Model Persediaan *Fuzzy* dengan Kredit Perdagangan dan Kendala Kapasitas Gudang untuk Barang yang Mengalami Deteriorasi

Addini Safitri[1], Muhammad Subhan[2]
[1,2] Program Studi Matematika, Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan dan Alam, Universitas Negeri Padang (UNP)

Article Info

Article history:

Received January 16, 2024
Revised February 05, 2024
Accepted March 20, 2024

Keywords:

EOQ model
Fuzzy number
Trade credit
Two warehouses
Deteriorating items

Kata Kunci:

Model EOQ
Bilangan *fuzzy*
Kredit perdagangan
Dua gudang
Barang terdeteriorasi

ABSTRACT

Economic Order Quantity (EOQ) model is a model for inventory management decision-making. The basic EOQ model is not entirely realistic, as it neglects several factors that impact inventory management decisions, leading to suboptimal outcomes. This study aims to form and analyze the inventory model from the development of EOQ model. Market competition, seasonal changes, promotional reach, and unexpected events can cause uncertainty. Fuzzy set theory is used to overcome this uncertainty, namely demand rate and deterioration rate are represented by fuzzy numbers. Trade credit and limited capacity of the company's warehouse are also considered, so the rented warehouse is used. The fuzzy model is deffuzified by graded mean integration representation method. Results include a model for optimal order quantity, the optimal time for rented warehouse inventory depletion, and the minimum total cost. Numerical simulation and sensitivity analysis demonstrate the model's applicability and highlight the impact of parameter changes.

ABSTRAK

Model *Economic Order Quantity* (EOQ) merupakan model yang digunakan untuk membantu pengambilan keputusan dalam manajemen persediaan. Permasalahannya adalah model EOQ dasar tidak sepenuhnya realistis. Beberapa faktor penting tidak dipertimbangkan, sehingga keputusan terkait manajemen persediaan belum optimal. Tujuan penelitian ini adalah membentuk dan menganalisis model persediaan dari pengembangan model EOQ. Persaingan pasar, perubahan musim, jangkauan promosi, dan hal-hal tak terduga dapat menyebabkan ketidakpastian pada beberapa parameter model persediaan. Digunakan teori himpunan *fuzzy* untuk mengatasi ketidakpastian tersebut, yaitu tingkat permintaan dan tingkat deteriorasi direpresentasikan oleh bilangan *fuzzy*. Dipertimbangkan pula kredit perdagangan dan adanya keterbatasan kapasitas gudang milik perusahaan, sehingga digunakan layanan sewa gudang. Model *fuzzy* didefuzzifikasi menggunakan metode *graded mean integration representation*. Hasil penelitian meliputi model untuk kuantitas optimal pemesanan, waktu optimal persediaan di gudang sewa habis, dan total biaya minimum. Dilakukan simulasi numerik dan analisis sensitivitas untuk menggambarkan penggunaan model dan melihat pengaruh perubahan parameter model.

Penulis pertama/ Corresponding Author:

(Addini Safitri)
Program Studi Matematika,Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Padang, Jl. Prof. Dr. Hamka, Air Tawar barat, Padang Utara, Padang, Indonesia. Kode Pos: 25131
Email: addinisafitri2001@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Perusahaan dagang merupakan perusahaan yang aktivitas utamanya adalah membeli barang dari perusahaan lain (produsen atau lainnya yang bertindak sebagai pemasok) untuk dijual kembali kepada pelanggan [1]. Tujuan utamanya yaitu untuk mengumpulkan keuntungan atau laba. Salah satu cara yang dilakukan perusahaan dagang untuk menjaga kelancaran operasional bisnis dan meraih keuntungan maksimal adalah dengan mengoptimalkan persediaan. Persediaan didefinisikan sebagai sejumlah barang yang disimpan untuk memenuhi kebutuhan di masa depan [2]. Agar tidak terjadi kelebihan atau kekurangan persediaan yang dapat menyebabkan kegagalan bisnis, perusahaan melakukan manajemen persediaan [3]. Manajemen persediaan adalah kegiatan yang dilakukan untuk memastikan persediaan terpenuhi dalam jumlah dan waktu tertentu. Manajemen persediaan berkaitan dengan dua pertanyaan, yaitu berapa banyak produk yang dipesan dan kapan pemesanan diadakan agar biaya investasi yang dikeluarkan minimum [4]. *Economic Order Quantity* adalah model yang digunakan untuk membantu pengambilan keputusan terkait manajemen persediaan. EOQ memberikan solusi untuk menghitung jumlah optimal pemesanan barang dan waktu optimal untuk mengadakan pemesanan agar diperoleh total biaya persediaan yang minimum [5]. Permasalahan yang terjadi adalah model EOQ dasar tidak sepenuhnya realistis, ada banyak faktor baru yang tidak dipertimbangkan dalam model EOQ dasar. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model EOQ dasar dengan asumsi yang diperluas.

Pada EOQ dasar, terdapat asumsi bahwa tingkat permintaan diketahui dan konstan. Faktanya, tidak semua produk memiliki tingkat permintaan yang konstan atau stabil di setiap periode [6]. Ada berbagai faktor, seperti persaingan pasar, perubahan musim, jangkauan promosi, dan hal-hal tak terduga yang dapat menyebabkan tingkat permintaan berfluktuasi. Begitu pula untuk produk baru yang belum memiliki data historis. Sehingga tidak bisa ditetapkan hanya satu nilai pasti pada parameter permintaan, tetapi ada perkiraan dengan mempertimbangkan berbagai faktor. Dalam hal ini, digunakan teori himpunan *fuzzy*. Dengan teori himpunan *fuzzy*, informasi yang tidak pasti dapat dipertimbangkan berdasarkan persepsi atau keyakinan individu yang ahli di bidang terkait [7]. Dasar dari teori himpunan *fuzzy* adalah mengaitkan setiap objek himpunan *fuzzy* dengan nilai keanggotaannya yang menunjukkan sejauh mana objek itu menjadi bagian dari himpunan [8].

Model EOQ juga mengasumsikan persediaan dapat disimpan tanpa batas waktu tertentu. Namun pada kenyataannya, ada beberapa jenis produk yang seiring bertambahnya masa simpan akan mengalami deteriorasi, yaitu perubahan, kerusakan, pembusukan, keusangan, dan kondisi lainnya yang tidak sesuai dengan kondisi awal barang, sehingga dapat terjadi peningkatan biaya persediaan [9]. Contoh produk yang rentan mengalami deteriorasi adalah makanan, produk olahan susu, obat-obatan, dan lain-lain. Maka dari itu, deteriorasi menjadi salah satu faktor krusial yang perlu diperhitungkan dalam model persediaan. Tingkat deteriorasi tidak selalu konstan. Hal-hal seperti perubahan kondisi lingkungan, kemajuan ilmu pengetahuan dalam melestarikan lingkungan, dan lain sebagainya dapat menjadi aspek penting yang menyebabkan ketidakpastian nilai parameter tingkat deteriorasi [10]. Sehingga pada penelitian ini, tingkat deteriorasi dipertimbangkan dalam bentuk *fuzzy*. Sistem kredit perdagangan dan penggunaan dua jenis gudang juga dipertimbangkan. Kredit perdagangan mengizinkan pembeli untuk mendapatkan barang dengan melunasi pembayaran di kemudian hari [11]. Penggunaan dua jenis gudang dilakukan karena adanya keterbatasan kapasitas gudang milik perusahaan, sehingga digunakan gudang sewa untuk menampung kelebihan persediaan.

