Perbandingan Metode Regula Falsi dan Metode Ridder dalam menentukan Akar Persamaan Non Linear

Feby Melrosa[1], Yusmet Rizal[2]
[1,2] Program Studi Matematika, Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan dan Alam, Universitas Negeri Padang (UNP)

Article Info

Article history:

Received July 20, 2023
Revised August 13, 2023
Accepted December 20, 2023

Keywords:

Root Value
Iteration
Regula-Falsi Method
Ridder Method
Non Linear Equation

Kata Kunci:

Nilai Akar
Iterasi
Metode Regula Falsi
Metode Ridder
Persamaan Non Linear

ABSTRACT

As the development of technology, there are many problems in mathematics that required a structured solutions, one of which is finding a solution to a non-linear equation called a root equation. This solution can be solved numerically when an analytical solution is difficult to find. Numerical methods that can be used to find roots of nonlinear equations include the Regula-Falsi method and the Ridder method. The purpose of this research is compare the results in the form of root value comparison, the number of iterations and the error rate from the Regula Falsi method and the Ridder method. Based on the research findings, it can be concluded that the root values obtained from the Regula Falsi method and the Ridder method are the same. However, for some equations, the Ridder method is preferable and constantly gets fewer iterations compared to the Regula Falsi method.

ABSTRAK

Seiring dengan perkembangan teknologi, banyak permasalahan dalam matematika yang harus diselesaikan secara terstruktur, salah satunya adalah mencari solusi dari sebuah persamaan non linear yang disebut dengan akar persamaan. Solusi ini dapat diselesaikan dengan cara numerik ketika penyelesaian secara analitik sulit ditemukan. Metode numerik yang dapat digunakan dalam menentukan akar persamaan non linear adalah metode Regula Falsi dan metode Ridder. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui hasil perbandingan dari nilai akar, jumlah iterasi, dan besar nilai kesalahan dari metode Regula Falsi dan metode Ridder. Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa nilai akar yang diperoleh dari metode Regula Falsi dan metode Ridder bernilai sama. Akan tetapi untuk beberapa persamaan pada penelitian ini, metode Ridder lebih baik dan selalu memperoleh iterasi lebih sedikit dibandingkan dengan metode Regula Falsi.

Penulis pertama:

(Feby Melrosa)
Prodi Matematika,Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Padang, Jl.Prof.Dr. Hamka,Air Tawar barat,Padang Utara, Padang, Indonesia. Kode Pos: 25131
Email: febymelrosa05@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Seiring dengan perkembangan teknologi, banyak permasalahan yang harus diselesaikan secaraterstruktur, diantaranya adalah dengan menggunakan metode, prosedur, dan strategi pada ilmu matematika. Salah satu masalah yang dalam matematika adalah menemukan solusi untuk persamaan non linear [1]. Solusi dari persamaan non linear adalah akar dari persamaan non linear dengan satu atau lebih variabel [2]. Akar persamaan non linear dapat diselesaikan secara analitik dan numerik. Penyelesaian secara numerik dilakukan ketika penyelesaian secara analitik sulit ditemukan [3]. Metode numerik merupakan sebuah metode yang digunakan untuk merumuskan permasalahan matematika sedemikian rupa sehingga dapat selesai menggunakan operasi aritmatika [4].

Dalam metode numerik, ada dua macam metode untuk mencari akar, salah satunya yaitu metode tertutup. Metode tertutup adalah metode yang menggunakan selang $[x_1, x_2]$ untuk mencari akar dari dalam selang tersebut [5]. Dalam selang $[x_1, x_2]$ dijamin berisi setidaknya satu buah akar, jadi metode ini selalu berhasil menemukan akar. Pada penelitian ini akan dibahas tentang dua metode tertutup, yaitu metode Regula Falsi dan metode Ridder.

Metode Regula Falsi mirip dengan metode Bagi Dua dimana interval yang dibuat dengan cara mengurung akar yang akan ditemukan [6]. Metode Regula Falsi ini adalah metode yang menggunakan perbandingan antara $f(x_1)$ dan $f(x_2)$ yang mendekati nol, untuk menentukan apakah posisi akar lebih dekat ke ujung x_1 atau ke ujung x_2. Dengan menggunakan ini, maka akan diberikan perkiraan akar yang merupakan perpotongan titik-titik $(x_1, f(x_1))$ dan $(x_2, f(x_2))$ dan garis melalui sumbu x. Asumsikan titik potong adalah x_3, maka akar terletak pada selang $[x_1, x_3]$ atau $[x_3, x_2]$ [7]. Selanjutnya penentuan selang yang mengandung akar dapat ditentukan dengan cara yang sama pada metode Bagi Dua.

