

Penentuan Nilai Determinan Matriks $m \times n$ Menggunakan Bahasa Java

Saffa Rahmatullah¹, Yusmet Rizal²

^{1,2} Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Padang (UNP)

Article Info

Article history:

Received September 27, 2023

Revised October 17, 2023

Accepted March 20, 2024

Keywords:

Programming
Determinant
Matrix
Java
Radic Definition

Kata Kunci:

Pemrograman
Determinan
Matriks
Java
Definisi Radic

ABSTRACT

One of the important topics in algebraic mathematics is determining the determinant value of a matrix. In this case, the determinant of an $m \times n$ matrix or rectangular matrix is also called the Radic determinant. The calculation of the determinant of a rectangular matrix requires lengthy analysis and calculations if searched manually it will take a long time. The purpose of this research is to obtain a determinant algorithm of $m \times n$ matrix which is then implemented into a program and will be executed with Java programming language. This research is basic that uses literature review as its foundation and uses theoretical analysis related to the problem of programming algorithms and determining the determinant value of the $m \times n$ matrix using the Java language. The result of this research is a Java program to determine the determinant value of $m \times n$ matrix with conditions $m \leq n$.

ABSTRAK

Salah satu bahasan yang penting dalam matematika aljabar adalah menentukan nilai determinan matriks. Dalam hal ini, determinan matriks $m \times n$ atau matriks persegi panjang biasa disebut juga dengan determinan Radic. Perhitungan determinan matriks persegi panjang memerlukan analisis dan perhitungan yang panjang jika dicari secara manual, sehingga akan membutuhkan waktu yang cukup lama. Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk memperoleh suatu algoritma determinan matriks $m \times n$ yang kemudian diimplementasikan menjadi suatu program dan akan dieksekusi dengan bahasa pemrograman Java. Penelitian ini merupakan penelitian dasar yang menggunakan kajian pustaka sebagai landasannya serta menggunakan analisis teori yang berhubungan dengan permasalahan algoritma pemrograman dan penentuan nilai determinan matriks $m \times n$ menggunakan bahasa Java. Hasil dari penelitian ini yaitu diperoleh sebuah program Java untuk menentukan nilai determinan matriks $m \times n$ dengan syarat $m \leq n$.

This is an open access article under the [CC BY-SA](#) license.



Penulis pertama

(Saffa Rahmatullah)

Program Studi Matematika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Padang, Jl. Prof. Dr. Hamka, Air Tawar barat, Padang Utara, Padang, Indonesia. Kode Pos: 25131
Email: saffarahmatullah@gmail.com



1. PENDAHULUAN

Ilmu matematika yang mengkaji berbagai konsep dan operasi yang berkaitan dengan matriks, determinan, transformasi linear, sistem persamaan linear, dan nilai eigen salah satunya adalah bidang aljabar linear [1]. Suatu kajian menarik saat ini yang berkenaan dengan aljabar linier adalah determinan matriks yang merupakan suatu fungsi khusus dengan domain semua matriks persegi dan kodomain semua bilangan real [2]. Determinan matriks berfungsi dalam memecahkan berbagai persoalan matematika yang diantaranya digunakan untuk menentukan invers matriks, pivot serta digunakan untuk membantu dalam menganalisis transformasi linear [3].

Determinan matriks biasa diterapkan pada matriks berukuran sama atau biasa disebut juga dengan matriks persegi. Untuk menentukan determinan matriks persegi, ada beberapa metode umum yang digunakan seperti metode ekspansi kofaktor, metode reduksi baris, maupun metode nilai eigen. Dalam pengaplikasiannya, metode ekspansi kofaktor lebih cocok digunakan untuk matriks berukuran kecil, sedangkan untuk metode reduksi baris dan metode nilai eigen lebih cocok digunakan untuk matriks berukuran besar [4]. Namun, determinan matriks tidak hanya diterapkan pada matriks persegi, tetapi juga pada matriks tak persegi (persegi panjang).

Determinan matriks tak persegi memiliki ordo yaitu $m \times n$. Untuk menentukan nilai determinan matriks $m \times n$ tersebut, dapat ditentukan dengan menggunakan definisi yang dikemukakan oleh Radic dengan syarat nilai $m \leq n$ [5]. Pada umumnya, menentukan nilai determinan matriks $m \times n$ memerlukan banyak perhitungan dan analisis, terutama jika matriks memiliki ordo yang tinggi. Oleh karena itu, untuk memudahkan penentuan nilai determinan matriks $m \times n$ tersebut, maka dibutuhkan suatu teknologi yang dapat membantu perhitungannya.

