1 \rho\beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)] + \varepsilon^3 [-\rho\beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) u_1 v_1] = 0$$

Sehingga diperoleh

$$O(\varepsilon^0): v_0' + v_0(\gamma - \rho\beta u_0) = 0$$

$$O(\varepsilon^1): v_1' + v_1(\gamma - \rho\beta u_0) = \rho\beta u_1 v_0 + \rho\beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) u_0 v_0$$

⋮

Untuk orde nol

$$v_0' + v_0(\gamma - \rho\beta u_0) = 0$$

misal  $v_0 = y$

maka

$$y' + y(\gamma - \rho\beta u_0) = 0$$

Sehingga diperoleh

$$y = C e^{(\rho\beta u_0 - \gamma)t}$$

$$v_0 = C e^{(\rho\beta u_0 - \gamma)t}$$

Untuk orde satu

$$v_1' + v_1(\gamma - \rho\beta u_0) = \rho\beta u_1 v_0 + \rho\beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) u_0 v_0$$

misal  $v_1 = x$ ,  $(\gamma - \rho\beta u_0) = w$  dan  $\rho\beta u_1 v_0 +$

$$\rho\beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) u_0 v_0 = z$$

maka

$$x' + xw = z$$

$$dx + xw dt = z dt$$

$$x = C \frac{z}{w}$$

$$v_1 = C \frac{\rho\beta u_1 v_0 + \rho\beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) u_0 v_0}{(\gamma - \rho\beta u_0)}$$

Jadi diperoleh

$$u = e^{(\alpha - \beta v_0)t} - \varepsilon \frac{(\beta u_0 v_1 + \beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) u_0 v_0)}{(\beta v_0 - \alpha)} + C + \dots \quad (7)$$

$$v = e^{(\rho\beta u_0 - \gamma)t} + \varepsilon \frac{\rho\beta u_1 v_0 + \rho\beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) u_0 v_0}{(\gamma - \rho\beta u_0)} + C + \dots \quad (8)$$

Hampiran solusi dari metode perturbasi adalah :

$$u = u_0 + \varepsilon u_1 + \dots$$

$$v = v_0 + \varepsilon v_1 + \dots$$

Ketika  $\varepsilon = 0$ , diperoleh :

$$u = u_0 \quad (9)$$

$$v = v_0 \quad (10)$$

Substitusi (9) dan (10) ke (7) dan (8), sehingga

$$u = e^{(\alpha - \beta v)t}$$

$$\ln u = (\alpha - \beta v)t$$

$$\frac{d}{dt} \ln u = \frac{d}{dt} (\alpha - \beta v)t$$

Untuk orde 1

$$u_1' + u_1(\beta v_0 - \alpha) =$$

$$-(\beta u_0 v_1 + \beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) u_0 v_0)$$

Sehingga diperoleh

$$u_1 = -C \frac{(\beta u_0 v_1 + \beta \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) u_0 v_0)}{(\beta v_0 - \alpha)}$$

$$\frac{1}{u} \frac{du}{dt} = (\alpha - \beta v)$$

$$\frac{du}{dt} = (\alpha - \beta v)u$$

$$\frac{du}{u} = \alpha u - \beta uv$$

Langkah yang sama kita lakukan terhadap (8)

