

PENYELESAIAN PERSAMAAN NON LINEAR MENGGUNAKAN METODE ITERASI TIGA LANGKAH

Nafisha Hurinia Huang¹, Yusmet Rizal²

^{1,2} Program Studi Matematika, Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan dan Alam, Universitas Negeri Padang (UNP)

Article Info

Article history:

Received November 21, 2024

Revised December 19, 2024

Accepted December 30, 2024

Keywords:

Non-linear equations
Three-Step Iteration Method
Convergence order
Algorithm.

Kata Kunci:

Persamaan Non Linear
Metode Iterasi Tiga Langkah
Orde Konvergensi
Algoritma

ABSTRACT

The Three-Step Iterative Method is a multistep approach designed to determine the roots of complex non-linear equations. Developed using Taylor Series, Quadratic Equations, and Hermite Interpolation, this method provides an alternative for solving complicated equations numerically and analytically. This study aims to examine the formulation of the method, design an algorithm in a flowchart, and analyze its convergence order. The research adopts a literature review methodology by conducting an in-depth analysis of relevant references. The algorithm's implementation is tested through computer programming to evaluate its numerical effectiveness. The results demonstrate that the method achieves high-order convergence, enabling faster solutions with minimal error. In conclusion, the Three-Step Iterative Method is an efficient and accurate solution for resolving complex non-linear equations.

ABSTRAK

Metode Iterasi Tiga Langkah adalah metode multistep yang dirancang untuk menentukan akar persamaan non-linear kompleks. Dikembangkan menggunakan Deret Taylor, Persamaan Kuadrat, dan Interpolasi Hermite, metode ini menawarkan alternatif numerik dan analitik untuk persamaan rumit yang sulit diselesaikan secara langsung. Penelitian ini bertujuan mengkaji pembentukan formula metode, menyusun algoritma dalam flowchart, serta menganalisis orde konvergensinya. Studi dilakukan dengan metode kepustakaan melalui analisis mendalam terhadap referensi terkait. Implementasi algoritma dilakukan dengan pemrograman komputer untuk menguji efektivitasnya secara numerik. Hasilnya menunjukkan metode ini memiliki orde konvergensi tinggi, sehingga lebih cepat mencapai solusi dengan kesalahan minimal. Kesimpulannya, Metode Iterasi Tiga Langkah merupakan pendekatan yang efisien dan tepat untuk menyelesaikan persamaan non-linear kompleks.

This is an open access article under the [CC BY-SA](#) license.



Nafisha Hurinia Huang

Program Studi Matematika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Padang, Jl. Prof. Dr. Hamka, Air Tawar barat, Padang Utara, Padang, Indonesia. Kode Pos: 25131
Email: nafishahuriniahuang@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Persamaan non-linear memainkan peran krusial dalam banyak bidang ilmu seperti fisika, biologi, teknik, dan ekonomi, di mana persamaan ini sering kali merepresentasikan fenomena dunia nyata yang kompleks[1]. Berbeda dengan persamaan linear yang relatif mudah diselesaikan secara analitik, persamaan non-linear sering memerlukan metode numerik karena sifat kompleksitasnya. Solusi analitik untuk persamaan ini jarang tersedia, terutama ketika interaksi antar variabel melibatkan hubungan eksponensial, logaritmik, atau trigonometrik. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan yang mampu memberikan solusi yang efisien dan akurat[2].

Metode numerik telah menjadi alat utama untuk menyelesaikan persamaan non-linear, dengan berbagai metode seperti Bisection, Secant, dan Newton-Raphson yang banyak digunakan. Namun, setiap metode memiliki kelemahannya masing-masing[3]. Metode Bisection, meskipun sederhana, memiliki kecepatan konvergensi yang lambat. Metode Newton-Raphson memiliki konvergensi yang lebih cepat, tetapi tergantung pada pemilihan nilai awal yang tepat, yang jika tidak tepat dapat menyebabkan solusi gagal[4]. Kekurangan ini membuka ruang untuk pengembangan metode iteratif dengan karakteristik yang lebih baik.