Seiring perkembangan zaman, teknologi telah masuk ke berbagai aspek kehidupan, termasuk membantu mempermudah pembelajaran dan memberikan informasi [6]. Kemajuan teknologi dapat meningkatkan kinerja sehingga memungkinkan pelaksanaan berbagai aktivitas secara cepat, akurat dan tepat untuk meningkatkan produktivitas kerja [7]. Saat ini banyak perhitungan matematika yang telah menggunakan mesin. Hal ini dikarenakan sistem kerja mesin dalam menyelesaikan perhitungan matematika lebih cepat, menghasilkan data yang lebih akurat, dan dapat menyelesaikan perhitungan yang rumit ketika dihitung secara manual. Namun, yang dibutuhkan saat ini bukan hanya perhitungan matematis saja, tetapi juga sesuatu yang berkaitan dengan penalaran, evaluasi, analisis, komunikasi, dan pengambilan keputusan yang sangat berguna dalam menghadapi berbagai permasalahan [8].

Munculnya berbagai macam aplikasi yang ada saat ini menjadi pertanda bahwa perkembangan teknologi memudahkan penyelesaian berbagai macam permasalahan [9]. Aplikasi-aplikasi ini dibangun oleh bahasa pemrograman yang disesuaikan dengan kebutuhan dari masing-masing aplikasi tersebut. Bahasa pemrograman biasa digunakan oleh programmer untuk memberikan instruksi kepada komputer yang terdiri dari sintaks seperti perintah untuk menjalankan suatu program [10]. Java merupakan bahasa pemrograman yang dapat menjalankan beberapa perintah secara bersamaan, berorientasi pada objek, berbasis *class*, dan mudah digunakan [11] serta termasuk ke dalam jenis bahasa pemrograman tingkat tinggi [12]. Java memiliki keunggulan yaitu mudah dipelajari, mudah dikembangkan, serta dapat dijalankan di beberapa sistem operasi yang memiliki *Java Virtual Machine* (JVM) [13]. Java juga populer sebagai Bahasa pemrograman untuk *World Wide Web* [14].

Dalam komputasi, bahasa Java umum digunakan untuk memodelkan, menganalisis, serta memproses data. Java juga memiliki berbagai *library* yang dapat melakukan operasi matriks termasuk perhitungan determinan matriks $m \times n$. Oleh karena itu, akan dibuat suatu algoritma untuk menentukan determinan matriks persegi panjang yang memiliki ordo $m \times n$ dengan syarat nilai $m \leq n$ yang kemudian diimplementasikan menjadi suatu program yang ditulis dalam bahasa Java.

2. DASAR TEORITIS KOMPREHENSIF

2.1 Determinan Matriks $m \times n$

Sebuah matriks berordo $m \times n$ atau biasa dikenal dengan sebutan matriks persegi panjang, untuk menghitung determinannya dapat menggunakan definisi yang dikemukakan oleh Radic. Jika A merupakan matriks berordo $m \times n$ dengan kolom A_1, \dots, A_n dan $m \leq n$, maka untuk menentukan determinan matriks A adalah sebagai berikut:

$$\det(A) = |A| = \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_m \leq n} (-1)^{r+s} \left| A_{j_1}, \dots, A_{j_m} \right| \quad (1)$$

Dengan $r = 1 + 2 + \dots + m$, $s = j_1 + j_2 + \dots + j_m$ dan $\left| A_{j_1}, A_{j_2}, \dots, A_{j_m} \right|$ yang merupakan matriks persegi berukuran $m \times m$ [15].

3. METODE

Penelitian ini berupa penelitian dasar atau teoritis yang dimulai dengan meneliti masalah, mengumpulkan bahan bacaan sebagai rujukan, menganalisis semua teori yang terkait dengan masalah yang dibahas untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan dari masalah tersebut dan diakhiri dengan menarik kesimpulan dari permasalahan.

Adapun tahap-tahap yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu:

- Melakukan studi literatur mengenai konsep dasar, langkah-langkah dan syarat-syarat yang dilakukan untuk menentukan nilai determinan matriks $m \times n$ berdasarkan definisi Radic.
- Membuat algoritma dan flowchart berdasarkan studi literatur menentukan nilai determinan matriks $m \times n$ pada langkah sebelumnya.
- Menerjemahkan algoritma dan flowchart menentukan nilai determinan matriks $m \times n$ ke dalam bahasa Java.
- Menguji kebenaran program menentukan nilai determinan matriks $m \times n$.
- Menjalankan program yang telah dibuat pada bahasa Java.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Hasil

Berdasarkan teori yang telah dibahas sebelumnya, maka diperoleh suatu hasil penelitian sebagai berikut:

4.1.1. Determinan Matriks $m \times n$

Berdasarkan definisi (1), jika terdapat matriks dengan ordo $m \times n$ dengan nilai $m = 2$, maka determinan dari matriks tersebut yaitu:

$$\det \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & \dots & b_n \end{pmatrix} = \sum_{1 \leq i < j \leq n} (-1)^{(1+2)+(i+j)} \begin{vmatrix} a_i & a_j \\ b_i & b_j \end{vmatrix}$$

Misal untuk matriks ordo 2×5 , maka ada ${}_5C_2 = 10$ sub matriks persegi dengan ordo 2×2 yang akan dihitung determinannya. Jadi, untuk mencari determinan matriks dengan ordo $2 \times n$, maka terdapat ${}_nC_2$ sub matriks persegi ordo 2×2 yang akan dihitung determinannya.

Berikut cara menghitungnya:

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \end{pmatrix} &= (-1)^{(1+2)+(1+2)} \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} + (-1)^{(1+2)+(1+3)} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} \\ &+ (-1)^{(1+2)+(1+4)} \begin{vmatrix} a_1 & a_4 \\ b_1 & b_4 \end{vmatrix} + (-1)^{(1+2)+(1+5)} \begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_1 & b_5 \end{vmatrix} \\ &+ (-1)^{(1+2)+(2+3)} \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} + (-1)^{(1+2)+(2+4)} \begin{vmatrix} a_2 & a_4 \\ b_2 & b_4 \end{vmatrix} \\ &+ (-1)^{(1+2)+(2+5)} \begin{vmatrix} a_2 & a_5 \\ b_2 & b_5 \end{vmatrix} + (-1)^{(1+2)+(3+4)} \begin{vmatrix} a_3 & a_4 \\ b_3 & b_4 \end{vmatrix} \\ &+ (-1)^{(1+2)+(3+5)} \begin{vmatrix} a_3 & a_5 \\ b_3 & b_5 \end{vmatrix} + (-1)^{(1+2)+(4+5)} \begin{vmatrix} a_4 & a_5 \\ b_4 & b_5 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & a_4 \\ b_1 & b_4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_1 & b_5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - \\ &\quad \begin{vmatrix} a_2 & a_4 \\ b_2 & b_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & a_5 \\ b_2 & b_5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_3 & a_4 \\ b_3 & b_4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_3 & a_5 \\ b_3 & b_5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_4 & a_5 \\ b_4 & b_5 \end{vmatrix} \end{aligned}$$



4.1.2. Proses Program

Program dimulai dengan mendeklarasikan variabel m dan n sebagai bilangan asli, lalu program meminta pengguna untuk menginput nilai m (banyak baris) dan n (banyak kolom). Selanjutnya program akan melakukan validasi dengan memastikan bahwa nilai m harus lebih kecil atau sama dengan n . Jika syarat tersebut tidak terpenuhi, program akan menampilkan pesan error dan program akan meminta pengguna untuk menginput ulang nilai m dan n .

Setelah validasi berhasil, program akan mendeklarasikan 'entri' matriks dengan ukuran $m \times n$ untuk menyimpan data entri matriks yang akan dimasukkan oleh pengguna. Data entri matriks tersebut akan diinput menggunakan perulangan berganda dengan nama entri [row] [col]. Selanjutnya, program mendeklarasikan variabel 'determinanMatrix' yang akan digunakan untuk menyimpan hasil perhitungan determinan matriks. Proses perhitungan determinan dimulai dengan menentukan permutasi dari nilai n untuk matriks $m \times n$. Program kemudian merepresentasikan matriks ordo $m \times m$ dengan memilih m yang akan digunakan dalam perhitungan determinan.