$$v = e^{(\rho\beta u - \gamma)t}$$

$$\ln v = (\rho\beta u - \gamma)t$$

$$\frac{d}{dt} \ln v = \frac{d}{dt} (\rho\beta u - \gamma)t$$

$$\frac{1}{v} \frac{dv}{dt} = (\rho\beta u - \gamma)$$

$$\frac{dv}{dt} = (\rho\beta u - \gamma)v$$

$$\frac{dv}{v} = \rho\beta uv - \gamma v$$

Jadi ketika  $\varepsilon = 0$ , kembali ke persamaan Lotka-Volterra

## B. Simulasi model

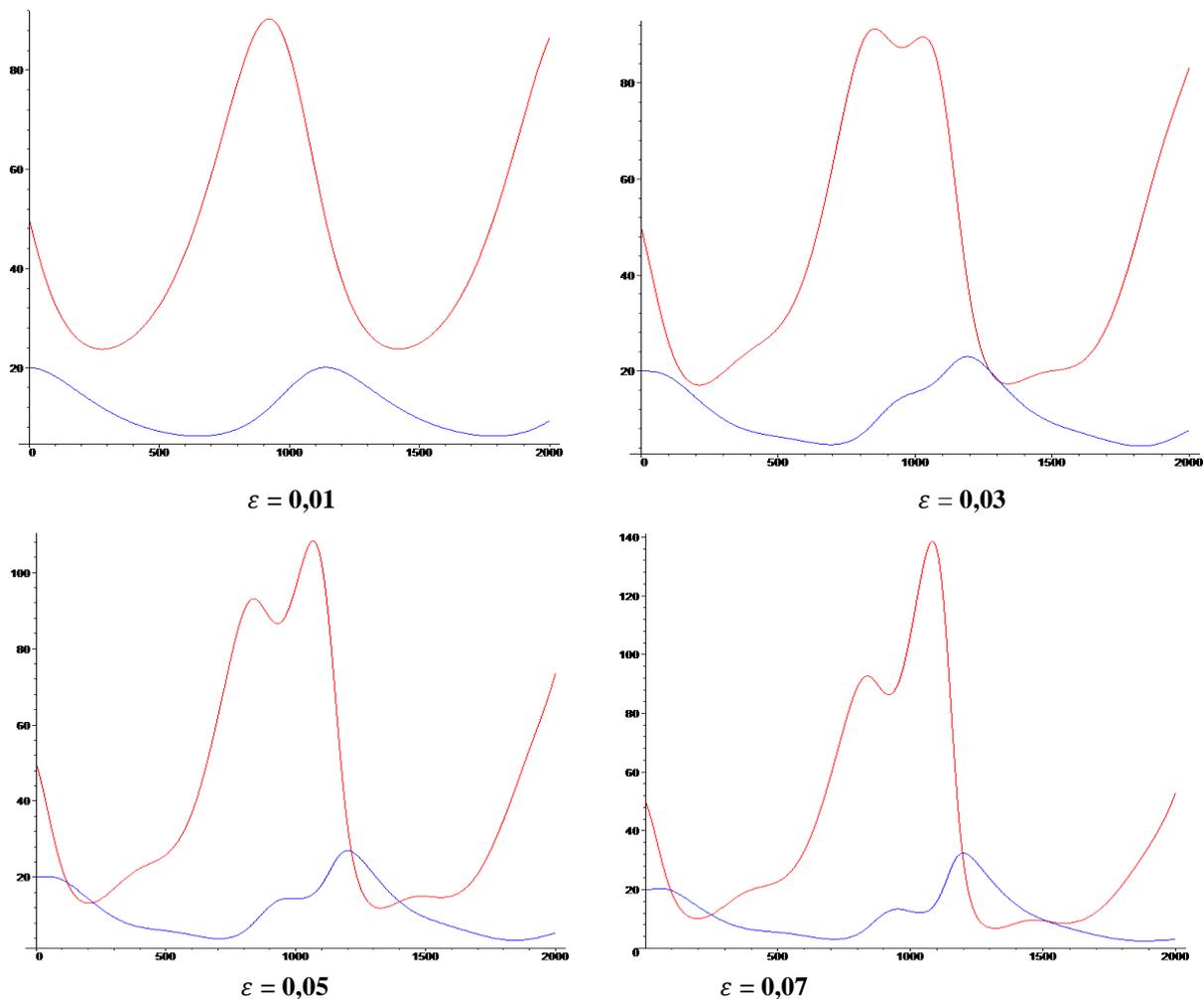
Pengaruh  $\varepsilon$  terhadap pola pertumbuhan populasi mangsa dan pemangsa. Jika  $\varepsilon$  kecil 0,1 maka pola pertumbuhan populasi mangsa naik monoton hingga mencapai pertumbuhan maksimum pada pertengahan musim dingin, kemudian turun monoton hingga mencapai pertumbuhan minimum pada pertengahan musim semi. Sedangkan untuk populasi pemangsa turun monoton hingga mencapai pertumbuhan minimum pada awal musim panas, kemudian naik monoton hingga mencapai pertumbuhan maksimum pada pertengahan musim gugur.