Sejumlah penelitian sebelumnya telah berupaya meningkatkan metode iteratif melalui pengembangan teknik baru yang lebih efisien. Misalnya, Thukral and Petković (2010) mengembangkan metode tiga langkah dengan tingkat konvergensi tinggi [5], sementara Yaseen et al. (2023) merancang metode dengan efisiensi serupa namun lebih disesuaikan untuk aplikasi tertentu[6]. Metode iterasi tiga langkah ini menunjukkan potensi besar dalam menyelesaikan persamaan non-linear secara efisien, namun banyak di antaranya memiliki kerumitan algoritmik yang lebih tinggi, sehingga kurang praktis dalam implementasi tertentu[7]. Meskipun telah ada berbagai metode dengan urutan konvergensi yang tinggi, kebutuhan untuk meningkatkan efisiensi dan kecepatan tetap ada[8], terutama dalam aplikasi yang memerlukan pemrosesan cepat dan akurasi tinggi[9]. Dalam konteks ini, pengembangan metode iteratif baru dengan urutan konvergensi yang lebih tinggi menjadi fokus utama banyak peneliti. Penelitian ini berkontribusi pada literatur dengan mengusulkan metode iteratif urutan kesembilan baru, yang tidak hanya memiliki urutan konvergensi tinggi tetapi juga lebih efisien dalam hal perhitungan dibandingkan metode sebelumnya[10].

Dalam konteks tersebut, penelitian ini mengusulkan Metode Iterasi Tiga Langkah dengan orde konvergensi sembilan yang dikembangkan menggunakan kombinasi teknik deret Taylor, persamaan kuadrat, dan interpolasi Hermite[11]. Pendekatan ini bertujuan untuk menyederhanakan proses iterasi sekaligus meningkatkan efisiensi dan keakuratan. Dengan menyusun formula iteratif yang lebih terstruktur, algoritma yang mudah diikuti, dan validasi melalui pemrograman komputer, penelitian ini bertujuan menciptakan metode iteratif yang mengatasi keterbatasan dari metode sebelumnya[12].

Selain itu, penelitian ini menganalisis tingkat kekonvergenan dari Metode Iterasi Tiga Langkah untuk menilai seberapa cepat metode ini mencapai solusi yang akurat dibandingkan dengan metode iteratif lainnya[13]. Penggunaan uji numerik pada berbagai persamaan non-linear bertujuan menunjukkan keunggulan kecepatan dan presisi metode ini. Untuk meningkatkan kredibilitas, algoritma metode dirancang dalam bentuk diagram alir yang jelas untuk mempermudah reproduksi dalam aplikasi praktis[14].

Dengan metode dan analisis yang dirancang, penelitian ini menawarkan inovasi berupa pendekatan iteratif yang lebih efisien dengan tingkat konvergensi yang lebih tinggi. Kontribusi ini tidak hanya relevan bagi para matematikawan, tetapi juga memberikan manfaat signifikan dalam penyelesaian masalah-masalah persamaan non-linear di berbagai bidang. Inovasi ini diharapkan mampu membuka ruang untuk penelitian lebih lanjut dan penerapan praktis yang lebih luas dalam disiplin ilmu terapan.

2. METODE

Penelitian ini adalah penelitian ini bersifat dasar (teoritis) dengan fokus pada pengumpulan informasi dari berbagai sumber seperti buku, jurnal, dan referensi lainnya yang relevan dengan metode yang diteliti [15].