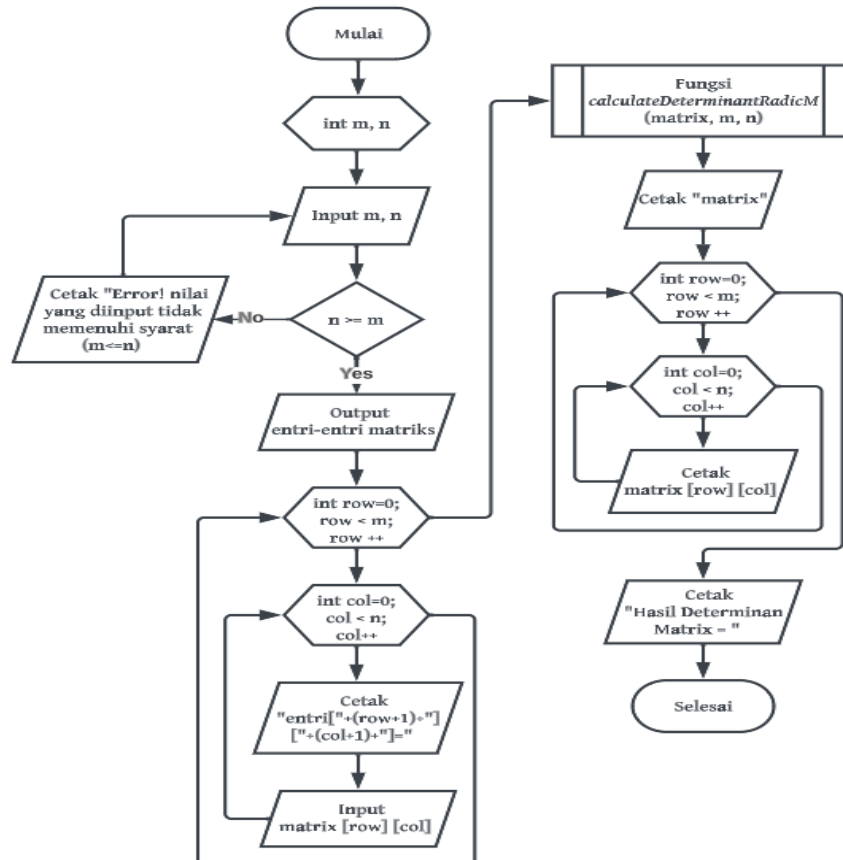
Proses berikutnya adalah menghitung nilai determinan matriks dengan menghitung determinan dari setiap submatriks persegi ordo $m \times m$ menggunakan aturan ekspansi kofaktor secara rekursif. Terakhir, program akan menampilkan bentuk matriks yang telah diinput oleh pengguna dan hasil determinan matriks yang dicari.

4.1.3. Flowchart Determinan Matriks $m \times n$

Untuk mempermudah proses program diimplementasikan ke dalam program Java, maka dibuat flowchart determinan matriks $m \times n$ sesuai dengan method yang digunakan. Adapun method yang digunakan yaitu:

1. Method 'Main'

Method 'main' merupakan method utama dari program. Adapun flowchart dari method 'main' yaitu sebagai berikut:

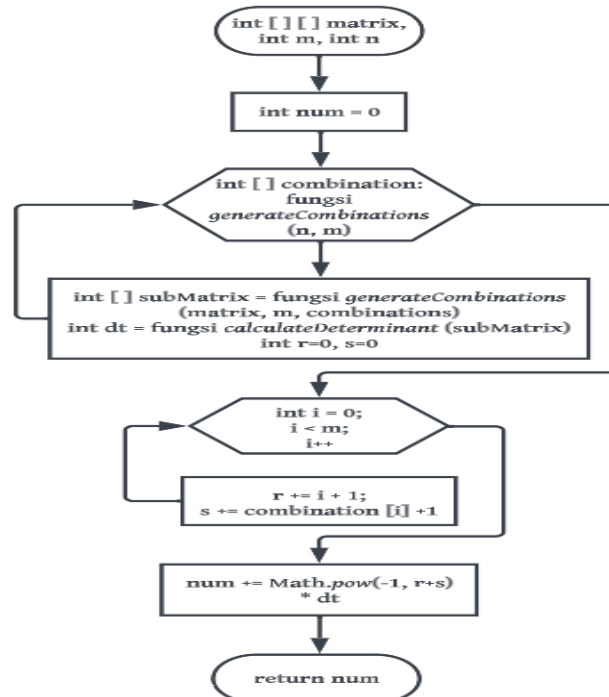


Gambar 1. Flowchart Method 'Main'

Dari flowchart tersebut terlihat bahwa method 'main' sebagai method utama yang isinya berupa menginisialisasi nilai m dan n , lalu memvalidasi nilai m dan n yang diinput untuk memastikan nilai n lebih besar atau sama dengan m , kemudian melakukan input entri – entri matriks dan melakukan pemanggilan method 'calculateDeterminantRadicM' untuk menghitung determinan matriks dan terakhir menampilkan bentuk matriks dan hasil perhitungan determinan matriks.