Sedangkan metode Ridder adalah algoritma pencarian akar berdasarkan metode Regula Falsi [8]. Dengan kata lain, metode Ridder muncul untuk mengatasi kekurangan dari metode Regula Falsi. Kelebihan yang dimiliki pada metode Ridder yaitu metode ini memiliki orde kekonvergenan kuadratik [9]. Sedangkan metode Regula Falsi laju kekonvergenannya adalah linear. Ini berarti bahwa metode Ridder lebih cepat konvergen daripada metode Regula Falsi.

Metode numerik juga merupakan cara untuk memecahkan masalah matematika secara efektif. Metode ini memungkinkan penggunaan program komputer untuk memecahkan masalah kompleks yang melibatkan perhitungan ekstensif. Saat ini telah tersedia berbagai program komputer yang dapat membantu menyelesaikan permasalahan matematika yang ada, diantaranya adalah Matlab. Matlab adalah singkatan dari Matrix Laboratory, sebuah bahasa pemrograman dengan performa tinggi yang digunakan secara khusus untuk komputasi numerik, visualisasi dan pemrograman [10]. Dengan bantuan Matlab, perhitungan matematis yang sulit dapat dilakukan dengan lebih mudah dalam program.

Dalam penelitian ini, persamaan non linear akan diselesaikan dengan metode Regula Falsi dan metode Ridder dengan bantuan program Matlab. Penelitian ini bertujuan untuk dapat mengetahui hasil dari perbandingan antara dua metode, yaitu metode Regula Falsi dan metode Ridder dalam menyelesaikan persamaan non-linear berupa nilai akar, jumlah iterasi, dan nilai kesalahan dari kedua metode tersebut.

2. METODE

Penelitian yang dilakukan berjenis penelitian dasar. Untuk melakukan penelitian ini dikumpulkan referensi topik penelitian yang saling berkaitan berupa buku, jurnal maupun sumber dari internet.
Berikut adalah langkah-langkah dalam melakukan penelitian :

a. Membaca dan mempelajari literatur mengenai persamaan non linear, metode Regula Falsi dan metode Ridder dalam menentukan akar persamaan non linear.

b. Menentukan persamaan non linear yang akan menjadi contoh pada penelitian ini. Diantaranya adalah :

(1) $f(x) = x^2 - 2$
(2) $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10$
(3) $f(x) = x^4 - 2x^2 + x - 3$
(4) $f(x) = x + e^{-x}\cos x - 2$
(5) $f(x) = 2e^x - 5x^2$
(6) $f(x) = x - e^{-x}$
(7) $f(x) = e^x - 2$
(8) $f(x) = x^2 - (x+1)e^{-x}$
(9) $f(x) = \sqrt{x} - \cos x$
(10) $f(x) = \log(x) - \sin(x)$

c. Menuliskan program dari metode Regula Falsi dan metode Ridder ke dalam Matlab.
d. Membandingkan hasil dari persamaan-persamaan yang diselesaikan dengan metode Regula Falsi dan metode Ridder.
e. Menyimpulkan hasil penelitian yang diperoleh berupa perbandingan hasil akar, jumlah iterasi, dan nilai kesalahan dalam menyelesaikan persamaan non linear menggunakan metode Regula Falsi dan metode Ridder dengan program Matlab.