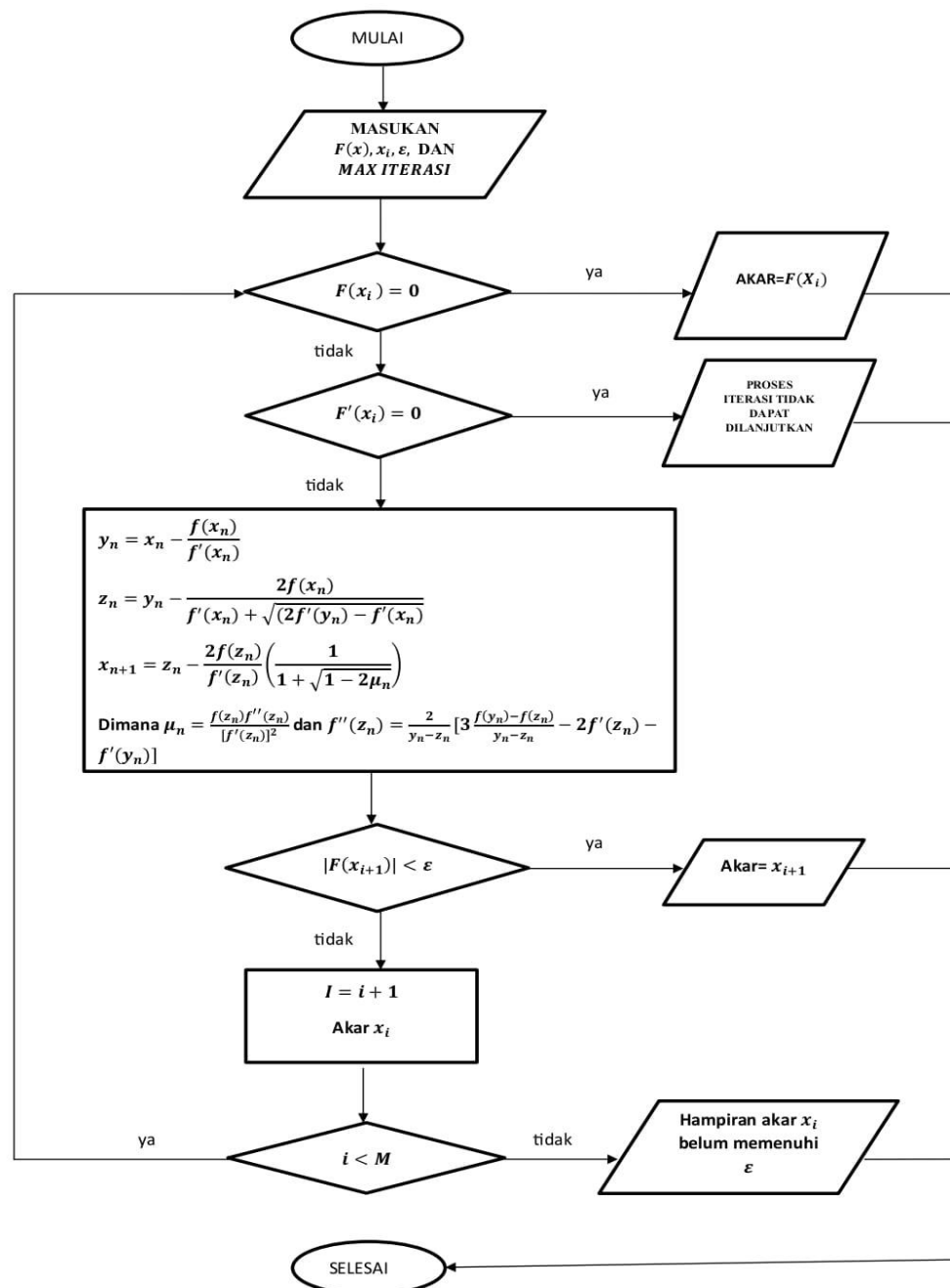
Adapun tahap-tahap yang dilakukan dalam langkah- langkah penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a) Mengkaji dan memahami literatur yang berkaitan dengan persamaan nonlinear, algoritma, dan metode numerik yang digunakan dalam menyelesaikan persamaan nonlinear.
- b) Mengkaji pembentukan metode iteratif tiga langkah untuk persamaan nonlinear.
- c) Membuat algoritma dan merepresentasikannya dalam bentuk diagram alir (flowchart) untuk metode iteratif tiga langkah dalam menyelesaikan persamaan nonlinier.



- d) Melakukan analisis terhadap orde konvergensi metode iteratif tiga langkah dalam menyelesaikan persamaan nonlinier.
- e) Mengimplementasikan algoritma metode iteratif tiga langkah ke dalam program komputer menggunakan MATLAB R2016b serta membandingkannya dengan Metode Secant dan Metode Newton-Raphson.
- f) Menyimpulkan hasil yang diperoleh berdasarkan teori yang telah dipelajari.

Proses penyelesaian persamaan nonlinear menggunakan Metode iteratif tiga langkah ini dapat dinotasikan dalam bentuk flowchart yang ada dalam Gambar 1.