2. Method 'CalculateDeterminantRadicM'

Adapun flowchart dari method 'CalculateDeterminantRadicM' yaitu sebagai berikut:

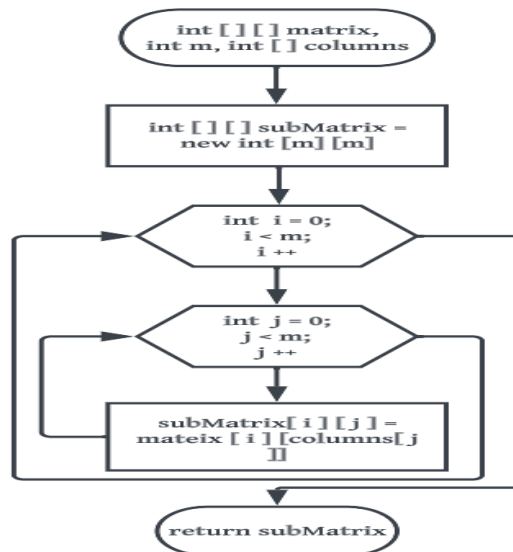


Gambar 2. Flowchart Method 'CalculateDeterminantRadicM'

Dari flowchart tersebut terlihat bahwa method 'CalculateDeterminantRadicM' merupakan method yang bertanggung jawab dalam perhitungan determinan matriks menggunakan metode kofaktor dengan pendekatan rekursif.

3. Method 'GetSubMatrix'

Adapun flowchart dari method 'GetSubMatrix' yaitu sebagai berikut:

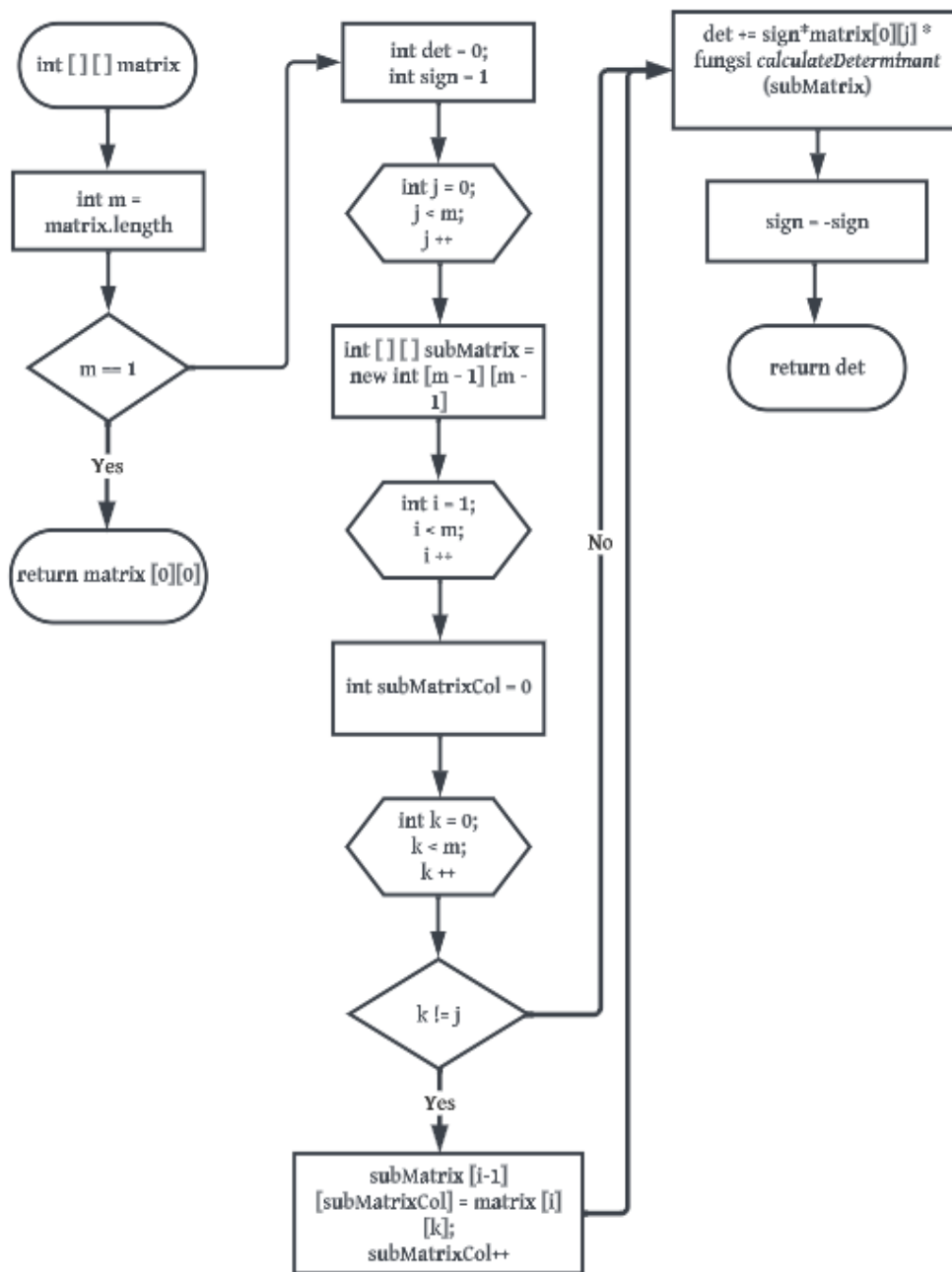


Gambar 3. Flowchart Method 'GetSubMatrix'