Beberapa peneliti telah membahas model persediaan *fuzzy* dengan bermacam kendala. Wulan dan Andyan mengkaji model EOQ *fuzzy* dengan membolehkan terjadinya kekurangan persediaan dan disimpulkan bahwa model *fuzzy* efektif mengatasi problem perusahaan untuk memperkirakan data-data terkait [12]. Wulan dan Fitriyah mengembangkan model EOQ *fuzzy* untuk barang yang mengalami deteriorasi [13]. Bishi membahas model persediaan dengan dua penyimpanan untuk tingkat permintaan eksponensial [14]. Shah membahas model EOQ *fuzzy* dengan kredit perdagangan [15].

Berdasarkan uraian di atas, dalam penelitian ini, akan dibentuk model persediaan dengan parameter tingkat permintaan dan tingkat deteriorasi sebagai bilangan *fuzzy* dan menggunakan dua jenis gudang, serta mempertimbangkan kredit perdagangan. Akan ditentukan solusi optimal untuk jumlah pemesanan barang dan dilakukan analisis sensitivitas untuk melihat pengaruh perubahan parameter terhadap solusi optimal.

2. METODE

Penelitian ini diklasifikasikan sebagai penelitian dasar (teoritis). Dilakukan studi literatur dengan mengumpulkan dan menganalisis teori-teori dari buku, artikel jurnal, dan sumber ilmiah lainnya yang berkaitan dengan proses pembentukan model. Model yang dibuat terdiri dari model *crisp* dan model *fuzzy*. Pada model *fuzzy*, diberi contoh untuk penggunaan bilangan *fuzzy* segitiga dan bilangan *fuzzy* trapesium. Defuzzifikasi atau penegasan dilakukan dengan menggunakan metode *graded mean integration representation*. Langkah-langkah yang dilakukan dalam pembentukan model adalah sebagai berikut.

a. Mengkaji permasalahan dan mengumpulkan informasi terkait manajemen persediaan dari berbagai sumber ilmiah, serta mengidentifikasi faktor-faktor yang memengaruhinya.
b. Mempelajari konsep dan teori yang relevan dengan model persediaan yang akan dibentuk.
c. Menguraikan asumsi dan notasi yang akan digunakan dalam proses pembentukan model.
d. Membentuk model tingkat persediaan, meliputi tingkat persediaan pada gudang sewaan dan tingkat persediaan pada gudang milik sendiri, dalam bentuk *crisp* dan *fuzzy*.
e. Membentuk fungsi total biaya persediaan dan menentukan solusi optimal kuantitas pemesanan, dalam bentuk *crisp* dan *fuzzy*.
f. Melakukan simulasi numerik, analisis perubahan parameter, dan interpretasi dari model yang dihasilkan.
g. Menyimpulkan hasil.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Notasi dan Asumsi

Notasi yang digunakan dalam model persediaan ini adalah

$I_1(t)$: Tingkat persediaan pada saat t di gudang pertama, $0 \leq t \leq T$
$I_2(t)$: Tingkat persediaan pada saat t di gudang kedua, $0 \leq t \leq t_r$
$\frac{dI_1(t)}{dt}$: Laju perubahan persediaan di gudang pertama
$\frac{dI_2(t)}{dt}$: Laju perubahan persediaan di gudang kedua
D : Jumlah permintaan per satuan waktu
α : Tingkat deteriorasi barang di gudang pertama
β : Tingkat deteriorasi barang di gudang kedua
t_r : Waktu ketika persediaan di gudang kedua habis atau mencapai nol
${t_r}^*$: Nilai optimal t_r
T : Panjang waktu pengisian kembali persediaan atau panjang siklus persediaan
Q : Kuantitas pemesanan
Q^* : Kuantitas pemesanan optimal
N : Jumlah maksimal barang yang dapat disimpan di gudang pertama
c_o : Biaya pemesanan untuk setiap kali pesan
c_{h1} : Biaya penyimpanan setiap barang di gudang pertama per satuan waktu
c_{h2} : Biaya penyimpanan setiap barang di gudang kedua per satuan waktu
c_p : Biaya pembelian setiap barang
c_s : Harga jual setiap barang
M : Periode kredit perdagangan
γ : Suku bunga kredit per satuan waktu
δ : Suku bunga yang diperoleh per satuan waktu
$TC(t_r)$: Total biaya persediaan
$TC^*(t_r)$: Nilai minimum dari total biaya persediaan
$\widetilde{TC}(t_r)$: Total biaya persediaan dalam bentuk *fuzzy*
$GTC(t_r)$: Total biaya persediaan yang sudah didefuzzifikasi

Berikut ini adalah asumsi-asumsi yang dipertimbangkan dalam pembentukan model.

a. Model diterapkan hanya untuk satu jenis barang.
b. Gudang pertama memiliki keterbatasan kapasitas yaitu hanya dapat menyimpan maksimal sebanyak N unit, sedangkan gudang kedua tidak memiliki keterbatasan kapasitas.
c. Gudang kedua menyediakan fasilitas yang lebih baik yaitu manajemen gudang dan pengelolaan stok secara profesional, sehingga tingkat deteriorasi pada gudang kedua lebih kecil daripada tingkat deteriorasi pada gudang pertama.
d. Biaya penyimpanan di gudang kedua lebih mahal daripada biaya penyimpanan di gudang pertama, dikarenakan terdapat biaya sewa, biaya transportasi ke gudang yang dituju, dan biaya pengelolaan persediaan oleh tenaga profesional.
e. Kekurangan persediaan (*shortage*) tidak diperbolehkan.
f. Jangka waktu pengiriman barang (*lead time*) diabaikan atau tidak diperhitungkan.

3.2. Proses Pembentukan Model

Pada saat $t = 0$, terdapat persediaan sebanyak Q unit barang. Persediaan tersebut disimpan di gudang pertama hingga memenuhi kapasitas maksimum, yaitu sebanyak N unit. Kemudian, sisa persediaan sebanyak $Q - N$ unit dimasukkan ke gudang kedua. Karena gudang kedua merupakan gudang yang disewa dengan biaya bergantung pada lamanya penyewaaan, maka permintaan dipenuhi oleh persediaan di gudang kedua terlebih dahulu. Setelah gudang kedua kosong, baru dilakukan penjualan barang dari gudang pertama.

