

# Model Epidemi Penyebaran Ujaran Kebencian di *Twitter*

Anjeli Firma Suryani Putri<sup>1</sup>, Muhammad Subhan<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Prodi Matematika, Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan dan Alam Universitas Negeri Padang (UNP)

## Article Info

### Article history:

Received February 09, 2023

Revised June 13, 2023

Accepted December 20, 2023

### Keyword:

Epidemical Model  
Equilibrium Points  
Basic Reproduction Number  
Hate Speech  
Twitter

### Kata Kunci:

Model Epidemi  
Titik Ekuilibrium  
Bilangan Reproduksi Dasar  
Ujaran Kebencian  
Twitter

## ABSTRACT

Social media users often post or share a deviate content. This behavior is abusive, disrespectful, or nonsensical language that has the potential to provoke and make other users feel uncomfortable. The study's object were to construct a SEIZ epidemic model (*Suspectible-Exposed-Infected-Skeptis*) spreading hate speech on twitter, analyzing the stability of the equilibrium point, and interpretation of this epidemical model. The type of research is theoretical research. This study uses a descriptive method. This epidemic model takes the form of nonlinear system of equations consisting of four nonlinear equations. Analyzed result of an epidemical model with two equilibrium points, a disease-free equilibrium point and a diseased equilibrium point, each is asymptotically stable with several conditions. Based on an analyzed of basic reproduction number that the disease is becoming an epidemic as the increase of the infected rate and transition rate from the exposed account to the spreading account of hate speech.

## ABSTRAK

Pengguna media sosial seringkali memposting atau membagikan konten yang menyimpang. Perilaku ini diantaranya penggunaan bahasa yang kasar, tidak sopan, atau tidak masuk akal yang berkemungkinan akan memprovokasi dan membuat pengguna lain merasa tidak nyaman. Tujuan penelitian ini adalah membentuk model epidemi SEIZ (*Suspectible-Exposed-Infected-Skeptis*) penyebaran ujaran kebencian di *twitter*, menganalisis stabilitas titik kesetimbangan, dan menginterpretasi hasil simulasi model. Jenis penelitian ini merupakan penelitian dasar atau teoritis. Metode yang digunakan adalah metode deskriptif. Model epidemi ini berbentuk sistem persamaan nonlinear yang terdiri dari empat persamaan nonlinear. Pada analisis model epidemi ini ditemukan dua titik kesetimbangan yang masing-masing bersifat stabil asimtotik dengan beberapa syarat yang harus dipenuhi. Berdasarkan analisis pada bilangan reproduksi dasar maupun dari hasil simulasi yang telah dilakukan, menunjukkan bahwa penyebarannya di *twitter* akan mewabah ketika terjadi peningkatan pada laju penularan dan tingkat perpindahan populasi dari akun yang terpapar menjadi akun yang ikut menyebarkan ujaran kebencian.

This is an open access article under the [CC BY-SA](#) license.



(Anjeli Firma Suryani Putri)

Prodi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Universitas Negeri Padang, Jl. Prof. Dr. Hamka, Air Tawar barat, Padang Utara, Padang, 25171 Padang, Sumatera Barat  
Email: [anjelifsp@gmail.com](mailto:anjelifsp@gmail.com)

## 1. PENDAHULUAN

Media sosial merupakan suatu media berbasis teknologi internet berupa situs maupun aplikasi yang mendorong penggunaannya untuk berkomunikasi [1]. Beberapa tahun terakhir, media sosial telah menjadi salah satu sumber informasi terpenting bagi konsumen informasi di seluruh dunia [2]. Informasi yang dikonsumsi seringkali bersifat negatif. Salah satu penyebabnya, yaitu adanya kritikan



dan hasutan dari pengguna lain. Banyak pengguna media sosial yang memposting atau membagikan konten yang dianggap menyimpang, seperti mengandung ujaran kebencian (*hate speech*). Pada masa kini, penyebaran ujaran kebencian sudah menjadi masalah sosial, baik di kehidupan nyata maupun di media sosial [3]. Perilaku pengguna media sosial yang menyimpang dapat mengganggu prinsip-prinsip platform media sosial serta dapat membahayakan emosi dan memancing pendapat pengguna lain [4]. Perilaku ini meliputi penggunaan bahasa yang kasar, tidak sopan, atau tidak masuk akal yang berkemungkinan akan memprovokasi dan membuat pengguna media sosial lainnya merasa tidak nyaman [5].

Pada survei online yang dilakukan oleh suatu perusahaan konsultan di Amerika Serikat yang bernama SimpleTexting pada maret 2020, disebutkan media sosial yang banyak mengandung ujaran kebencian adalah *twitter* dengan hasil rata-rata 7,82 kemudian peringkat selanjutnya yaitu *reddit*, *facebook*, *tiktok*, *instagram*, *snapchat*, dan *youtube*. *Twitter* adalah media sosial berbasis internet berbentuk blog yang terdiri dari 140 karakter yang ditampilkan pada halaman profil pengguna [6]. Pada *twitter* terdapat fitur tagar atau hastag (#) untuk menandai atau menentukan topik tertentu [7]. Pengguna *twitter* dapat memberikan opini maupun komentar secara langsung terhadap suatu berita yang sedang trending tanpa ada batasan waktu maupun wilayah [8]. *Twitter* memiliki penyebaran perilaku menyimpang yang tinggi karena memiliki nilai popularitas yang tinggi dan hukuman publikasi yang rendah [9]. Hal ini didukung oleh cepatnya penyebaran informasi di *twitter* [10].