Gambar 1 Flowchart Metode Iteratif Tiga Langkah

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Proses Pembentukan Metode Iterasi Tiga Langkah

Metode Iterasi Tiga Langkah adalah metode multistep yang digunakan dalam mencari akar persamaan non linear. Metode ini dikembangkan dengan menggunakan Deret Taylor, persamaan kuadrat, dan Interpolasi Hermite. Metode Newton- Raphson juga digunakan dalam metode ini sebagai langkah pertama untuk memberi prediksi terhadap hasil yang akan dicari.

$$z_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (1)$$

Sedangkan untuk langkah kedua menggunakan metode Metode Iterasi Kombinasi Turunan Pertama.

$$y_n = z_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + \sqrt{(2f'(y_n) - f'(x_n))f'(x_n)}} \quad (2)$$

Selanjutnya untuk langkah ke tiga menggunakan pendekatan deret Taylor mendekati fungsi $f(t)$ disekitar titik z_n .

$$f(t) = f(y_n) + f'(y_n)(t - y_n) + f''(y_n) \frac{(t - y_n)^2}{2!} \quad (3)$$

Setelah memperoleh pendekatan deret Taylor mendekati fungsi $f(x)$ disekitar titik y_n seperti pada persamaan (3) maka akan di sederhanakan bentuk tersebut dengan menggunakan pendefinisian $e_n = t - y_n$ dan mengingat kembali jika y_n adalah akar dari $f(t)$ maka $f(y_n) = 0$ sehingga diperoleh bentuk baru yaitu

$$f''(y_n)e_n^2 + 2e_nf'(y_n) + 2f(y_n) = 0 \quad (4)$$

Persamaan (4) memiliki bentuk seperti persamaan kuadrat yaitu $ax^2 + bx + c = 0$ maka akan diselesaikan menggunakan rumus persamaan kuadrat, dan akan menghasilkan

$$x_{n+1} = y_n - \frac{2f(y_n)}{f'(y_n)} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{-2\mu_n}} \right) \quad (5)$$

Dimana

$$\mu_n = \frac{f(y_n)f''(y_n)}{[f'(y_n)]^2}$$

Untuk mempermudah perhitungan maka turunan kedua yang terdapat dalam μ_n akan direduksi menjadi bentuk yang lebih baik (prosesnya 1 kali) menggunakan Interpolasi Hermite. Sehingga diperoleh persamaan

$$\begin{aligned} z_n &= x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \\ y_n &= z_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + \sqrt{(2f'(z_n) - f'(x_n))f'(x_n)}} \\ x_{n+1} &= y_n - \frac{2f(y_n)}{f'(y_n)} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{1 - 2\mu_n}} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{Dimana } \mu_n = \frac{f(y_n)f''(y_n)}{[f'(y_n)]^2} \text{ dan } f''(y_n) = \frac{2}{z_n - y_n} \left[3 \frac{f(z_n) - f(y_n)}{z_n - y_n} - 2f'(y_n) - f'(z_n) \right]$$



3.2. Algoritma Metode Iterasi Tiga Langkah

Algoritma metode iteratif tiga langkah direpresentasikan dalam bentuk diagram alir (flowchart), seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1 dalam bagian metode. Dilihat dari Gambar 1 bahwa proses dalam mencari akar dari metode iteratif bebas turunan tinggi terdiri dari 3 tahapan yaitu: masukan/ *input*, proses dan keluaran/ *output*.

3.3 Analisis Kekonvergenan Metode Iterasi Tiga Langkah

Untuk memperoleh orde kekonvergenan dari metode iteratif tiga langkah adalah dengan menggunakan ekspansi deret Taylor disekitar a . Dengan a adalah akar dari $f(x_n)$ sehingga $f(a) = 0$. Dengan $c_j = \frac{f^j(a)}{j!f'(a)}$, $j = 2, 3, 4, 5, \dots$ dan $e_n = x_n - a$.

Pada ekspansi deret Taylor yang akan dilakukan akan menggunakan orde sebelas. Hal ini akan ditandai dengan adanya notasi Big O yang menunjukan jika deret tersebut berbatas sampai orde sebelas.

$$f(x_n) = f'(a)[e_n + c_2 e_n^2 + c_3 e_n^3 + c_4 e_n^4 + c_5 e_n^5 + c_6 e_n^6 + c_7 e_n^7 + c_8 e_n^8 + c_9 e_n^9 + c_{10} e_n^{10} + O(e_n^{11})]$$

Jika persamaan $\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ maka diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = e_n - c_2 e_n^2 - (2c_2^2 + 2c_3)e_n^3 + (-3c_4 + 7c_2 c_3 - 4c_2^3)e_n^4 \\ + (-16c_2^5 + 52c_2^3 c_3 - 33c_2 c_3^2 - 28c_2^2 c_4 + 17c_3 c_4 + 13c_2 c_5 - 5c_6)e_n^6 \\ + (-7c_7 + 6c_2 c_6 - 5c_3 c_5 + 4c_4^2 - 3c_5 c_3 + 2c_6 c_2 - c_7)e_n^7 \\ + (c_8 - 8c_8 + 7c_7 c_3 - 6c_6^2 + 5c_5^2 - 4c_4 c_5)e_n^8 \\ + (-9c_9 + 8c_8 c_3 - 7c_7 c_5 + 6c_6^2 + 5c_4 c_6 - 4c_4 c_5)e_n^9 + O(e_n^{10}) \end{aligned} \quad (7)$$