Pada interval waktu $0 \le t \le t_r$, secara bertahap, terjadi penurunan persediaan di gudang kedua yang disebabkan adanya permintaan dan diperhitungkan pula deteriorasi pada barang.Laju perubahan persediaan di gudang kedua setiap waktu t pada interval $0 \le t \le t_r$ dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$\frac{dI_2(t)}{dt} + \beta I_2(t) = -D \tag{1}$$

Pada saat $t = t_r$, persediaan di gudang kedua habis atau secara matematis, $I_2(t_r) = 0$. Sehingga diperoleh formula tingkat persediaan di gudang kedua adalah sebagai berikut.

$$I_2(t) = \frac{D}{\beta}\left(e^{\beta(t_r - t)} - 1\right), (0 \le t \le t_r) \tag{2}$$

Pada siklus awal persediaan, terdapat sejumlah $Q - N$ unit barang di gudang kedua. Artinya, $I_2(0) = Q - N$. Sehingga,

$$I_2(0) = \frac{D}{\beta}\left(e^{\beta t_r} - 1\right) = Q - N \tag{3}$$

Dari persamaan (3), diperoleh model untuk menentukan jumlah pemesanan optimal yaitu:

$$Q = N + \frac{D}{\beta}\left(e^{\beta t_r} - 1\right) \tag{4}$$

Di gudang pertama, pada interval waktu $0 \le t \le t_r$, hanya diperhitungkan deteriorasi barang tanpa adanya permintaan atau penjualan barang. Laju perubahan persediaan di gudang pertama setiap waktu t pada interval $0 \le t \le t_r$ dirumuskan sebagai berikut.

$$\frac{dI_1(t)}{dt} + \alpha I_1(t) = 0 \tag{5}$$

Ketika $t = 0$, persediaan disimpan di gudang pertama hingga mencapai kapasitas maksimum, yaitu sebanyak N unit. Sehingga $I_1(0) = N$ dan diperoleh formula tingkat persediaan pada gudang pertama adalah sebagai berikut.

$$I_1(t) = Ne^{-\alpha t}, (0 \le t \le t_r) \tag{6}$$

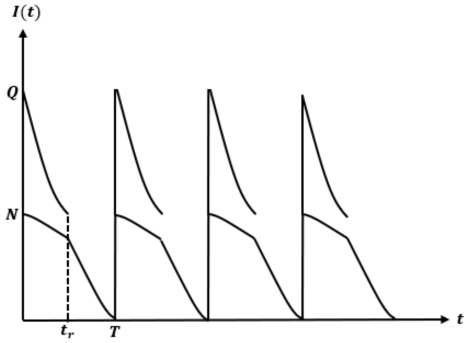
Pada interval waktu $t_r \le t \le T$, terjadi penurunan persediaan di gudang pertama karena adanya permintaan dan deteriorasi. Laju perubahan persediaan di gudang pertama setiap waktu t pada interval $t_r \le t \le T$ dirumuskan sebagai berikut.

$$\frac{dI_1(t)}{dt} + \alpha I_1(t) = -D \tag{7}$$

Pada akhir siklus, yaitu ketika $t = T$, persediaan di gudang pertama kosong atau $I_1(T) = 0$. Sehingga, diperoleh formula tingkat persediaan pada gudang pertama sebagai berikut.

$$I_1(t) = \frac{D}{\alpha}\left(e^{\alpha(T-t)} - 1\right), (t_r \le t \le T\ ) \tag{8}$$

Dari (2), (4), dan (6) diperoleh persamaan untuk tingkat persediaan di gudang pertama dan gudang kedua. Tingkat persediaan secara keseluruhan digambarkan sebagai berikut.



Gambar 1. Grafik tingkat persediaan

Setelah dilakukan perumusan model untuk tingkat persediaan, selanjutnya diperhitungkan biaya-biaya terkait persediaan agar diperoleh fungsi total biaya yang kemudian diminimumkan. Biaya-biaya tersebut meliputi biaya pemesanan, biaya penyimpanan, biaya deteriorasi, bunga yang harus dibayar akibat keterlambatan pembayaran, serta bunga yang diperoleh.

a. Biaya Pemesanan (*Ordering Cost/OC*)

$$OC = \frac{c_o}{T} \tag{9}$$

b. Biaya Penyimpanan (*Holding Cost/HC*)

$$HC = \frac{c_{h1}}{T}\left(\int_0^{t_r} I_1(t)dt + \int_{t_r}^{T} I_1(t)dt\right) + \frac{c_{h2}}{T}\int_0^{t_r} I_2(t)dt \tag{10}$$

$$HC = \frac{c_{h1}}{T}\left(\frac{N}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t_r}) + \frac{D}{\alpha^2}\left(e^{\alpha(T-t_r)} - \alpha(T - t_r) - 1\right)\right) + \frac{c_{h2}}{T}\frac{D}{\beta^2}\left(e^{\beta t_r} - \beta t_r - 1\right) \tag{11}$$

c. Biaya Deteriorasi (*Deterioration Cost/DC*)

$$DC = \frac{\alpha c_p}{T}\left(\int_0^{t_r} I_1(t)dt + \int_{t_r}^{T} I_1(t)dt\right) + \frac{\beta c_p}{T}\int_0^{t_r} I_2(t)dt \tag{12}$$

$$DC = \frac{c_p}{T}\left(N(1 - e^{-\alpha t_r}) + \frac{D}{\alpha}\left(e^{\alpha(T-t_r)} - \alpha(T - t_r) - 1\right) + \frac{D}{\beta}\left(e^{\beta t_r} - \beta t_r - 1\right)\right) \tag{13}$$

d. Bunga yang Harus Dibayar (*Interest Payable/IP*)

Terdapat 3 kasus untuk bunga yang harus dibayar

1) Kasus pertama (IP_1), ($M \le t_r \le T$)

$$IP_1 = \frac{\gamma c_p}{T}\left(\int_M^{t_r} I_1(t)dt + \int_{t_r}^{T} I_1(t)dt + \int_M^{t_r} I_2(t)dt\right) \tag{14}$$

$$IP_1 = \frac{\gamma c_p}{T}\left(\frac{N}{\alpha}(e^{-\alpha M} - e^{-\alpha t_r}) + \frac{D}{\alpha^2}\left(e^{\alpha(T-t_r)} - \alpha(T-t_r) - 1\right) + \frac{D}{\beta^2}\left(e^{\beta(t_r-M)} - \beta(t_r - M) - 1\right)\right) \quad (15)$$