Dari flowchart tersebut terlihat bahwa method 'GetSubMatrix' merupakan method yang digunakan untuk membuat submatriks persegi ordo $m \times m$ dari matriks asli dengan memilih kolom sesuai dengan kombinasi yang diberikan. Submatriks ini akan digunakan dalam perhitungan determinan.

4. Method 'CalculateDeterminant'

Adapun flowchart dari method 'CalculateDeterminant' yaitu sebagai berikut:

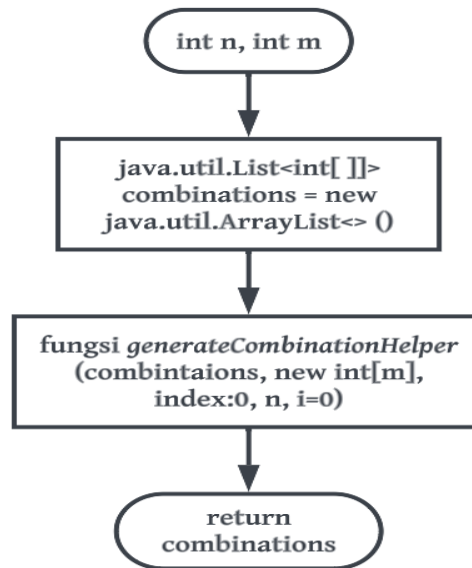


Gambar 4. Flowchart Method 'CalculateDeterminant'

Dari flowchart tersebut terlihat bahwa method 'CalculateDeterminant' merupakan method yang digunakan untuk menghitung determinan dari matriks persegi. Method ini menggunakan metode ekspansi kofaktor untuk menghitung determinan secara rekursif.

5. Method 'GenerateCombinations'

Adapun flowchart dari method 'GenerateCombinations' yaitu sebagai berikut:

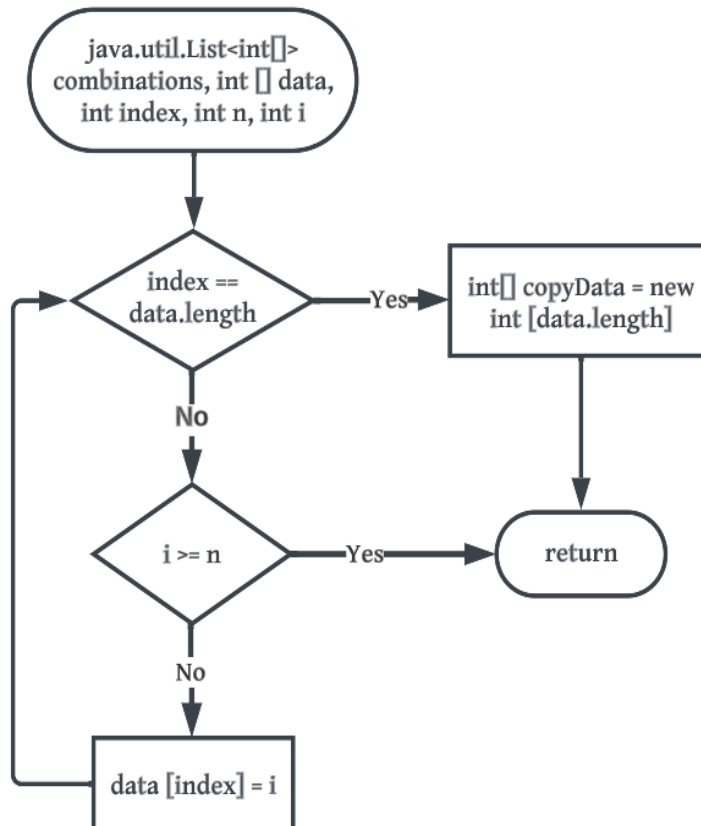


Gambar 5. Flowchart Method ‘GenerateCombinations’

Dari flowchart tersebut terlihat bahwa method ‘GenerateCombinations’ merupakan method yang digunakan untuk menghasilkan daftar semua kombinasi yang mungkin dari m elemen yang dapat dipilih dari total n elemen.