3. HASIL DAN PAMBAHASAN

Pada penelitian ini, peneliti menggunakan bantuan program Matlab untuk menyelesaikan persamaan baik itu dengan metode Regula Falsi maupun metode Ridder. Bentuk pseudocode dari kedua metode adalah sebagai berikut:

3.1. Metode Regula Falsi

Berikut adalah pseudocode dari metode Regula Falsi :

```
Input x1,x2: real;
Set k as 1e-4;
Set maxIter as 100; // kesalahan //
Set iterasi as 0;
While maxIter > k:
       {Set f_x1 as; // tuliskan persamaan disini //
       Set f_x2 as; // tuliskan persamaan disini //
       {If iterasi == 0 then
              Set x3 as x2 - (f_x2*(x1-x2) / (f_x1-f_x2));
       } end;
       Set f_x3 as (exponential function of x3) - 2 - (square of x3);
       {If f_x1*f_x3 < 0 then
              Set x2 as x3;
       Else if f_x1*f_x3 > 0 then
              Set x1 as x3;
       Else set regulafalsi as 3;
       Break;
       } end;
       Set f_x1 as; // tuliskan persamaan disini //
       Set f_x2 as; // tuliskan persamaan disini //
       Set x3_2 as x2 - (f_x2 * (x1-x2) / (f_x1 - f_x2));
       Set maxIter as 100 * (absolute of ((x3_2 - x3)) / x3_2;
       Set x3 as x3_2;
       Print {iterasi, maxIter} as list;
       Set iterasi as iterasi + 1;
} End;
```

Gambar 1. Pseudocode Metode Regula Falsi

3.2. Metode Ridder

Berikut adalah pseudocode dari metode Ridder :

```
Input x1,x2: real;
Set k as 1e-4;
Set func as @(x) // tuliskan persamaan disini // ;
Set maxIter as 100;
Set iter = 1;
Set f_x1 as
       function to evaluate func with x_1;
Set f_x2 as
       function to evaluate func with x_2;
While iter < maxIter then
              Set x3 as 0.5*(x1+x2);
              Set f_x3 as
                     function to evaluate func with x3;
              Set s as square root of (f_x3*f_x3 - f_x1*f_x2);
              {If s == 0.0 then
                     Break;
              } end;
              Set x4 as (x3-x1)*(f_x3)/s;
              {If f_x1 - f_x2 < 0 then
                     x4 as -x4;
              } end;
              Set xBaru as x3 + x4;
              Set f_xBaru as
                     Function to evaluate func with x0;

              Set error as absolut x4;

       {If error < k1 then
              {Set root as xBaru;
              Break;
       } end;

       {If sign of f_x3 is approaching sign of f_xBaru then
              If sign of f_x1 is not equal with sign of f_xBaru then
                     Set x2 as xBaru;
                     Set f_x2 as f_xBaru;
              Else
                     Set x1 as xBaru;
                     Set f_x1 as f_xBaru;
        Else
              Set x1 as x3;
              Set f_x1 as f_x3;
              Set x2 as xBaru;
              Set f_x2 as f_xBaru;
        } end;

        Set Iter + 1;
end;

If iter is approaching maxIter then
       "Ada sesuatu yang salah dalam proses Metode Ridder!"
} end;
```

Gambar 2. Pseudocode Metode Ridder

3.3 Hasil Perbandingan Metode Regula Falsi dan Metode Ridder

Berikut ini ditampilkan hasil dari metode Regula Falsi dan metode Ridder pada 10 contoh persamaan non linear.

Tabel 1. Perbandingan hasil dari metode Regula Falsi dan metode Ridder

Persamaan	Nilai Awal		Metode Regula Falsi			Metode Ridder		
	x_1	x_2	Nilai Akar	Jumlah Iterasi	Kesalahan	Nilai Akar	Jumlah Iterasi	Kesalahan
(1)	0	2	1.4142	9	3.0188e-05	1.4142	7	2.2943e-15
(2)	1	2	1.3652	6	1.4994e-05	1.3652	7	0.000000
(3)	1	2	1.5969	17	9.657e-05	1.5969	8	3.8653e-17
(4)	1	3	2.0599	10	4.048e-05	2.0599	4	0.0069224
(5)	1	2	1.0916	4	9.3292e-05	1.0916	8	3.1402e-16
(6)	0	1	0.56714	4	3.9389e-05	0.56714	4	1.3906e-06
(7)	0	1	0.69315	8	1.9373e-05	0.69315	4	1.6576e-06
(8)	0.8	0.9	0.88253	3	5.5944e-06	0.88253	5	6.277e-15
(9)	0	1	0.64171	4	1.0173e-05	0.64171	4	9.8804e-07
(10)	1	4	2.2191	21	7.7206e-05	2.2191	13	5.2709e-05