2) Kasus kedua (IP_2), ($t_r \leq M \leq T$)

$$IP_2 = \frac{\gamma c_p}{T}\left(\int_M^T I_1(t)dt\right) \quad (16)$$

$$IP_2 = \frac{\gamma c_p}{T}\frac{D}{\alpha^2}\left(\left(e^{\alpha(T-M)} - \alpha(T-M) - 1\right)\right) \quad (17)$$

3) Kasus ketiga (IP_3), ($M > T$)
Tidak ada biaya bunga yang dibebankan, karena kredit perdagangan jatuh tempo setelah seluruh persediaan habis dan semua biaya telah dibayar lunas.

e. Bunga yang Diperoleh (*Interest Earned/IE*)
Terdapat 2 kasus untuk bunga yang diperoleh

1) Kasus pertama (IE_1), ($M \leq T$)

$$IE_1 = \frac{\delta c_s D}{T}\int_0^M t\,dt \quad (18)$$

$$IE_1 = \frac{\delta c_s D M^2}{2T} \quad (19)$$

2) Kasus kedua (IE_2), ($M > T$)

$$IE_2 = \frac{\delta c_s D}{T}\left(\int_0^T t\,dt + \int_0^T (M-T)\,dt\right) \quad (20)$$

$$IE_2 = D\delta c_s\left(M - \frac{1}{2}T\right) \quad (21)$$

Sehingga, diperoleh total biaya persediaan per satuan waktu dengan menjumlahkan keseluruhan biaya yang dirumuskan sebagai berikut.
$TC =$ biaya pemesanan + biaya penyimpanan + biaya deteriorasi + bunga yang harus dibayar – bunga yang dipseroleh
Karena terdapat tiga kasus yang didasarkan pada periode kredit perdagangan, maka TC memiliki tiga formulasi berbeda, yaitu:

$$TC = \begin{cases} TC_1, & M \leq t_r \leq T \\ TC_2, & t_r \leq M \leq T \\ TC_3, & M > T \end{cases}$$

$$TC_1 = \frac{1}{T}\left[c_o + \frac{N}{\alpha}\left((c_{h1} + c_p\alpha)(1 - e^{-\alpha t_r}) + \gamma c_p(e^{-\alpha M} - e^{-\alpha t_r})\right) + \frac{D}{\alpha^2}\left(c_{h1} + c_p\alpha + \gamma c_p\right)\left(e^{\alpha(T-t_r)} - \alpha(T-t_r) - 1\right) + \frac{D}{\beta^2}\left(\left(c_{h2} + c_p\beta\right)\left(e^{\beta t_r} - \beta t_r - 1\right) + \gamma c_p\left(e^{\beta(t_r-M)} - \beta(t_r-M) - 1\right)\right) - \frac{\delta c_s D M^2}{2}\right]$$

$$TC_2 = \frac{1}{T}\left[c_o + \frac{N}{\alpha}\left(c_{h1} + c_p\alpha\right)(1 - e^{-\alpha t_r}) + \frac{D}{\alpha^2}\left(c_{h1} + c_p\alpha\right)\left(e^{\alpha(T-t_r)} - \alpha(T-t_r) - 1\right) + \frac{D}{\beta^2}\left(c_{h2} + c_p\beta\right)\left(e^{\beta t_r} - \beta t_r - 1\right) + \frac{D\gamma c_p}{\alpha^2}\left(e^{\alpha(T-M)} - \alpha(T-M) - 1\right) - \frac{\delta c_s D M^2}{2}\right]$$

$$TC_3 = \frac{1}{T}\left[c_o + \frac{N}{\alpha}\left(c_{h1} + c_p\alpha\right)(1 - e^{-\alpha t_r}) + \frac{D}{\alpha^2}\left(c_{h1} + c_p\alpha\right)\left(e^{\alpha(T-t_r)} - \alpha(T-t_r) - 1\right) + \frac{D}{\beta^2}\left(c_{h2} + c_p\beta\right)\left(e^{\beta t_r} - \beta t_r - 1\right) - \frac{D\delta c_s}{2}(2MT - T^2)\right]$$

Tujuan yang ingin dicapai adalah meminimumkan total biaya persediaan (TC). Terdapat dua syarat yang harus dipenuhi untuk mendapatkan nilai minimum dari TC, yaitu $\frac{dTC}{dt_r} = 0$ dan $\frac{d^2TC}{dt_r^2} > 0$. Adapun prosedur untuk menentukan solusi optimal model adalah sebagai berikut.

1. Selesaikan persamaan $\frac{dTC_1}{dt_r} = 0$, dengan syarat $\frac{d^2TC_1}{dt_r^2} > 0$ untuk mendapatkan nilai ${t_{r1}}^*$. Kemudian nilai ${Q_1}^*$ diperoleh dari pensubstitusian nilai ${t_{r1}}^*$ ke formula Q.
2. Jika $M \le {t_{r1}}^* \le T$, maka ${t_r}^* = {t_{r1}}^*$ dan $Q^* = {Q_1}^*$. Sehingga, $TC_1({t_r}^*)$ merupakan nilai optimal TC. Jika syarat tidak terpenuhi, lakukan langkah berikutnya.
3. Selesaikan persamaan $\frac{dTC_2}{dt_r} = 0$, dengan syarat $\frac{d^2TC_2}{dt_r^2} > 0$ untuk mendapatkan nilai ${t_{r2}}^*$. Kemudian nilai ${Q_2}^*$ diperoleh dari pensubstitusian nilai ${t_{r2}}^*$ ke formula Q.
4. Jika ${t_{r2}}^* < M \le {T_2}^*$, maka ${t_r}^* = {t_{r2}}^*$ dan $Q^* = {Q_2}^*$. Sehingga, $TC_2({t_r}^*)$ merupakan nilai optimal TC. Jika syarat tidak terpenuhi, lakukan langkah berikutnya.
5. Selesaikan persamaan $\frac{dTC_3}{dt_r} = 0$, dengan syarat $\frac{d^2TC_3}{dt_r^2} > 0$ untuk mendapatkan nilai ${t_{r3}}^*$. Kemudian nilai ${Q_3}^*$ diperoleh dari pensubstitusian nilai ${t_{r3}}^*$ ke formula Q.
6. Jika ${t_{r3}}^* < {T_3}^* < M$, maka ${t_r}^* = {t_{r3}}^*$ dan $Q^* = {Q_3}^*$. Sehingga, $TC_3({t_r}^*)$ merupakan nilai optimal TC.

Dengan menggunakan langkah-langkah di atas, diperoleh solusi optimal yaitu ${t_r}^*$ yang merupakan waktu optimal ketika persediaan di gudang sewaan habis, Q^* yang merupakan kuantitas pemesanan optimal dan $TC^*(t_r)$ yang merupakan total biaya persediaan minimum.