Model matematika merupakan suatu cabang ilmu pengetahuan di bidang matematika yang ikut berperan dalam memprediksi penyebaran perilaku menyimpang di media sosial khususnya *twitter*. Model matematika merupakan solusi yang dapat membantu mendeskripsikan fenomena kehidupan nyata ke dalam bentuk fungsi atau persamaan matematika sehingga diperoleh pemahaman yang lebih tepat terhadap permasalahan di dunia nyata [11]. Tujuan memodelkan suatu permasalahan ke dalam model matematika untuk memberikan solusi yang dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan matematika [12].

Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh [5] menjelaskan bahwa penyebaran perilaku menyimpang di *Youtube* terjadi secara cepat dari satu orang ke orang yang lain seperti penyakit menular. Penelitian lainnya menyebutkan bahwa sebagian besar orang yang melihat penyebaran misinformasi tidak bereaksi apapun terhadap informasi tersebut, sementara individu yang lain memiliki rentang waktu sebelum memutuskan untuk memposting informasi yang telah mereka peroleh [13]. Selain itu, penyebaran rumor di media sosial akan selalu ada walaupun populasi yang menginfeksinya sedikit [14].

Oleh karena gambaran penyebaran ujaran kebencian di *twitter* belum memadai, maka permasalahan ini akan dikaji dengan menggunakan model epidemi. Model epidemi membagi populasi ke dalam kompartemen berbeda yang mewakili keadaan setiap pengguna yang terlibat dalam jejaring sosial khususnya *twitter* [15]. Pada penelitian ini menggunakan model SEIZ (*Susceptible-Exposed-Infected-Skeptical*) dengan beberapa parameter pendukung lainnya.

## 2. METODE

Penelitian ini merupakan penelitian dasar atau teoritis. Metode yang digunakan, yaitu analisis teoritis berdasarkan kajian literatur. Penelitian ini dilakukan dengan mengumpulkan referensi yang sesuai dengan topik penelitian baik itu berasal dari buku, jurnal, atau sumber-sumber dari internet. Langkah-langkah yang dilakukan pada peneliti sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi masalah yang diajukan pada penelitian ini, yaitu terkait penyebaran ujaran kebencian di *twitter*.
2. Mengumpulkan dan mengkaji teori-teori dengan permasalahan yang akan diajukan.
3. Membentuk model epidemi terkait penyebaran ujaran kebencian di *twitter*.
4. Menentukan titik kesetimbangan dan stabilitas titik kesetimbangan dari model epidemi yang telah dibentuk.
5. Melakukan simulasi numerik menggunakan *Software Maple 17*.
6. Membuat interpretasi dari hasil analisis dan simulasi numerik.

7. Menarik kesimpulan.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1. Model Epidemio Penyebaran Ujaran Kebencian di *Twitter*

Berdasarkan tahapan-tahapan dalam membentuk sebuah model matematika, tahap pertama yang dilakukan adalah mengidentifikasi masalah yang akan diteliti. Tahapan ini dilakukan dengan menentukan faktor-faktor yang sesuai dengan permasalahan, meliputi identifikasi variabel, asumsi, dan parameter serta membentuk hubungan antara variabel dan parameter tersebut.

Asumsi yang digunakan dalam membentuk model epidemio ini adalah :

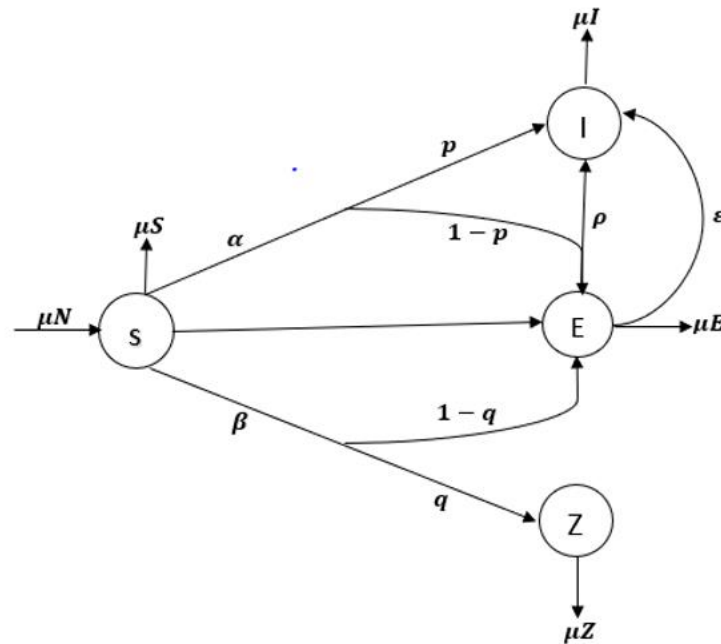
1. Populasi pada penelitian ini adalah seluruh individu yang menggunakan *twitter*.
2. Populasi konstan, yaitu jumlah akun yang baru menggunakan *twitter* dan akun yang berhenti menggunakan *twitter* adalah sama.
3. Seluruh akun *twitter* dalam populasi diasumsikan rentan terhadap penyebaran ujaran kebencian di *twitter*.
4. Interaksi antara pengguna *twitter* terjadi secara daring melalui kontribusi pengguna *twitter* yang telah memposting dan menyebarkan ujaran kebencian.
5. Pengguna *twitter* yang Susceptible menjadi Infected apabila memposting *tweet* menggunakan hastag terkait ujaran kebencian *twitter*.