Substitusikan persamaan (7) ke $y_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$, karena $y_n = x_n - e_n$ maka $x_n = y_n + e_n$ dan $e_n = x_n - a$ maka $e_n = y_n + e_n - a$ sehingga

$$\begin{aligned} y_n = -c_2 e_n^2 - (2c_2^2 + 2c_3)e_n^3 + (-3c_4 + 7c_2 c_3 - 4c_2^3)e_n^4 \\ + (-16c_2^5 + 52c_2^3 c_3 - 33c_2 c_3^2 - 28c_2^2 c_4 + 17c_3 c_4 + 13c_2 c_5 - 5c_6)e_n^6 \\ + (-7c_7 + 6c_2 c_6 - 5c_3 c_5 + 4c_4^2 - 3c_5 c_3 + 2c_6 c_2 - c_7)e_n^7 \\ + (c_8 - 8c_8 + 7c_7 c_3 - 6c_6^2 + 5c_5^2 - 4c_4 c_5)e_n^8 \\ + (-9c_9 + 8c_8 c_3 - 7c_7 c_5 + 6c_6^2 + 5c_4 c_6 - 4c_4 c_5)e_n^9 + O(e_n^{10}) \end{aligned} \quad (8)$$

Selanjutnya perluas $f(y_n)$ $f'(y_n)$ dan $f''(y_n)$ dengan menggunakan deret taylor

$$f(y_n) = f(a) + f'(a)(y_n - a) + f''(a)\frac{(y_n - a)^2}{2!} + f'''(a)\frac{(y_n - a)^3}{3!} + \dots$$

$$\begin{aligned} f(y_n) = f'(a)[c_2 e_n^2 - (2c_2^2 + 2c_3)e_n^3 + (-3c_4 + 7c_2 c_3 - 4c_2^3)e_n^4 \\ + (-16c_2^5 + 52c_2^3 c_3 - 33c_2 c_3^2 - 28c_2^2 c_4 + 17c_3 c_4 + 13c_2 c_5 - 5c_6)e_n^6 \\ + (-7c_7 + 6c_2 c_6 - 5c_3 c_5 + 4c_4^2 - 3c_5 c_3 + 2c_6 c_2 - c_7)e_n^7 \\ + (c_8 - 8c_8 + 7c_7 c_3 - 6c_6^2 + 5c_5^2 - 4c_4 c_5)e_n^8 \\ + (-9c_9 + 8c_8 c_3 - 7c_7 c_5 + 6c_6^2 + 5c_4 c_6 - 4c_4 c_5)e_n^9 + O(e_n^{10})] \end{aligned} \quad (9)$$

Dan untuk memperluas $f'(y_n)$ dapat dilakukan hal yang sama yaitu menggunakan deret taylor disekitar a sehingga diperoleh.

$$\begin{aligned}
f'(y_n) = f'(a) & [1 + c_2 e_n^2 - (2c_2^2 + 2c_3) e_n^3 + (-3c_4 + 7c_2 c_3 - 4c_2^3) e_n^4 \\
& + (-16c_2^5 + 52c_2^3 c_3 - 33c_2 c_3^2 - 28c_2^2 c_4 + 17c_3 c_4 + 13c_2 c_5 \\
& - 5c_6) e_n^6 \\
& + (-7c_7 + 6c_2 c_6 - 5c_3 c_5 + 4c_4^2 - 3c_5 c_3 + 2c_6 c_2 - c_7) e_n^7 \\
& + (c_8 - 8c_8 + 7c_7 c_3 - 6c_6^2 + 5c_5^2 - 4c_4 c_5) e_n^8 \\
& + (-9c_9 + 8c_8 c_3 - 7c_7 c_5 + 6c_6^2 + 5c_4 c_6 - 4c_4 c_5) e_n^9 + O(e_n^{10})]
\end{aligned} \quad (10)$$