3.3. Model *Fuzzy*

Beberapa parameter dalam model persediaan tidak selalu dapat diketahui secara pasti, khususnya untuk jenis produk baru. Terkadang, pengambil keputusan di perusahaan menentukan nilai parameter-parameter tersebut berdasarkan perkiraan, sehingga terdapat variasi nilai dalam batasan tertentu. Dalam penelitian ini, diasumsikan parameter-parameter yang tidak pasti itu adalah jumlah permintaan ($\widetilde{D}$), tingkat deteriorasi di gudang pertama ($\tilde{\alpha}$), dan tingkat deteriorasi di gudang kedua ($\tilde{\beta}$) yang direpresentasikan sebagai bilangan *fuzzy* berdasarkan fungsi keanggotaan tertentu sesuai dengan pertimbangan tim manajemen atau pengambil keputusan di perusahaan.

Model untuk menentukan jumlah pemesanan optimal dalam bentuk *fuzzy* yaitu:

$$\tilde{Q} = N + \frac{\widetilde{D}}{\tilde{\beta}}\left(e^{\tilde{\beta}t_r} - 1\right)$$

Model tingkat persediaan di gudang pertama dalam bentuk *fuzzy* dirumuskan sebagai berikut.

$$\widetilde{I_1(t)} = Ne^{-\tilde{\alpha}t}, (0 \le t \le t_r)$$

$$\widetilde{I_1(t)} = \frac{\widetilde{D}}{\tilde{\alpha}}\left(e^{\tilde{\alpha}(T-t)} - 1\right), (t_r \le t \le T\ )$$

Model tingkat persediaan di gudang kedua dalam bentuk *fuzzy* dirumuskan sebagai berikut.

$$\widetilde{I_2(t)} = \frac{\widetilde{D}}{\tilde{\beta}}\left(e^{\tilde{\beta}(t_r-t)} - 1\right), (0 \le t \le t_r)$$

Formulasi biaya total (TC) dalam bentuk *fuzzy* memiliki tiga formulasi berbeda, yaitu.

$$\widetilde{TC} = \begin{cases} \widetilde{TC}_1,\ M \le t_r \le T \\ \widetilde{TC}_2,\ t_r \le M \le T \\ \quad \widetilde{TC}_3,\ M > T \end{cases}$$

Jika digunakan bilangan *fuzzy* segitiga, maka diperoleh formulasi $\widetilde{TC}$ sebagai berikut.

$$\widetilde{TC}_1 = \frac{1}{T}\Bigg[c_o + \frac{N}{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3}\bigg(\Big(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\Big)\left(1 - e^{-(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)t_r}\right) + \gamma c_p\Big(e^{-(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)M} - e^{-(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)t_r}\Big)\bigg) + \frac{D_1,D_2,D_3}{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)^2}\left(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3) + \gamma c_p\right)\Big(e^{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)(T-t_r)} - (\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)(T - t_r) - 1\Big) + \frac{D_1,D_2,D_3}{(\beta_1,\beta_2,\beta_3)^2}\bigg(\Big(c_{h2} + c_p(\beta_1,\beta_2,\beta_3)\Big)\left(e^{(\beta_1,\beta_2,\beta_3)t_r} - (\beta_1,\beta_2,\beta_3)t_r - 1\right) + \gamma c_p\Big(e^{(\beta_1,\beta_2,\beta_3)(t_r-M)} - (\beta_1,\beta_2,\beta_3)(t_r - M) - 1\Big)\bigg) - \frac{\delta c_s(D_1,D_2,D_3)M^2}{2}\Bigg]$$

$\widetilde{TC}_2 = \frac{1}{T}\Big[c_o + \frac{N}{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3}\Big(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\Big)\left(1 - e^{-(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)t_r}\right) + \frac{D_1,D_2,D_3}{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)^2}\Big(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\Big)\left(e^{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_{a3})(T-t_r)} - (\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)(T-t_r) - 1\right) + \frac{D_1,D_2,D_3}{(\beta_1,\beta_2,\beta_3)^2}\Big(c_{h2} + c_p(\beta_1,\beta_2,\beta_3)\Big)\left(e^{(\beta_1,\beta_2,\beta_3)t_1} - (\beta_1,\beta_2,\beta_3)t_1 - 1\right) + \frac{(D_1,D_2,D_3)\gamma c_p}{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)^2}\left(e^{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)(T-M)} - (\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)(T- M) - 1\right) - \frac{\delta c_s(D_1,D_2,D_3)M^2}{2}\Big]$

$\widetilde{TC}_3 = \frac{1}{T}\Big[c_o + \frac{N}{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3}\Big(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\Big)\left(1 - e^{-(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)t_r}\right) + \frac{D_1,D_2,D_3}{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)^2}\Big(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\Big)\left(e^{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)(T-t_r)} - (\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)(T-t_r) - 1\right) + \frac{D_1,D_2,D_3}{(\beta_1,\beta_2,\beta_3)^2}\Big(c_{h2} + c_p(\beta_1,\beta_2,\beta_3)\Big)\left(e^{(\beta_1,\beta_2,\beta_3)t_r} - (\beta_1,\beta_2,\beta_3)t_r - 1\right) - \frac{(D_1,D_2,D_3)\delta c_s}{2}(2MT - T^2)\Big]$

Kemudian, dilakukan defuzzifikasi dengan menggunakan metode *Graded Mean Integration Representation* (GMIR), yaitu dengan menggunakan formula $GTC_i = \frac{1}{6}(TC_{i1} + 4TC_{i2} + TC_{i3}), i = 1,2,3.$
Defuzzifikasi untuk jumlah pemesanan optimal dengan parameter *fuzzy* segitiga yaitu:
$GQ = \frac{1}{6}(Q_1 + 4Q_2 + Q_3)$
Jika digunakan bilangan *fuzzy* trapesium, maka diperoleh formulasi $\widetilde{TC}$ sebagai berikut.