Tabel 1. Variabel yang digunakan dalam Model Epidemio Penyebaran Ujaran Kebencian di *Twitter*

Variabel	Keterangan	Satuan
S	Populasi pengguna <i>twitter</i> yang rentan	akun
E	Populasi pengguna <i>twitter</i> yang sudah terpapar <i>tweet</i> tetapi tidak langsung menyebarkannya	akun
I	Populasi pengguna <i>twitter</i> yang telah terinfeksi dan menyebarkan <i>tweet</i> dengan menggunakan hastag terkait	akun
Z	Populasi pengguna <i>twitter</i> yang telah terpapar tetapi tidak menyebarkannya	akun
t	Waktu	hari

Tabel 2. Parameter yang digunakan dalam Model Epidemio Penyebaran Ujaran Kebencian di *Twitter*

Parameter	Keterangan	Satuan
$\mu$	Laju pembuatan dan penutupan akun <i>twitter</i>	/hari
$\alpha$	Laju perpindahan akun <i>twitter</i> dari populasi S ke populasi I	/hari
$\beta$	Laju perpindahan akun <i>twitter</i> dari populasi S ke populasi Z	/hari
$\rho$	Laju perpindahan akun <i>twitter</i> dari populasi E ke populasi I	/hari
$\varepsilon$	Laju transisi akun <i>twitter</i> dari populasi E ke populasi I dengan waktu tertentu	/hari
$p$	Peluang perubahan populasi S ke I karena kontak dengan I	-
$1 - p$	Peluang perubahan populasi S ke E karena kontak dengan I	-
$q$	Peluang perubahan populasi S ke Z karena kontak dengan Z	-
$1 - q$	Peluang perubahan populasi S ke E karena kontak dengan Z	-



Gambar 1. Diagram Model Epidem SEIZ Penyebaran Ujaran Kebencian di *Twitter*

Berdasarkan bentuk model diatas diperoleh suatu bentuk sistem persamaan sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \alpha S \frac{I}{N} - \beta S \frac{Z}{N} - \mu S \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = (1-p)\alpha S \frac{I}{N} + (1-q)\beta S \frac{Z}{N} - \rho E \frac{I}{N} - \varepsilon E - \mu E \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = p\alpha S \frac{I}{N} + \rho E \frac{I}{N} + \varepsilon E - \mu I \quad (3)$$

$$\frac{dZ}{dt} = q\beta S \frac{Z}{N} - \mu Z. \quad (4)$$

Untuk mempermudah analisis dilakukan permissalan, dimana

$$A = 1 - p; B = 1 - q; C = \varepsilon + \mu.$$

Sehingga, model epidem penyebaran ujaran kebencian di *twitter* sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \alpha S \frac{I}{N} - \beta S \frac{Z}{N} - \mu S \quad (5)$$

$$\frac{dE}{dt} = A\alpha S \frac{I}{N} + B\beta S \frac{Z}{N} - \rho E \frac{I}{N} - CE \quad (6)$$

$$\frac{dI}{dt} = p\alpha S \frac{I}{N} + \rho E \frac{I}{N} + \varepsilon E - \mu I \quad (7)$$

$$\frac{dZ}{dt} = q\beta S \frac{Z}{N} - \mu Z. \quad (8)$$

### 3.2. Analisis Model Epidem Penyebaran Ujaran kebencian di *Twitter*

Pada tahap ini akan dibuktikan bahwa populasi konstan, karena  $\frac{dN}{dt} = \frac{dS}{dt} + \frac{dE}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dZ}{dt}$ , maka:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \left( \mu N - \alpha S \frac{I}{N} - \beta S \frac{Z}{N} - \mu S \right) + \left( (1-p)\alpha S \frac{I}{N} + (1-q)\beta S \frac{Z}{N} - \rho E \frac{I}{N} - \varepsilon E - \mu E \right) + \\ &\quad \left( p\alpha S \frac{I}{N} + \rho E \frac{I}{N} + \varepsilon E - \mu I \right) + \left( q\beta S \frac{Z}{N} - \mu Z \right) \\ &= \mu N - (\mu S + \mu E + \mu I + \mu Z) \\ &= 0. \end{aligned}$$

Dapat diketahui bahwa  $\frac{dN}{dt} = 0$ , sehingga dapat dikatakan bahwa populasi konstan. Dalam melakukan analisis model epidem ini akan ditentukan titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, kestabilan titik kesetimbangan, dan simulasi dengan menggunakan *software* Maple 17.

#### 3.2.1. Titik Kesetimbangan (Equilibrium point)

Titik kesetimbangan merupakan suatu kondisi dimana perubahan jumlah sub-populasi tertentu sepanjang waktu adalah nol. Model epidemi ini akan setimbang apabila  $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dZ}{dt} = 0$ , sehingga persamaan (5), (6), (7), dan (8) menjadi:

$$\mu N - \alpha S \frac{I}{N} - \beta S \frac{Z}{N} - \mu S = 0 \quad (9)$$

$$A\alpha S \frac{I}{N} + B\beta S \frac{Z}{N} - \rho E \frac{I}{N} - CE = 0 \quad (10)$$

$$p\alpha S \frac{I}{N} + \rho E \frac{I}{N} + \varepsilon E - \mu I = 0 \quad (11)$$

$$q\beta S \frac{Z}{N} - \mu Z = 0. \quad (12)$$

### 1. Titik Kesetimbangan $E_0$

Titik kesetimbangan  $E_0$  adalah suatu kondisi dimana tidak ada penyebaran perilaku menyimpang di *twitter*. Pandang persamaan (9) ketika  $I = 0$  dan  $Z = 0$  maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \mu N - \alpha S \frac{I}{N} - \beta S \frac{Z}{N} - \mu S &= 0 \\ \mu(N - S) &= 0 \\ S &= N. \end{aligned}$$

Jadi, diperoleh titik kesetimbangan  $E_0 = (N, 0, 0, 0)$ .