Dan

$$\begin{aligned}
f''(y_n) = f'(a) & [2c_2 - 6(2c_2^2 + 2c_3) e_n + 12(-3c_4 + 7c_2 c_3 - 4c_2^3) e_n^2 \\
& + 20(-16c_2^5 + 52c_2^3 c_3 - 33c_2 c_3^2 - 28c_2^2 c_4 + 17c_3 c_4 + 13c_2 c_5 \\
& - 5c_6) e_n^3] \\
& + 30(-7c_7 + 6c_2 c_6 - 5c_3 c_5 + 4c_4^2 - 3c_5 c_3 + 2c_6 c_2 - c_7) e_n^4 + \dots \\
& + 80(-9c_9 + 8c_8 c_3 - 7c_7 c_5 + 6c_6^2 + 5c_4 c_6 - 4c_4 c_5) e_n^9 + O(e_n^{10})]
\end{aligned} \quad (11)$$

Setelah memperoleh $f(y_n)$, $f'(y_n)$ dan $f''(y_n)$ substitusikan ke persamaan (6)

$$x_{n+1} = y_n - \frac{2f(y_n)}{f'(y_n)} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{1 - 2\mu_n}} \right) \quad (12)$$

Dimana $\mu_n = \frac{f(y_n)f''(y_n)}{[f'(y_n)]^2}$ yang menghasilkan $(c_2^2 - 2c_3)(\frac{1}{8}c_3^3) e_n^9 + O(e_n^{10})$

Hal ini menunjukkan jika metode iterasi 3 langkah ini memiliki orde konvergensi 9

3.4 Simulasi Numerik

Pada bagian ini, akan dilakukan perbandingan jumlah iterasi antara Metode Iterasi Tiga Langkah (MITL) yang memiliki orde sembilan, Metode Newton-Raphson (MNR) yang memiliki orde konvergensi dua [8], dan Metode Secant (MS) yang memiliki orde konvergensi kurang dari dua [9], untuk membuktikan efisiensi dalam menentukan nilai akar. Perbandingan ini dilakukan melalui simulasi numerik menggunakan software MATLAB R2016b dengan kriteria pemberhentian saat $f'(x_n) = 0$ dan $|f(x_{n+1})| < \varepsilon$ dimana batas galat toleransi $\varepsilon = 10^{-6}$ dan maksimal iterasi (M)=100. Berikut beberapa persamaan nonlinear yang akan digunakan untuk simulasi numerik

1) $f_1(x) = (3x - 2)^7 - 1 = 0$

Persamaan dari fungsi $f_1(x) = (3x - 2)^7 - 1 = 0$ akan di bandingkan untuk melihat jumlah iterasinya apabila menggunakan MITL, MS, dan MNR. Dalam menentukan akar dari persamaan $(3x - 2)^7 - 1 = 0$ dapat diperoleh dengan metode numerik. Dipilih tebakan awal yaitu $x_0 = 1.2$ dan $x_1 = 1.6$ dengan kriteria pemberhentian yaitu maksimum iterasi = 100 dan batas galat toleransi $e = 10^{-6}$. Sehingga diperoleh hasil iterasi yang dapat dilihat pada Tabel 1.

Table 1 Hasil perbandingan nilai akar persamaan fungsi

$f(x) = (3x - 2)^7 - 1 = 0$			
Iterasi	MITL	MNR	MS
0	1.002405	1.200000	1.200000
1	1.000002	1.126648	1.192183
2	1.000000	1.067832	1.123359
3	1.000000	1.026195	1.086725
4		1.005079	1.049801
5		1.000223	1.024372
6		1.000000	1.008314
7		1.000000	1.001606
8			1.000116
9			1.000002
10			1.000000



Dapat disimpulkan bahwa Metode Iterasi Tiga Langkah (MITL) mampu menemukan akar lebih cepat dibandingkan dengan Metode Newton-Raphson (MNR) dan Metode Secant (MS).

2) $f_2(x) = x^3 - 2\sqrt{x} + \sin x - 1 = 0$

Dalam menentukan akar persamaan $x^3 - 2\sqrt{x} + \sin x - 1 = 0$ dapat kita lakukan dengan memilih tebakan awal yaitu $x_0 = 1.5$ dan $x_1 = 1.6$ dengan kriteria pemberhentian yaitu maksimum iterasi = 100 dan batas galat toleransi $e = 10^{-6}$. Sehingga diperoleh hasil iterasi yang dapat dilihat pada Tabel 2.