$\widetilde{TC}_1 = \frac{1}{T}\Big[c_o + \frac{N}{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4}\Big(\Big(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)\Big)\left(1 - e^{-(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)t_r}\right) + \gamma c_p\left(e^{-(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)M} - e^{-(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)t_r}\right)\Big) + \frac{D_1,D_2,D_3,D_4}{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)^2}\left(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4) + \gamma c_p\right)\left(e^{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)(T-t_r)} - (\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)(T-t_r) - 1\right) + \frac{D_1,D_2,D_3,D_4}{(\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)^2}\Big(\Big(c_{h2} + c_p(\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)\Big)\left(e^{(\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)t_r} - (\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)t_r - 1\right) + \gamma c_p\left(e^{(\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)(t_r-M)} - (\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)(t_r-M) - 1\right)\Big) - \frac{\delta c_s(D_1,D_2,D_3,D_4)M^2}{2}\Big]$

$\widetilde{TC}_2 = \frac{1}{T}\Big[c_o + \frac{N}{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4}\Big(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)\Big)\left(1 - e^{-(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)t_r}\right) + \frac{D_1,D_2,D_3,D_4}{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)^2}\Big(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)\Big)\left(e^{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)(T-t_r)} - (\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)(T-t_r) - 1\right) + \frac{D_1,D_2,D_3,D_4}{(\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)^2}\Big(c_{h2} + c_p(\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)\Big)\left(e^{(\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)t_1} - (\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)t_1 - 1\right) + \frac{(D_1,D_2,D_3,D_4)\gamma c_p}{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)^2}\left(e^{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)(T-M)} - (\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)(T- M) - 1\right) - \frac{\delta c_s(D_1,D_2,D_3,D_4)M^2}{2}\Big]$

$\widetilde{TC}_3 = \frac{1}{T}\Big[c_o + \frac{N}{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4}\Big(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)\Big)\left(1 - e^{-(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)t_r}\right) + \frac{D_1,D_2,D_3,D_4}{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)^2}\Big(c_{h1} + c_p(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)\Big)\left(e^{(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)(T-t_r)} - (\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)(T-t_r) - 1\right) + \frac{D_1,D_2,D_3,D_4}{(\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)^2}\Big(c_{h2} + c_p(\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)\Big)\left(e^{(\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)t_r} - (\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4)t_r - 1\right) - \frac{(D_1,D_2,D_3,D_4)\delta c_s}{2}(2MT - T^2)\Big]$

Kemudian, dilakukan defuzzifikasi dengan menggunakan metode *Graded Mean Integration Representation* (GMIR), yaitu dengan menggunakan formula $GTC_i = \frac{1}{6}(TC_{i1} + 2TC_{i2} + 2TC_{i3} + TC_{i4}), i = 1,2,3.$
Defuzzifikasi untuk jumlah pemesanan optimal dengan parameter *fuzzy* trapesium yaitu:
$GQ = \frac{1}{6}(Q_1 + 2Q_2 + 2Q_3 + Q_4)$
Prosedur untuk menentukan solusi optimal model adalah sebagai berikut.

1. Selesaikan persamaan $\frac{dGTC_1}{dt_r} = 0$, dengan syarat $\frac{d^2GTC_1}{dt_r^2} > 0$ untuk mendapatkan nilai t_{r1}^*. Kemudian nilai Q_1^* diperoleh dari pensubstitusian nilai t_{r1}^* ke formula GQ.
2. Jika $M \le t_{r1}^* \le T$, maka $t_r^* = t_{r1}^*$ dan $Q^* = Q_1^*$. Sehingga, $GTC_1(t_r^*)$ merupakan nilai optimal GTC. Jika syarat tidak terpenuhi, lakukan langkah berikutnya.

3. Selesaikan persamaan $\frac{dGTC_2}{dt_r} = 0$, dengan syarat $\frac{d^2GTC_2}{dt_r^2} > 0$ untuk mendapatkan nilai t_{r2}^*. Kemudian nilai Q_2^* diperoleh dari pensubstitusian nilai t_{r2}^* ke formula GQ.
4. Jika $t_{r2}^* < M \leq T_2^*$, maka $t_r^* = t_{r2}^*$ dan $Q^* = Q_2^*$. Sehingga, $GTC_2(t_r^*)$ merupakan nilai optimal GTC. Jika syarat tidak terpenuhi, lakukan langkah berikutnya.
5. Selesaikan persamaan $\frac{dGTC_3}{dt_r} = 0$, dengan syarat $\frac{d^2GTC_3}{dt_r^2} > 0$ untuk mendapatkan nilai t_{r3}^*. Kemudian nilai Q_3^* diperoleh dari pensubstitusian nilai t_{r3}^* ke formula GQ.
6. Jika $t_{r3}^* < T_3^* < M$, maka $t_r^* = t_{r3}^*$ dan $Q^* = Q_3^*$. Sehingga, $GTC_3(t_r^*)$ merupakan nilai optimal GTC.

Dengan menggunakan langkah-langkah di atas, diperoleh solusi optimal yaitu t_r^* yang merupakan waktu optimal ketika persediaan di gudang sewaan habis, Q^* yang merupakan kuantitas pemesanan optimal dan $GTC^*(t_r)$ yang merupakan total biaya persediaan minimum.

3.4. Simulasi Numerik

3.4.1. Model *Crisp*

Misalkan PT A merupakan distributor produk yogurt. Biaya pemesanan yang dikeluarkan dalam sekali pemesanan adalah Rp150.000, tingkat permintaan sebanyak 1500 unit per bulan, biaya pembelian senilai Rp7.500 per unit, harga penjulan sebesar Rp15.000 per unit, biaya penyimpanan setiap unit produk di gudang pertama sebesar Rp1.000 per bulan, biaya penyimpanan setiap unit produk di gudang kedua sebesar Rp1.500 per bulan, tingkat deteriorasi di gudang pertama sebesar 3%, tingkat deteriorasi di gudang kedua sebesar 1%, gudang pertama dapat menampung maksimum 200 unit produk, periode kredit perdagangan yang disepakati adalah 12 hari dengan suku bunga 0,5% per bulan, dana dialokasikan ke rekening tabungan dengan suku bunga 0,3125% per bulan, dan panjang siklus persediaan yang direncanakan perusahaan adalah 15 hari. Hitunglah waktu optimal ketika persediaan di gudang kedua habis, kuantitas pemesanan optimal, dan total biaya persediaan minimum!

Penyelesaian:

Berdasarkan soal, diketahui $M \leq T$. Sehingga dipertimbangkan formula pada kasus 1 dan kasus 2. Pada kasus 1, diperoleh $t_{r1}^* = 0{,}167$. Namun, nilai t_{r1}^* tidak memenuhi syarat $M \leq t_r \leq T$. Sehingga, nilai optimal ditentukan dengan menggunakan formula pada kasus 2 dan diperoleh $t_{r2}^* = 0{,}1614$ yang memenuhi syarat $t_r \leq M \leq T$. Karena $\frac{dTC_2}{dt_r} = 0$ dan $\frac{d^2TC_2}{dt_r^2} > 0$ terpenuhi, maka nilai $t_{r2}^* = 0{,}1614$ bulan merupakan nilai optimal t_r. Kemudian, jumlah pesanan optimal $Q_2^* = 442$ unit diperoleh dari pensubstitusian nilai t_{r2}^* ke dalam persamaan (4).

Selanjutnya, dilakukan perhitungan untuk total biaya persediaan minimum dengan menginputkan nilai t_{r2}^* dan parameter yang diketahui ke formula TC_2, diperoleh TC_2^* = Rp641.160.

Jadi, diperoleh waktu optimal ketika persediaan di gudang kedua habis selama 0,1614 bulan atau 4 hari 20 jam dengan kuantitas pemesanan optimal sebanyak 442 unit dan total biaya persediaan sebesar Rp641.160.