### 2. Titik Kesetimbangan $E_1$

Titik kesetimbangan  $E_1$  adalah suatu kondisi dimana terjadi penyebaran perilaku menyimpang di *twitter* dengan kondisi  $I > 0$ . Dari analisis persamaan (9), (10), (11), dan (12) diperoleh titik kesetimbangan  $E_1$  yaitu:

$$E_1 = (S^*, E^*, I^*, Z^*)$$

dimana,

$$S^* = \frac{\mu N}{q\beta}$$

$$E^* = \frac{I^*(A\alpha\mu N - B\alpha\mu N) + Bq\beta\mu N^2 - B\mu^2 N^2}{q\beta(\rho I^* + CN)}$$

$$I^* = \frac{\mu N(B\rho\mu - B\alpha\varepsilon + B\alpha\varepsilon + q\beta C - p\alpha C - Bq\beta\rho) + \sqrt{(\mu N(p\alpha C + Bq\beta\rho - B\rho\mu + A\alpha\varepsilon))^2 - (p\alpha\mu N B\alpha\varepsilon - q\beta C)^2 - 4B\mu^2 N^2(p\alpha\rho q\beta\varepsilon - \varepsilon\mu^3 p\alpha\rho + A\alpha\rho q\beta\varepsilon - B\alpha\rho q\beta\varepsilon + B\alpha\rho\varepsilon\mu - \rho q^2\beta^2\varepsilon + \rho q\beta\varepsilon)}}{2(p\alpha\rho\mu + A\alpha\rho\mu - B\alpha\rho\mu - \rho q\beta\mu)}$$

$$Z^* = \frac{q\beta N - \alpha I^* - \mu N}{\beta}.$$

### 3.2.2. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) merupakan suatu ukuran yang menjadi ambang batas untuk mengetahui apakah dalam suatu populasi terjadi endemik atau tidak. Pada model epidemi ini bilangan reproduksi dasar akan diperoleh dengan menggunakan metode *next generation matrix* yang dibentuk oleh sub-sub populasi pada kelas *exposed* dan *infected* pada persamaan (2) dan (3), sehingga diperoleh:

$$R_0 = \frac{p\alpha}{2(\varepsilon + \mu)} + \sqrt{\left(\frac{p\alpha}{4(\varepsilon + \mu)}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon\alpha}{\varepsilon\mu + \mu^2}\right)}$$



### 3.2.3 Kestabilan Titik Kesetimbangan (Equilibrium Point)

Analisis kestabilan titik kesetimbangan dapat ditentukan dengan cara mencari nilai eigen dan matriks jacobii dari persamaan (5), (6), (7), dan (8) maka

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial(f_1(S, E, I, Z))}{\partial S} & \frac{\partial(f_1(S, E, I, Z))}{\partial E} & \frac{\partial(f_1(S, E, I, Z))}{\partial I} & \frac{\partial(f_1(S, E, I, Z))}{\partial Z} \\ \frac{\partial(f_2(S, E, I, Z))}{\partial S} & \frac{\partial(f_2(S, E, I, Z))}{\partial E} & \frac{\partial(f_2(S, E, I, Z))}{\partial I} & \frac{\partial(f_2(S, E, I, Z))}{\partial Z} \\ \frac{\partial(f_3(S, E, I, Z))}{\partial S} & \frac{\partial(f_3(S, E, I, Z))}{\partial E} & \frac{\partial(f_3(S, E, I, Z))}{\partial I} & \frac{\partial(f_3(S, E, I, Z))}{\partial Z} \\ \frac{\partial(f_4(S, E, I, Z))}{\partial S} & \frac{\partial(f_4(S, E, I, Z))}{\partial E} & \frac{\partial(f_4(S, E, I, Z))}{\partial I} & \frac{\partial(f_4(S, E, I, Z))}{\partial Z} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -\alpha \frac{I}{N} - \beta \frac{Z}{N} - \mu & 0 & -\frac{\alpha S}{N} & -\frac{\beta S}{N} \\ A\alpha \frac{I}{N} + B\beta \frac{Z}{N} & -\rho \frac{I}{N} - C & \frac{A\alpha S}{N} - \frac{\rho E}{N} & \frac{B\beta S}{N} \\ \frac{p\alpha I}{N} & \frac{\rho I}{N} + \varepsilon & \frac{p\alpha S}{N} + \frac{\rho E}{N} - \mu & 0 \\ \frac{q\beta Z}{N} & 0 & 0 & \frac{q\beta S}{N} - \mu \end{bmatrix}$$

karena terdapat dua jenis titik kesetimbangan, maka analisis dilakukan terhadap dua titik kesetimbangan tersebut.

#### 1. Kestabilan Titik Kesetimbangan $E_0$

Untuk menentukan kestabilan dari titik kesetimbangan, maka dibutuhkan nilai eigen. Titik kesetimbangan dapat dikatakan stabil asimtotik jika semua nilai eigen dari matriks jacobii titik kestabilan  $E_0$  bernilai negatif. Titik kesetimbangan  $E_0 = (N, 0, 0, 0)$ , dimana akan stabil asimtotik jika  $R_0 < 1$ , maka matriks jacobii dari  $E_0$  adalah

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -\alpha & -\beta \\ 0 & -C & A\alpha & B\beta \\ 0 & \varepsilon & p\alpha - \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q\beta - \mu \end{bmatrix}$$

karena  $\lambda$  adalah nilai eigen dari matriks jacobii, maka berlaku  $|J(E_0) - \lambda I| = 0$  atau  $|\lambda I - J(E_0)| = 0$ , sehingga diperoleh:

$$\begin{vmatrix} -\mu - \lambda & 0 & -\alpha & -\beta \\ 0 & -C - \lambda & A\alpha & B\beta \\ 0 & \varepsilon & p\alpha - \mu - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q\beta - \mu - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(\lambda + \mu)(\lambda - q\beta + \mu)[(\lambda + C)(\lambda - p\alpha + \mu) - A\alpha\varepsilon] = 0.$$

Diperoleh nilai eigen sebagai berikut :

- $\lambda + \mu = 0$

$$\lambda = -\mu$$

karena semua nilai parameter bernilai positif, maka  $\lambda_1 < 0$ .