Table 2 Hasil perbandingan nilai akar persamaan fungsi $f(x) = x^3 - 2\sqrt{x} + \sin x - 1 = 0$

Iterasi	MITL	MNR	MS
0	1.327191	1.500000	1.500000
1	1.326297	1.346274	1.356397
2	1.326297	1.326604	1.329998
3		1.326297	1.326383
4			1.326297
5			1.326297

Dapat disimpulkan bahwa Metode Iterasi Tiga Langkah (MITL) mampu menemukan akar lebih cepat dibandingkan dengan Metode Newton-Raphson (MNR) dan Metode Secant (MS).

4. KESIMPULAN

Penelitian ini berhasil mengembangkan dan menganalisis Metode Iterasi Tiga Langkah untuk menyelesaikan persamaan non-linear kompleks. Metode ini, yang dirancang menggunakan kombinasi Deret Taylor, Persamaan Kuadrat, dan Interpolasi Hermite, terbukti memiliki tingkat konvergensi tinggi (orde sembilan) dan lebih efisien dibandingkan metode Newton-Raphson dan Secant. Hasil implementasi numerik menunjukkan metode ini mampu mencapai solusi lebih cepat dengan iterasi yang lebih sedikit dan tingkat kesalahan minimal. Dengan keunggulan ini, Metode Iterasi Tiga Langkah menawarkan solusi yang lebih praktis dan akurat, serta berkontribusi signifikan dalam pengembangan metode numerik untuk persamaan non-linear.

REFERENSI

- [1] Stewart, J. (2015). *calculus Early Transcendentals* (8th ed.). Cengage Learning.
- [2] R. Munir, *Metode Numerik*, Lima. Bandung: Informatika Bandung, 2021.
- [3] M. S. K. Mylapalli, R. K. Palli, and R. Sri, "A ninth order iterative method for solving non-linear equations with high-efficiency index," *Adv. Math. Sci. J.*, vol. 9, no. 7, pp. 5283–5290, 2020, doi: 10.37418/amsj.9.7.97.
- [4] D. V. Griffiths and I. M. Smith, *Numerical Methods for Engineers*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2006. doi: 10.1201/9781420010244
- [5] Pugh, C. C. (2015). *Real Mathematical Analysis* (Second). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-17771-7>
- [6] M. Nazir, *Metode Penelitian*. Jakarta: Galia Indonesia, 2014.
- [7] R. Thukral and M. S. Petković, "A family of three-point methods of optimal order for solving nonlinear equations," *J. Comput. Appl. Math.*, vol. 233, no. 9, pp. 2278–2284, 2010, doi: 10.1016/j.cam.2009.10.012.
- [8] S. Hanzely, D. Kamzolov, D. Pasechnyuk, A. Gasnikov, P. Richtárik, and M. Takáč, "A Damped Newton Method Achieves Global $O(1/K2)$ and Local Quadratic Convergence Rate," *Adv. Neural Inf. Process. Syst.*, vol. 35, no. NeurIPS, pp. 1–15, 2022.
- [9] Hanzely, S., Kamzolov, D., Pasechnyuk, D., Gasnikov, A., Richtárik, P., & Takáč, M. (2022). A Damped Newton Method Achieves Global $O(1/K2)$ and Local Quadratic Convergence
- [10] Science, C., Srisarakham, N., & Mathematics, A. (2021). methods with two parameters for nonlinear equations The Method. 16(1), 553–562.
- [11] S. Yaseen, F. Zafar, and F. I. Chicharro, "A Seventh Order Family of Jarratt Type Iterative Method for Electrical Power Systems," *Fractal Fract.*, vol. 7, no. 4, pp. 1–16, 2023, doi: 10.3390/fractalfract7040317.
- [12] Stewart, J. (2015). *calculus Early Transcendentals* (8th ed.). Cengage Learning.
- [13] Sutarno, H. (2005). *Metode Numerik*. PT Sinar Baru Algesindo.
- [14] W. Zhou, X. Wei, L. Wang, and G. Wu, "A superlinear iteration method for calculation of finite length journal bearing's static equilibrium position," *R. Soc. Open Sci.*, vol. 4, no. 5, 2017, doi: 10.1098/rsos.161059.
- [15] Sharma, E., & Panday, S. (2022). Efficient sixth order iterative method free from higher derivatives for nonlinear equations. *Journal of Mathematical and Computational Science*, 1–13. <https://doi.org/10.28919/jmcs/6950>.