3.4.2. Model dengan Parameter Bilangan *Fuzzy* Segitiga

Diketahui:

c_o	=	Rp150.000/pemesanan
D	=	(1000,1500,2000) unit/bulan
c_p	=	Rp7.500/unit
c_s	=	Rp15.000/unit
c_{h1}	=	Rp1.000/unit/bulan
c_{h2}	=	Rp1.500/unit/bulan
α	=	(1,3,5)% = (0,01;0,03;0,05)
β	=	(0,4;1;1,6)% = (0,004;0,01;0,016)
N	=	200 unit
M	=	12 hari = 0,4 bulan
γ	=	0,5%/bulan = 0,005/bulan

δ = 0,3125%/bulan = 0,003125/bulan
T = 15 hari = 0,5 bulan
Ditanya: t_r^*, Q^*, dan $TC^*(t_r)$
Penyelesaian:
Diketahui $M \leq T$. Sehingga dipertimbangkan formula pada kasus 1 dan kasus 2. Pada kasus 1, diperoleh $t_{r1}^* = 0{,}1691$ yang tidak memenuhi syarat $M \leq t_r \leq T$. Selanjutnya, penentuan nilai optimal dilakukan dengan menggunakan formula pada kasus 2 dan diperoleh $t_{r2}^* = 0{,}1632$ yang memenuhi syarat $t_r \leq M \leq T$. Karena $\frac{dGTC_2}{dt_r} = 0$ dan $\frac{d^2GTC_2}{dt_r^2} > 0$ terpenuhi, maka nilai $t_{r2}^* = 0{,}1632$ merupakan nilai optimal t_r. Kemudian jumlah pesanan optimal $Q_2^* = 445$ unit diperoleh dari pensubstitusian nilai t_{r2}^* ke dalam formula GQ.
Terakhir, dilakukan perhitungan untuk total biaya persediaan minimum dengan menginputkan nilai t_{r2}^* dan parameter yang diketahui ke formula GTC_2, diperoleh GTC_2^* = Rp644.279.
Jadi, untuk pengoptimalan persediaan dengan pendekatan bilangan *fuzzy* segitiga, diperoleh waktu optimal ketika persediaan di gudang kedua habis selama 0,1632 bulan atau 4 hari 21 jam dengan kuantitas pemesanan optimal sebanyak 445 unit dan total biaya persediaan sebesar Rp644.279.

3.4.3. Model dengan Parameter Bilangan *Fuzzy* Trapesium

Diketahui:
c_o = Rp150.000/pemesanan
D = (1000,1500,2000,2500) unit/bulan
c_p = Rp7.500/unit
c_s = Rp15.000/unit
c_{h1} = Rp1.000/unit/bulan
c_{h2} = Rp1.500/unit/bulan
α = (1,3,5,7)% = (0,01;0,03;0,05;0,07)
β = (0,4;1;1,6;2,2)% = (0,004;0,01;0,016;0,022)
N = 200 unit
M = 12 hari = 0,4 bulan
γ = 0,5%/bulan = 0,005/bulan
δ = 0,3125%/bulan = 0,003125/bulan
T = 15 hari = 0,5 bulan
Ditanya: t_r^*, Q^*, dan $TC^*(t_r)$
Solusi:
Dengan menggunakan model pada kasus 2, untuk pengoptimalan persediaan dengan pendekatan bilangan *fuzzy* trapesium, diperoleh waktu optimal ketika persediaan di gudang kedua habis (t_r^*) selama 0,1781 bulan atau 5 hari lebih 8 jam dengan kuantitas pemesanan optimal (Q^*) sebanyak 512 unit dan total biaya persediaan ($TC^*(t_r)$) sebesar Rp713.307.

3.5. Analisis Sensitivitas

Tabel 1. Analisis Tingkat Permintaan Model *Fuzzy*

D_1 (unit)	D_2 (unit)	D_3 (unit)	Q^* (unit)	GTC^* (Rp)
250	1500	2000	420	624.771
500	1500	2000	428	631.313
750	1500	2000	436	637.807
1000	1500	2000	445	644.279
1250	1500	2000	454	650.763
1000	1500	2500	465	660.330
1000	1500	2750	474	668.256

D_1 (unit)	D_2 (unit)	D_3 (unit)	Q^* (unit)	GTC^* (Rp)
1000	1500	3000	484	676.214
1000	1500	3500	504	692.021

Pada model *crisp*, diberikan $D = 1500$ unit, sehingga diperoleh $Q^* = 442$ unit dan $TC^* =$ Rp641.160. Berdasarkan tabel 1, dilakukan analisis model *fuzzy* dengan menetapkan nilai tengah parameter tingkat permintaan *fuzzy* sama dengan tingkat permintaan pada model *crisp* dan dilakukan perubahan pada nilai batas bawah dan batas atas tingkat permintaan *fuzzy*. Diperoleh ketika selisih antara D_1 dan D_2 lebih besar dari selisih antara D_2 dan D_3, maka dihasilkan nilai Q^* dan GTC^* model *fuzzy* lebih kecil dari Q^* dan TC^* model *crisp*. Sebaliknya, ketika selisih antara D_1 dan D_2 lebih kecil dari selisih antara D_2 dan D_3, maka dihasilkan nilai Q^* dan GTC^* model *fuzzy* lebih besar dari Q^* dan TC^* model *crisp*. Ketika selisih antara D_1 dan D_2 sama dengan selisih antara D_2 dan D_3, maka nilai Q^* dan GTC^* model *fuzzy* sedikit lebih besar dari Q^* dan TC^* model *crisp*.

Tabel 2. Analisis Tingkat Deteriorasi Gudang 1 Model *Fuzzy*

α_1 (%)	α_2 (%)	α_3 (%)	Q^* (unit)	GTC^* (Rp)
0,5	3	5	445	643.174
0,75	3	5	445	643.745
1	3	5	445	644.279
1,25	3	5	445	644.842
1,5	3	5	445	645.444
1,75	3	5	445	645.976
2,25	3	5	446	647.106
1	3	4,25	443	641.513
1	3	4,5	444	642.427
1	3	4,75	444	643.369
1	3	5,25	445	645.217
1	3	5,5	446	646.153
1	3	6,25	448	648.933

Pada model *crisp*, diberikan $\alpha = 3\%$, sehingga diperoleh $Q^* = 442$ unit dan $TC^* =$ Rp641.160. Berdasarkan tabel 2, dilakukan analisis model *fuzzy* dengan menetapkan nilai tengah parameter tingkat deteriorasi *fuzzy* untuk gudang 1 sama dengan tingkat deteriorasi gudang 1 pada model *crisp* dan dilakukan perubahan pada nilai batas bawah dan batas atas tingkat deteriorasi *fuzzy*. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa Q^* dan GTC^* model *fuzzy* sedikit lebih besar dari Q^* dan TC^* model *crisp*. Kemudian, beriringan dengan peningkatan nilai α_1 dan α_3, nilai GTC^* juga mengalami peningkatan.