Keterangan :
x_1 = nilai batas bawah
x_2 = nilai batas atas

3.4 Pembahasan

Dari Tabel 1 di atas menunjukkan hasil perbandingan nilai akar, jumlah iterasi dan kesalahan dari metode Regula Falsi dan metode Ridder dengan menggunakan program Matlab. Dapat dijelaskan bahwa :

1. Semua persamaan non linear yang diselesaikan dengan metode Regula Falsi dan metode Ridder menghasilkan nilai akar yang sama.
2. Untuk persamaan (2), (5), dan (8) dengan metode Regula Falsi lebih cepat dalam menemukan akarnya atau jumlah iterasinya lebih sedikit dibandingkan metode Ridder.
3. Untuk persamaan (1), (3), (4), (7) dan (10) dengan metode Ridder lebih cepat dalam menemukan akarnya atau jumlah iterasinya lebih sedikit dibandingkan metode Regula Falsi.
4. Untuk persamaan (6) dan (9), metode Regula Falsi dan metode Ridder memiliki jumlah iterasi yang sama. Tetapi dilihat dari besarnya nilai kesalahan dari kedua metode, metode Ridder lebih baik daripada metode Regula Falsi.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa metode Ridder lebih cepat dalam menemukan akarnya dibandingkan dengan metode Regula Falsi. Ini dapat dilihat dari beberapa persamaan yang menjadi contoh pada penelitian ini, metode Ridder memiliki jumlah iterasi lebih sedikit dibandingkan dengan metode Regula Falsi.

REFERENSI

[1] V. Mandailina, S. Syaharuddin, D. Pramita, M. Ibrahim, and H. R. P. Negara, “Wikinson Polynomial: Accuracy Analysis Based on Numerical Methods of the Taylor Series Derivative,” *Desimal J. Matimatika*, vol. 3(2), no. 155–160, 2020, doi: https://doi.org/10.24042/djm.v3i2.6134.
[2] S. Yutika, “KONVERGENSI MODIFIKASI VARIAN METODE CHEBYSHEV-HALLEY MENGGUNAKAN INTERPOLASI KUADRATIK,” UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU, 2014.
[3] P. Batarius, “Perbandingan Metode Newton-Raphson Modifikasi dan Metode Secant Modifikasi dalam Penentuan Akar Persamaan,” 2018.
[4] S. . Chapra and R. . Canale, *Metode Numerik*. Jakarta: Erlangga, 1991.
[5] R. Munir, *Metode Numerik*. Bandung: Informatika, 2003.
[6] Sahid, *Pengantar Komputasi Numerik dengan Matlab*. Yogyakarta: Andi Offset, 2004.
[7] I. Mujtahidah, “Penentuan Akar Persamaan Taklinear dengan Menggunakan Metode Ridder,” Universitas Negeri Padang, 2015.
[8] H. Laksono and R. Afrianita, *Metode Numerik Dengan Matlab Akar-Akar Persamaan Non Linear*. Andalas University Press, 2020.
[9] J. Kiusalaas, *Numerical Methods In Engineer with MATLAB*. Surabaya, 2012.
[10] J. Hernadi, *Matematika Numerik dengan Implementasi MATLAB*. Yogyakarta: Andi Offset, 2012.
[11] P. Batarius, “Perbandingan Metode Brent dan Bisection dalam Penentuan Akar Ganda Persamaan Berbentuk Polinomial.,” 2021.
[12] S. . Chapra and R. . Canale, *Numerical Methods for Engineers.* New York: McGraw-Hill, 2006.
[13] H. Djojodiharjo, *Metode Numerik*. jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama, 2000.
[14] W. Gautschi, *Numerical Analysis*. London: Birkhäuser, 2012.
[15] Suarga, *Komputasi Numerik Pemograman MATLAB untuk Metoda Numerik*. Yogyakarta: Andi Offset, 2014.
[16] I. N. Susila, *Dasar-Dasar Metode Numerik*. Bandung: FMIPA ITB, 1992.
[17] S. S. . Vakkalagadda, “A Better Root Finding Method using False Position and Inverse Quadratic Interpolation Methods,” *Int. Res. J. Eng. Technol.*, vol. 07(04), no. 4178–4180, 2020.