Jika  $\varepsilon$  ditingkatkan menjadi 0,3 terdapat beberapa perubahan pola pertumbuhan mangsa dan pemangsa. Pertama terjadi pada rentang awal musim semi sampai awal musim gugur tetapi tidak terlalu berpengaruh terhadap populasi mangsa dan pemangsa. Kedua, terjadi pada rentang pertengahan musim dingin sampai awal musim panas. Untuk mangsa terdapat dua populasi maksimum yaitu populasi maksimum global dan

maksimum lokal, dimana pada rentang ini populasi mangsa akan mencapai populasi maksimum global, kemudian turun dan naik lagi sampai mencapai populasi maksimum lokal. Sedangkan untuk pemangsa akan mengikuti perubahan yang terjadi pada pola pertumbuhan mangsa.

Jika  $\varepsilon$  ditingkatkan lagi menjadi 0,5 pada rentang pertengahan musim dingin sampai awal musim panas dimana populasi mangsa naik hingga mencapai populasi maksimum lokal, kemudian turun dan naik lagi hingga mencapai populasi maksimum global. Pada rentang pertengahan musim semi sampai pertengahan musim gugur dimana populasi mangsa turun hingga populasi minimum global kemudian naik dan turun lagi hingga populasi minimal lokal, dimana populasi minimum lokal semakin mendekati populasi minimum global. Sedangkan untuk populasi pemangsa akan selalu mengikuti perubahan yang terjadi pada mangsa.

Jika  $\varepsilon$  ditingkatkan lagi menjadi 0,7 pada pertengahan musim dingin sampai awal musim panas dimana populasi mangsa mencapai populasi maksimum lokal, kemudian turun dan naik lagi hingga mencapai populasi maksimum global, dimana populasi maksimum lokal semakin berkurang sedangkan populasi maksimum global semakin bertambah. Pada rentang pertengahan musim semi sampai pertengahan musim gugur dimana populasi mangsa mencapai populasi minimum global kemudian naik dan turun lagi mencapai populasi minimum lokal, dimana jumlah populasi minimum lokal akan semakin mendekati jumlah populasi minimum global. Sedangkan untuk populasi pemangsa akan selalu mengikuti perubahan yang terjadi pada populasi mangsa. Sedangkan untuk populasi pemangsa pada rentang ini berubah tapi tidak terlalu berpengaruh. Seperti pada gambar 1, dengan  $u=50, v=20, \alpha = 0,0065, \beta = 0,00055, \gamma = 0,005, \omega = 0,0172$ .



Gambar 1. Simulasi pola pertumbuhan mangsa dan pemangsa ketika fluktuasi musim berubah.

Pengaruh perubahan nilai awal populasi mangsa dan pemangsa. Jika rasio antara mangsa dan pemangsa kecil, dimana jumlah mangsa lebih banyak dari jumlah pemangsa maka tidak ada perubahan yang terjadi pada

pola pertumbuhan mangsa dan pemangsa, akan tetapi ada bagian yang berubah, namun tidak mempengaruhi pola pertumbuhan mangsa dan pemangsa, yaitu pada awal

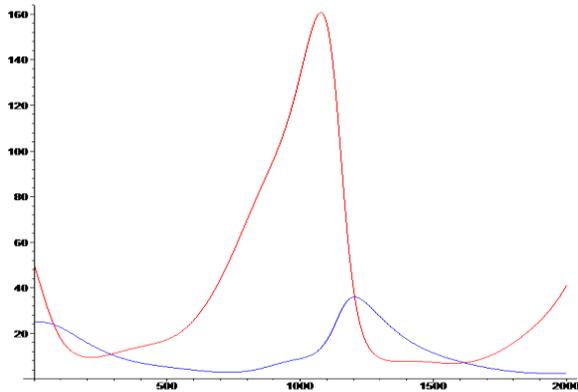
musim semi sampai awal musim dingin dan awal musim semi sampai akhir musim dingin.