Tabel 3. Analisis Tingkat Deteriorasi Gudang 2 Model *Fuzzy*

β_1 (%)	β_2 (%)	β_3 (%)	Q^* (unit)	GTC^* (Rp)
0,1	1	1,6	445	644.024
0,3	1	1,6	445	644.256
0,4	1	1,6	445	644.279
0,6	1	1,6	445	644.368
0,7	1	1,6	445	644.393
0,4	1	1,2	446	644.021
0,4	1	2	444	644.570
0,4	1	2,4	444	644.821
0,4	1	2,8	443	645.104
0,4	1	3,5	442	645.570

Dari Tabel 3, disimpulkan bahwa perubahan nilai batas bawah dan batas atas parameter tingkat deteriorasi *fuzzy* untuk gudang 2 tidak menyebabkan perubahan yang signifikan pada nilai Q^* dan GTC^*. Namun, ketika selisih antara β_2 dan β_3 cukup besar, maka Q^* berkurang dan GTC^* meningkat.

4. KESIMPULAN

Pada penelitian ini, telah dibahas model persediaan *fuzzy* dengan kredit perdagangan dan kendala kapasitas gudang untuk barang yang mengalami deteriorasi. Hasilnya, diperoleh model untuk menghitung kuantitas pemesanan optimal dan total biaya persediaan minimum. Pada model *fuzzy*, diberi contoh bilangan *fuzzy* segitiga dan bilangan *fuzzy* trapesium. Kemudian dilakukan defuzzifikasi dengan menggunakan metode *graded mean integration representation*. Diberikan pula simulasi numerik dan analisis untuk melihat contoh penggunaan dan pengaruh perubahan parameter model. Hasil analisis menunjukkan bahwa ketika selisih antara nilai tengah dan batas bawah parameter tingkat permintaan *fuzzy* lebih besar dari selisih antara nilai tengah dan batas atasnya, maka dihasilkan nilai Q^* dan GTC^* model *fuzzy* lebih kecil dari Q^* dan TC^* model *crisp*, berlaku pula sebaliknya. Kemudian, seiring dengan meningkatnya nilai batas bawah dan batas atas parameter tingkat deteriorasi *fuzzy* gudang 1, nilai GTC^* juga mengalami peningkatan. Selain itu, perubahan nilai batas bawah dan batas atas parameter tingkat deteriorasi *fuzzy* untuk gudang 2 tidak menyebabkan perubahan yang signifikan pada nilai Q^* dan GTC^*. Namun, ketika selisih antara β_2 dan β_3 cukup besar, maka Q^* berkurang dan GTC^* meningkat. Sehingga, dapat disimpulkan bahwa model *fuzzy* cocok digunakan dalam kondisi di mana terdapat ketidakpastian dan seberapa besar nilai yang digunakan untuk merepresentasikan ketidakpastian tersebut sangat berpengaruh pada hasil kuantitas pemesanan dan total biaya persediaan. Oleh karena itu, manajer persediaan atau pengambil keputusan di perusahaan perlu berhati-hati untuk menentukan fleksibilitas parameter *fuzzy* agar diperoleh hasil yang lebih sesuai.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih atas dukungan dari Departemen Matematika, Universitas Negeri Padang.

REFERENSI

[1] R. Setiyani, D. P. Astuti, A. K. Widiatami, S. Lianingsih, and N. Luthfiyah, *Pengantar Akuntansi Perusahaan Jasa dan Dagang*. Yogyakarta: Jejak Pustaka, 2021.
[2] H. A. Rusdiana, *Manajemen Operasi*. Bandung: CV Pustaka Setia, 2014.
[3] S. Agarwal, "Economic Order Quantity Model: A Review," *VSRD International Journal of Mechanical, Civil, Automobile and Production Engineering*, vol. 4, no. 12, pp. 233-236, Dec 2014.
[4] Julyanthry *et al*., *Manajemen Produksi dan Operasi*. Medan: Yayasan Kita Menulis, 2020.
[5] R. D. Reid and N. R. Sanders, *Operations Management An Integrated Approach, 4th ed.* Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2011.
[6] N. Slack, A. B. Jones, and R. Johnston, *Operations Management, 7th ed.* London: Pitman Publishing, 2013.
[7] V. Kumar and P. Kumar, "Modeling of an Inventory System with Variable Demands and Lead Times Using a Fuzzy Approach," *Optimal Inventory Control and Management Techniques*, pp. 133-151, Mar 2016, doi: 10.4018/978-1-4666-9888-8.ch007.
[8] H. Öztürk, "Optimization of fuzzy production inventory models for crisp or fuzzy production time," *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, vol. 14, no. 3, pp. 661-695, 2018, doi: 10.18187/pjsor.v14i3.1959.
[9] J. Ray, "Deterioration and its Uncertainty in Inventory Systems," *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, no. 8, pp. 4003-4014, 2017.
[10] B. A. Kumar, S. K. Paikray, and H. Dutta, "Cost optimization model for items having fuzzy demand and deterioration with two-warehouse facility under the trade credit financing," *AIMS Mathematics*, vol. 5, no. 2, pp. 1603-1620, Feb 2020, doi: 10.3934/math.2020109.
[11] N. K. Kaliraman, R. Raj, S. Chandra, and H. Chaudhary, "Two warehouse inventory model for deteriorating item with exponential demand rate and permissible delay in payment," *Yugoslav Journal of Operations Research*, vol. 27, no. 1, pp. 109-124, Apr 2016, doi: 10.2298/YJOR150404007K.
[12] E. R. Wulan and V. Andyan, "Model EOQ Fuzzy dengan Fungsi Trapesium dan Segitiga Menggunakan Backorder Parsial," *JURNAL ISTEK*, vol. 7, no. 3, pp. 59-73, 2013.
[13] E. R. Wulan and S. Fitriyah, "Model EOQ Fuzzy untuk Barang Terdeteriorasi dengan Kondisi Shortage Diperbolehkan," pp. 1-8, 2014.
[14] B. Bishi, J. Behera, and S. K. Sahu, "Two-Warehouse Inventory Model for Non-Instantaneous Deteriorating Items with Exponential Demand Rate," *International Journal of Applied Engineering Research*, vol. 14, no. 2, pp. 495-515, 2019.
[15] N. H. Shah, S. Pareek, and I. Sangal, "EOQ in Fuzzy Environment and Trade Credit," *International Journal of Industrial Engineering Computations*, vol. 3, pp. 133-144, 2012, doi: 10.5267/J.IJIEC.2011.07.001.