6. Method ‘GenerateCombinationsHelper’

Adapun flowchart dari method ‘GenerateCombinationsHelper’ yaitu sebagai berikut:



Gambar 6. Flowchart Method ‘GenerateCombinationsHelper’

Dari flowchart tersebut terlihat bahwa method ‘GenerateCombinationsHelper’ merupakan method yang digunakan untuk membantu dalam membentuk kombinasi secara rekursif dan menyimpan kombinasi yang terbentuk ke dalam daftar *combinations*.

4.2. Pembahasan

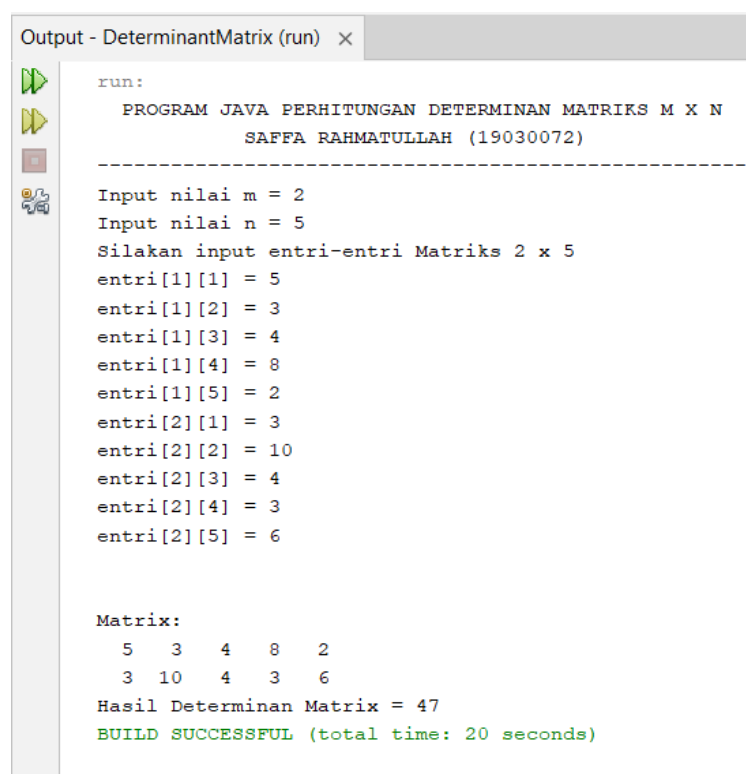
Berdasarkan hasil penelitian mengenai pembuatan program determinan matriks $m \times n$ menggunakan bahasa Java, maka terdapat beberapa langkah yang harus dilakukan untuk mengeksekusi program yang ditulis pada aplikasi NetBeans IDE, berikut langkah-langkahnya:

1. Melakukan run pada program.
2. Input nilai m dan n sesuai ordo matriks yang akan dicari.
3. Input semua entri-entri matriksnya.
4. Setelah menginput semuanya, maka akan muncul bentuk matriks yang dicari dan hasil determinan matriksnya.

Misal terdapat sebuah matriks A ordo 2×5 seperti berikut:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 & 8 & 2 \\ 3 & 10 & 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan program java yang telah dibuat untuk menentukan nilai determinan matriks $m \times n$, ketika matriks tersebut dijalankan pada program Java yang telah dibuat, maka hasilnya sebagai berikut:



```

Output - DeterminantMatrix (run) x
run:
  PROGRAM JAVA PERHITUNGAN DETERMINAN MATRIKS M X N
  SAFFA RAHMATULLAH (19030072)
  -----
  Input nilai m = 2
  Input nilai n = 5
  Silakan input entri-entri Matriks 2 x 5
  entri[1][1] = 5
  entri[1][2] = 3
  entri[1][3] = 4
  entri[1][4] = 8
  entri[1][5] = 2
  entri[2][1] = 3
  entri[2][2] = 10
  entri[2][3] = 4
  entri[2][4] = 3
  entri[2][5] = 6

  Matrix:
    5  3  4  8  2
    3 10  4  3  6
  Hasil Determinan Matrix = 47
  BUILD SUCCESSFUL (total time: 20 seconds)
  