Jika rasio antara mangsa dan pemangsa lebih besar maka terjadi perubahan pola pertumbuhan mangsa dan pemangsa, dimana populasi mangsa terlebih dahulu mencapai populasi maksimum lokal, kemudian turun dan naik lagi hingga mencapai populasi maksimum global pada rentang pertengahan musim semi sampai awal musim gugur, sedangkan untuk populasi pemangsa cenderung mengikuti perubahan populasi mangsa. Untuk selang awal musim semi sampai awal musim dingin terjadi perubahan akan tetapi tidak mempengaruhi pola pertumbuhan mangsa dan pemangsa. Untuk selang awal musim semi sampai akhir musim dingin terjadi perubahan pola pertumbuhan mangsa, dimana populasi mangsa mencapai populasi minimum global, kemudian naik dan turun lagi hingga mencapai populasi minimum lokal.

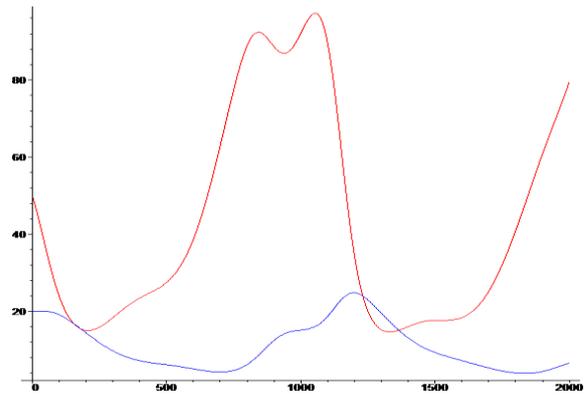
Jika rasio mangsa dan pemangsa semakin besar maka terjadi perubahan pola, dimana populasi mangsa mencapai pertumbuhan maksimum pada selang awal

musim gugur sampai pertengahan musim dingin dengan pola populasi mangsa mencapai populasi maksimum lokal, kemudian turun dan naik lagi hingga mencapai populasi maksimum global. Sedangkan untuk populasi minimum terjadi pada selang pertengahan musim dingin sampai awal musim panas dengan pola pertumbuhan populasi mangsa mencapai populasi minimum lokal kemudian naik dan turun lagi hingga mencapai populasi minimum global. Sedangkan untuk pemangsa cenderung mengikuti perubahan yang terjadi pada populasi mangsa.

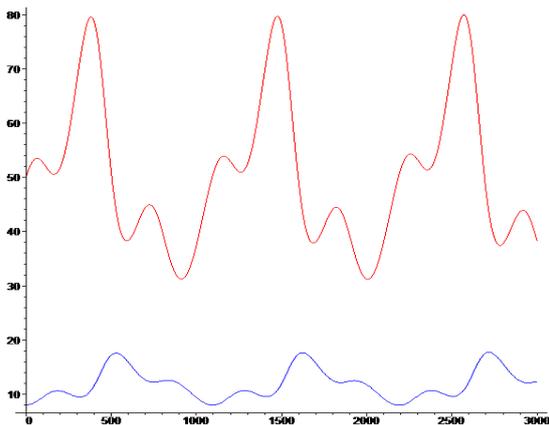
Jika rasio antara mangsa dan pemangsa semakin besar lagi maka pada selang awal musim gugur sampai pertengahan musim dingin jarak antara populasi maksimum global dan populasi maksimum lokal semakin menjauh. Sedangkan untuk selang pertengahan musim dingin sampai awal musim panas jarak antara populasi minimum global dan local makin dekat. Untuk pemangsa cenderung mengikuti perubahan yang terjadi pada populasi mangsa.