```

Gambar 6. Hasil Eksekusi Program

Jika saat penginputan nilai $m > n$ maka akan muncul pesan error dan akan diminta untuk menginput ulang nilai m dan n hingga memenuhi syarat yaitu nilai $m \leq n$.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan pada penelitian yang telah dibahas sebelumnya, maka diperoleh suatu program menentukan nilai determinan untuk matriks berordo $m \times n$ dengan syarat nilai $m \leq n$ menggunakan bahasa Java dan terbagi dalam 6 method yaitu method utama, method untuk melakukan perhitungan determinan matriks $m \times n$, method untuk membuat submatriks persegi ordo $m \times m$, method untuk menghitung determinan dari matriks $m \times m$, method untuk menghasilkan daftar semua kombinasi yang mungkin, dan method untuk membantu dalam membentuk kombinasi secara rekursif dan menyimpan kombinasi yang terbentuk ke dalam daftar *combinations*. Pada saat



proses program, jika nilai m dan n yang diinput tidak memenuhi syarat, maka akan tampil pesan error pada program dan akan diminta untuk melakukan penginputan ulang nilai m dan n hingga memenuhi syarat. Setelah syarat terpenuhi, maka akan diminta untuk menginput semua nilai entri-entri matriks sesuai ordo matriks yang diinput, lalu akan ditampilkan bentuk matriks dan hasil determinan matriks yang dicari sekaligus lama waktu eksekusi programnya.

REFERENSI

- [1] P. Lai *et al.*, *Summary of Changes*. 2019.
- [2] H. Anton and C. Rorres, *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi*, 8th ed. Jakarta: Erlangga, 2004.
- [3] R. Fiorese and M. Morigi, "Introduction to Linear Algebra," *Introduction to Linear Algebra*. 2021. doi: 10.1201/9781003119609.
- [4] D. C. Lay and S. R. Lay, *Linear Algebra and Its Applications with*. 2016.
- [5] R. E. Putra and Y. Rizal, "Determinan Matriks Persegi Panjang," *UNPjoMath*, vol. 3, no. 1, pp. 64–69, 2020.
- [6] Asmawi, Syafei, and M. Yamin, "Pendidikan Berbasis Teknologi Informasi Dan Komunikasi," *Pros. Semin. Nas. Pendidik.*, vol. 3, pp. 50–55, 2019.
- [7] H. Nuryanto, *Sejarah Perkembangan Teknologi Informasi dan Komunikasi*, 1st ed. Jakarta: PT Balai Pustaka (Persero), 2012.
- [8] S. R. Janah, H. Suyitno, and I. Rosyida, "Pentingnya Literasi Matematika dan Berpikir Kritis Matematis dalam Menghadapi Abad ke-21," *Prism. Pros. Semin. Nas. Mat.*, vol. 2, pp. 905–910, 2019, [Online]. Available: <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/29305>
- [9] L. U. Ali and M. Zaini, "Pemanfaatan Program Aplikasi Google Classroom Sebagai Upaya Meningkatkan Motivasi Dan Prestasi Belajar Mahasiswa Pada Perkuliahan Dasar-Dasar Kependidikan," *Society*, vol. 11, no. 1, pp. 27–34, 2020, doi: 10.20414/society.v11i1.2297.
- [10] G. Dwi Ramadhan, "Perlindungan Hukum Terhadap Bahasa Pemrograman Dalam Undang-Undang Tentang Hak Cipta," *J. Lex Renaiss.*, vol. 7, no. 1, pp. 114–127, 2022, doi: 10.20885/jlr.vol7.iss1.art9.
- [11] M. L. Harumy, T.H.F., Julham Sitorus, "Sistem Informasi Absensi Pada Pt . Cospar Sentosa Jaya Menggunakan Bahasa Pemrograman Java," *J. Tek. Informartika*, vol. 5, no. 1, pp. 63–70, 2018.
- [12] Suprpto, K. T. Yuwono, T. Sukardiyono, and A. Dewanto, "Bahasa Pemrograman untuk Sekolah Menengah Kejuruan," *Buku Bhs. Pemrograman*, vol. 1, no. 1, pp. 1–597, 2008, [Online]. Available: <http://staff.uny.ac.id/sites/default/files/penelitian/Drs.TotokSukardiyono,M.T./BukuBahasaPemrogramanLengkap.pdf>
- [13] G. H. Bere, M. Yusi, and M. Firmansyah, "Pelatihan Pemrograman dasar dengan bahasa Pemrograman Java Kepada Pelajar Kelas X TKJ SMK Kristen Niki - Niki," vol. 4, no. 2, pp. 1378–1382, 2023.
- [14] B. Hartono, "Pemrograman Java untuk Pemula," pp. 1–84, 2019.
- [15] M. Radic, "About a Determinant of Rectangular $2 \times n$ Matrix and its Geometric Interpretation," *Beitrage zur Algebr. und Geom.*, vol. 46, no. 2, pp. 321–349, 2005.