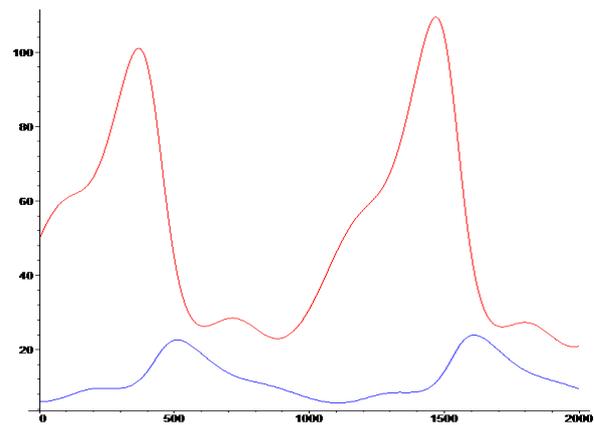
**u = 50 , v = 25 , ε = 0,4**



**(b). u = 50 , v = 20 , ε = 0,4**



**u = 50 , v = 8 , ε = 0,4**



**u = 50 , v = 6 , ε = 0,4**

Gambar 2. Simulasi pola pertumbuhan mangsa dan pemangsa ketika nilai awal populasi mangsa dan pemangsa berubah.

#### SIMPULAN

Berdasarkan pembahasan penelitian, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa:

Model matematika mangsa pemangsa dengan pengaruh musim diperoleh sebagai berikut :

$$\frac{du}{dt} = \alpha u - \beta(1 + \epsilon \sin(2\pi\omega t))uv$$

$$\frac{dv}{dt} = \rho\beta(1 + \varepsilon\sin(2\pi\omega t))uv - \gamma v$$

Sistem diatas memiliki solusi hampiran sebagai berikut:

$$u = e^{(\alpha - \beta v_0)t} - \varepsilon \frac{(\beta u_0 v_1 + \beta \sin(\frac{2\pi}{T}t)u_0 v_0)}{(\beta v_0 - \alpha)} + C + \dots$$

$$v = e^{[(\rho\beta u_0) - \gamma]t} + \varepsilon \frac{\rho\beta u_1 v_0 + \rho\beta \sin(\frac{2\pi}{T}t)u_0 v_0}{(\gamma - \rho\beta u_0)} + C + \dots$$

Semakin besar  $\varepsilon$  maka pada rentang waktu-waktu tertentu akan mengalami perubahan pola pertumbuhan pemangsa. Terdapat tiga rentang waktu, pertama antara awal musim semi sampai awal musim gugur terjadi perubahan akan tetapi tidak terlalu berpengaruh untuk populasi mangsa dan pemangsa. Kedua antara pertengahan musim dingin sampai awal musim panas populasi mangsa maksimum lokal akan semakin berkurang dan populasi mangsa maksimum global akan semakin bertambah. Untuk populasi pemangsa akan selalu mengikuti perubahan yang terjadi pada populasi mangsa. Ketiga antara pertengahan musim semi sampai pertengahan musim gugur populasi minimum lokal akan semakin mendekati populasi minimum global dan untuk populasi pemangsa terjadi perubahan akan tetapi tidak terlalu berpengaruh.

Ketika nilai awal yang dirubah terdapat tiga kondisi yaitu, Jika rasio kecil maka pola pertumbuhan antara mangsa dan pemangsa mirip pola pertumbuhan mangsa dan pemangsa pada model Lotka-Volterra. Jika rasio antara mangsa dan pemangsa semakin besar maka pola pertumbuhan mangsa dan pemangsa mulai berubah dari pola pertumbuhan mangsa pemangsa pada model Lotka-Volterra. Jika rasio antara mangsa dan pemangsa semakin besar lagi maka pola pertumbuhan mangsa dan pemangsa kembali mirip dengan pola pertumbuhan mangsa dan pemangsa pada model Lotka-Volterra.

#### REFERENSI

- [1] Arpa, Yudi (2013). Model Mangsa dan Pemangsa dengan Pengaruh Musim. UNP. Padang.
- [2] Aryulina, Diah, dkk (2006). Biologi SMA dan MA untuk Kelas X. Jakarta : Erlangga.
- [3] Brauer, Fred Dan Castillo, Carlos. (2000). *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*. New York : Springer.
- [4] Hale, Jack and Kocak, Huseyin. (1991). *Dynamics and Bifurcation*. New York : Springer.
- [5] Clark, James S. (2007). *Model for Ecology Data*. Prince University Press.