- $\lambda - q\beta + \mu = 0$

$$\lambda = q\beta - \mu$$

agar  $\lambda_2 < 0$ , maka haruslah  $q\beta - \mu < 0$  atau  $q\beta < \mu$ .

- $(\lambda + C)(\lambda - p\alpha + \mu) - A\alpha\varepsilon = 0$

karena  $C = \varepsilon + \mu$  dan  $A = 1 - p$

$$(\lambda + \varepsilon + \mu)(\lambda - p\alpha + \mu) - \alpha\varepsilon + p\alpha\varepsilon = 0$$

$$\lambda^2 + \lambda(2\mu - 2p\alpha + \varepsilon) + (\mu^2 - \mu\varepsilon) = 0.$$

Persamaan ini dapat dituliskan dalam suatu persamaan karakteristik yang berbentuk  $\lambda$  yaitu:

$$a_0\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0$$

dimana,  $a_0 = 1$

$$a_1 = 2\mu - 2p\alpha + \varepsilon$$

$$a_2 = \mu^2 - \mu\varepsilon$$

akan ditentukan nilai eigen dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz. Dengan persamaan karakteristiknya:

$$\lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + a_2\lambda^{k-2} + \dots + a_k = 0$$

untuk  $k = 2$ , diperoleh kriteria  $a_1 > 0$  dan  $a_2 > 0$

maka diperoleh :

1. Pada saat  $a_1 = 2\mu - 2p\alpha + \varepsilon > 0$

$$a_1 > 0 \Leftrightarrow 2\mu + \varepsilon > 2p\alpha.$$

2. pada saat  $a_2 = \mu^2 - \mu\varepsilon > 0$

$$a_2 > 0 \Leftrightarrow \mu^2 > \mu\varepsilon.$$

## 2. Kestabilan Titik Keseimbangan $E_1$

Titik kesetimbangan  $E_1$  dapat dikatakan stabil asimtotik jika semua nilai eigen dari matriks jacobin titik kesetimbangan  $E_1$  bernilai negatif. Titik kesetimbangan  $E_1 = (S^*, E^*, I^*, Z^*)$ . Untuk mempermudah analisis, maka dimisalkan:

$$d_1 = \alpha \frac{I^*}{N} + \beta \frac{Z^*}{N} + \mu;$$

$$d_2 = \alpha \frac{S^*}{N};$$

$$d_3 = \beta \frac{S^*}{N};$$

$$d_4 = A\alpha \frac{I^*}{N} + B\beta \frac{Z^*}{N};$$

$$d_5 = \rho \frac{I^*}{N} + C;$$

$$d_6 = A\alpha \frac{S^*}{N} - \rho \frac{E^*}{N};$$

$$d_7 = p\alpha \frac{I^*}{N};$$

$$d_8 = \rho \frac{I^*}{N} + \varepsilon;$$

$$d_9 = p\alpha \frac{S^*}{N} + \rho \frac{E^*}{N} - \mu;$$

$$d_{10} = q\beta \frac{Z^*}{N};$$

$$d_{11} = q\beta \frac{S^*}{N} - \mu;$$

sehingga diperoleh

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} -d_1 & 0 & -d_2 & -d_3 \\ d_4 & -d_5 & d_6 & Bd_3 \\ d_7 & d_8 & d_9 & 0 \\ d_{10} & 0 & 0 & d_{11} \end{bmatrix}$$

karena  $\lambda$  adalah nilai eigen dari matriks jacobin, maka berlaku  $|\lambda I - J(E_1)| = 0$ , maka:

$$\begin{aligned} & \left| \begin{bmatrix} \lambda + d_1 & 0 & d_2 & d_3 \\ d_4 & \lambda + d_5 & d_6 & -Bd_3 \\ -d_7 & -d_8 & \lambda - d_9 & 0 \\ -d_{10} & 0 & 0 & \lambda - d_{11} \end{bmatrix} \right| = 0 \\ & (\lambda + d_1) \begin{bmatrix} \lambda + d_5 & d_6 & -Bd_3 \\ -d_8 & \lambda - d_9 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - d_{11} \end{bmatrix} - d_2 \begin{bmatrix} d_4 & \lambda + d_5 & -Bd_3 \\ -d_7 & -d_8 & 0 \\ -d_{10} & 0 & \lambda - d_{11} \end{bmatrix} + \\ & d_3 \begin{bmatrix} d_4 & \lambda + d_5 & d_6 \\ -d_7 & -d_8 & \lambda - d_9 \\ -d_{10} & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 \end{aligned}$$

sehingga diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$\lambda^4 + \lambda^3(d_1 + d_5 + d_9 - d_{11}) + \lambda^2(d_1d_5 - d_1d_{11} + d_1d_9 - d_5d_9 - d_5d_{11} + d_6d_8 + d_9d_{11} - d_3 + d_7) + \lambda(d_1d_6d_8 - d_1d_5d_9 - d_1d_5d_{11} + d_1d_9d_{11} + d_2d_4d_8 + d_5d_9d_{11} - d_6d_8d_{11} -$$

$$d_3d_5 + d_3d_9 + d_5d_7 - d_7d_{11}) + (d_1d_5d_9d_{11} - d_1d_6d_8d_{11} - d_2d_4d_8d_{11} + d_3d_5d_9 - d_5d_7d_{11} - d_6d_8d_{10}) = 0.$$

Persamaan ini dapat dituliskan dalam suatu persamaan karakteristik yang berbentuk  $\lambda$ , dimana:

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = d_1 + d_5 + d_9 - d_{11}$$

$$a_2 = d_1d_5 - d_1d_{11} + d_1d_9 - d_5d_9 - d_5d_{11} + d_6d_8 + d_9d_{11} - d_3 + d_7$$

$$a_3 = d_1d_6d_8 - d_1d_5d_9 - d_1d_5d_{11} + d_1d_9d_{11} + d_2d_4d_8 + d_5d_9d_{11} - d_6d_8d_{11} - d_3d_5 + d_3d_9 + d_5d_7 - d_7d_{11}$$

$$a_4 = d_1d_5d_9d_{11} - d_1d_6d_8d_{11} - d_2d_4d_8d_{11} + d_3d_5d_9 - d_5d_7d_{11} - d_6d_8d_{10}.$$

Akan ditentukan nilai eigen dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz. Dengan persamaan karakteristiknya:

$$\lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + a_2\lambda^{k-2} + \dots + a_k = 0$$

untuk  $k = 4$ , diperoleh kriteria

$$a_1 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0, a_1a_2a_3 > a_3^2 + a_1^2a_4$$

maka diperoleh:

$$1. a_1 > 0$$

$$a_1 = d_1 + d_5 + d_9 - d_{11} > 0$$

$$a_1 > 0 \Leftrightarrow d_1 + d_5 + d_9 > d_{11}.$$

$$2. a_3 > 0$$

$$a_3 = d_1d_6d_8 - d_1d_5d_9 - d_1d_5d_{11} + d_1d_9d_{11} + d_2d_4d_8 + d_5d_9d_{11} - d_6d_8d_{11} - d_3d_5 + d_3d_9 + d_5d_7 - d_7d_{11} > 0$$

$$a_3 > 0 \Leftrightarrow d_1d_6d_8 + d_1d_9d_{11} + d_2d_4d_8 + d_5d_9d_{11} + d_3d_9 + d_5d_7 > d_1d_5d_9 + d_1d_5d_{11} + d_6d_8d_{11} + d_3d_5 + d_7d_{11}.$$

$$3. a_4 > 0$$

$$a_4 = d_1d_5d_9d_{11} - d_1d_6d_8d_{11} - d_2d_4d_8d_{11} + d_3d_5d_9 - d_5d_7d_{11} - d_6d_8d_{10} > 0$$

$$a_4 > 0 \Leftrightarrow d_1d_5d_9d_{11} + d_3d_5d_9 > d_1d_6d_8d_{11} + d_2d_4d_8d_{11} + d_5d_7d_{11} + d_6d_8d_{10}.$$

$$4. a_1a_2a_3 > a_3^2 + a_1^2a_4$$

$$(d_1 + d_5 + d_9 - d_{11})(d_1d_5 - d_1d_{11} + d_1d_9 - d_5d_9 - d_5d_{11} + d_6d_8 + d_9d_{11} - d_3 + d_7)(d_1d_6d_8 - d_1d_5d_9 - d_1d_5d_{11} + d_1d_9d_{11} + d_2d_4d_8 + d_5d_9d_{11} - d_6d_8d_{11} - d_3d_5 + d_3d_9 + d_5d_7 - d_7d_{11}) > (d_1d_6d_8 - d_1d_5d_9 - d_1d_5d_{11} + d_1d_9d_{11} + d_2d_4d_8 + d_5d_9d_{11} - d_6d_8d_{11} - d_3d_5 + d_3d_9 + d_5d_7 - d_7d_{11})^2 + (d_1 + d_5 + d_9 - d_{11})^2(d_1d_5d_9d_{11} - d_1d_6d_8d_{11} - d_2d_4d_8d_{11} + d_3d_5d_9 - d_5d_7d_{11} - d_6d_8d_{10}).$$

Karena proses selanjutnya sulit dilakukan secara analisis karena persamaan yang dihasilkan rumit, maka kestabilan titik kesetimbangan  $E_1 = (S^*, E^*, I^*, Z^*)$  dapat dilihat dari  $R_0 > 1$  dan simulasi numerik pada  $E_1 = (S^*, E^*, I^*, Z^*)$ .

Berdasarkan bilangan reproduksi dasar yang sudah diperoleh sebelumnya, titik kesetimbangan  $E_1 = (S^*, E^*, I^*, Z^*)$  stabil apabila  $R_0 > 1$ . Artinya, jika  $R_0 > 1$  maka akan terjadi penyebaran ujaran kebencian di *twitter*.

### 3.3 Simulasi Model Epidemio Penyebaran Ujaran Kebencian di *Twitter*

#### 3.3.1 Simulasi Titik Kesetimbangan $E_0$

Disimulasikan dengan keadaan dimana tidak terjadi penyebaran ujaran kebencian di *twitter*, digunakan nilai parameter sebagai berikut:

Tabel 3. Nilai Parameter untuk Titik Kesetimbangan  $E_0$





Parameter	Nilai
N	1000
$\mu$	0,0055
$\alpha$	0,033
$\beta$	0,0016
$\rho$	0,01
$\varepsilon$	0,0003
$p$	0,1
$1 - p$	0,9
$q$	0,02
$1 - q$	0,98

Dari nilai parameter pada tabel diatas, terlebih dahulu akan dihitung nilai  $R_0$  yang diperoleh sebagai berikut:

$$R_0 = 0,8594413985$$

diperoleh  $R_0 < 1$ , kemudian dihitung nilai titik kesetimbangan  $E_0 = (1000,0,0,0)$ . Dalam simulasi titik kesetimbangan  $E_0$  digunakan empat nilai awal sebagai berikut:

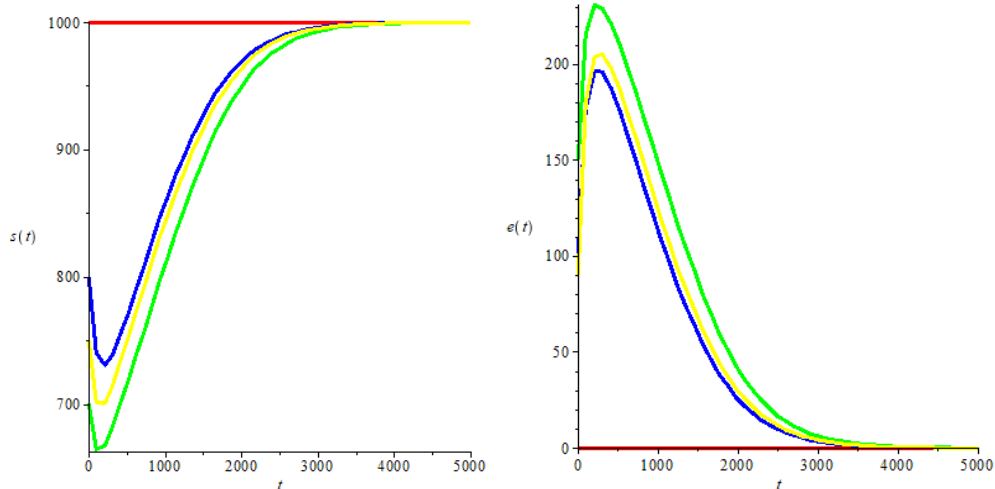
$$S(0) = 1000; E(0) = 0; I(0) = 0; Z(0) = 0$$

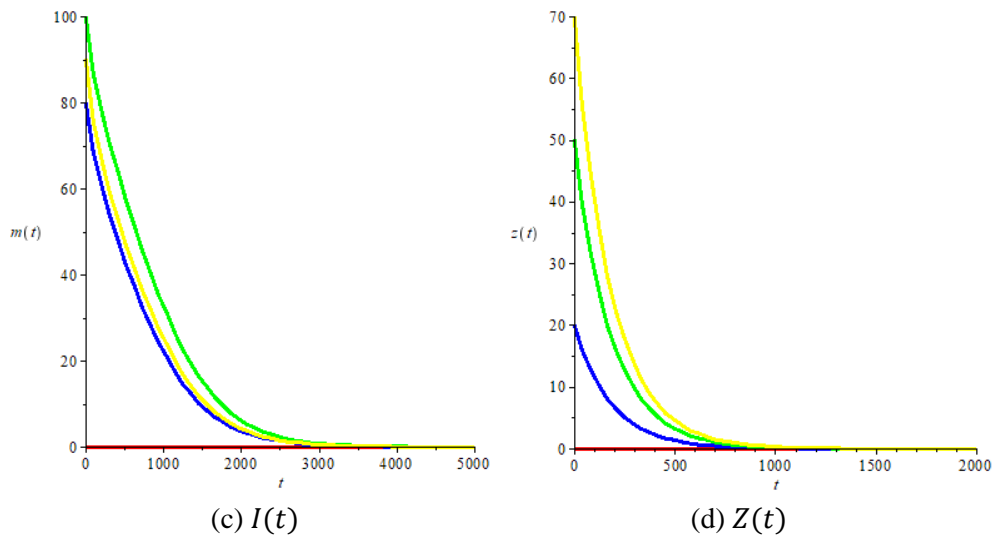
$$S(0) = 800; E(0) = 100; I(0) = 80; Z(0) = 20$$

$$S(0) = 700; E(0) = 150; I(0) = 100; Z(0) = 50$$

$$S(0) = 750; E(0) = 90; I(0) = 90; Z(0) = 70.$$

Berdasarkan nilai parameter dan nilai awal di atas, diperoleh grafik dari masing-masing kelas terhadap waktu  $t$  sebagai berikut:

(a)  $S(t)$ (b)  $E(t)$



Gambar 1. Trayektori di Sekitar Titik Bebas Penyebaran Ujaran Kebencian

Berdasarkan trayektori pada gambar 6, kurva merah merupakan kurva titik kesetimbangan bebas penyebaran. Kurva biru, hijau, kuning nantinya yang akan menentukan stabil atau tidaknya titik kesetimbangan penyakit pada masing-masing grafik. Pada gambar diatas, terlihat dari grafik bahwa kurva biru, hijau, kuning bergerak mendekati titik kesetimbangan  $E_0$ , sehingga titik kesetimbangan  $E_0$  bersifat stabil asimtotik. Hal ini juga diperkuat dengan nilai  $R_0 < 1$ , yang artinya tidak terjadi penyebaran ujaran kebencian di *twitter*.

### 3.3.2 Simulasi Titik Kesetimbangan $E_1$

Disimulasikan dengan keadaan dimana terjadi penyebaran ujaran kebencian di *twitter*, digunakan nilai parameter sebagai berikut:

Tabel 4. Nilai Parameter untuk Titik Kesetimbangan  $E_1$

Parameter	Nilai
$N$	1000
$\mu$	0,0055
$\alpha$	0,033
$\beta$	0,0016
$\rho$	0,142
$\varepsilon$	0,142
$p$	0,79
$1 - p$	0,21
$q$	0,02
$1 - q$	0,98

Dari nilai parameter pada tabel 4, terlebih dahulu akan dihitung nilai  $R_0$  yang diperoleh sebagai berikut:

$$R_0 = 2,503875185$$

Diperoleh  $R_0 > 1$ , kemudian dihitung nilai titik kesetimbangan  $E_1 = (165,8; 3,62; 830,4; 0)$ . Dalam simulasi titik kesetimbangan  $E_1$  digunakan empat nilai awal sebagai berikut:

$$S(0) = 166; E(0) = 4; I(0) = 830; Z(0) = 0$$

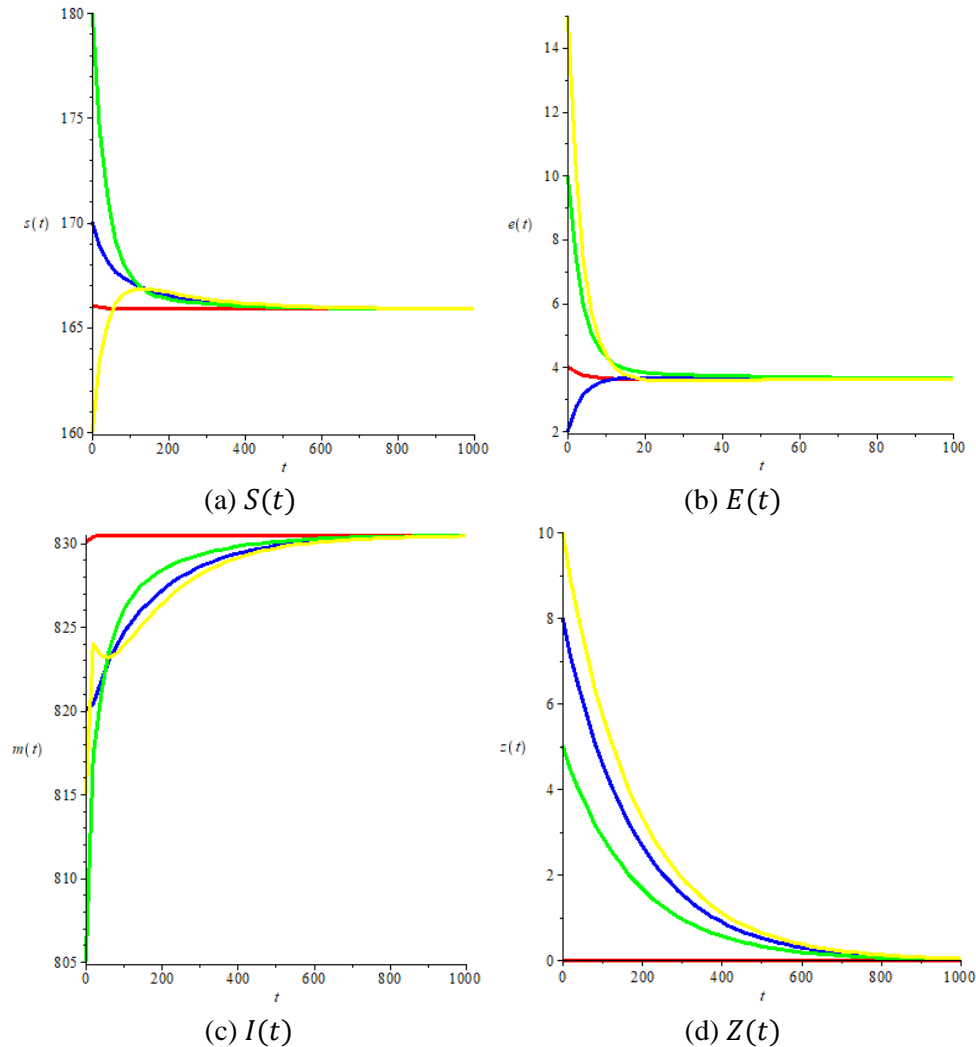
$$S(0) = 170; E(0) = 2; I(0) = 820; Z(0) = 8$$

$$S(0) = 180; E(0) = 10; I(0) = 805; Z(0) = 5$$



$$S(0) = 160; E(0) = 15; I(0) = 815; Z(0) = 10.$$

Berdasarkan nilai parameter dan nilai awal di atas, diperoleh grafik dari masing-masing kelas terhadap waktu  $t$  sebagai berikut



Gambar 2. Trayektori di Sekitar Titik Penyebaran Ujaran Kebencian

Berdasarkan trayektori pada gambar diatas, kurva merah merupakan kurva titik kesetimbangan penyebaran. Kurva biru, hijau, kuning nantinya yang akan menentukan stabil atau tidaknya titik kesetimbangan penyakit pada masing-masing grafik. Pada gambar diatas, terlihat dari grafik bahwa kurva biru, hijau, kuning bergerak mendekati titik kesetimbangan  $E_1$ , sehingga titik kesetimbangan  $E_1$  bersifat stabil asimtotik. Hal ini juga diperkuat dengan nilai  $R_0 > 1$ , yang artinya penyebaran ujaran kebencian di *twitter* akan mewabah.

#### 4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh model epidemi penyebaran ujaran kebencian di *twitter* berbentuk sistem persamaan nonlinear yang terdiri atas empat persamaan nonlinear, sehingga diperoleh hasil analisis model ini dengan dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas dan titik kesetimbangan endemik yang masing-masing bersifat stabil asimtotik dengan syarat tertentu. Bilangan reproduksi dasar yang dihasilkan menunjukkan penyakit akan mewabah apabila tingkat penularan antar akun semakin tinggi. Penyebaran ujaran kebencian di *twitter* juga dipengaruhi oleh laju transisi dari akun yang sudah terpapar menjadi akun yang ikut menyebarkan

dengan waktu tertentu. Tingkat penyebaran ujaran kebencian di *twitter* akan berkurang apabila laju pemberhentian akun meningkat.

## REFERENSI

- [1] Obar, J.A dan Wildman, S. 2015. Social media definition and the governance challenge : an introduction to the special issue. *Telecommunications Policy*, 39(9), 745-750.
- [2] S. Jain, V. Sharma, dan R. Kaushal. 2016. Pendektesian misinformasi otomatis secara real-time di *Twitter*. *International Conference on Advances in Computing, Communications, and Informations (ICACCI)*
- [3] Fernandi. 2022. Dampak komunikasi *toxic friendship* dengan teman sebaya terhadap prestasi Pendidikan di Geulanggang Gampong, Bireuen. *Journal of Communication*, 2(2), 93-111
- [4] J. Cheng, M. Bernstein, C. Danescu-Niculescu-Mizil, dan J. Leskovec. 2017. Everyone Can Become a Troll. *Prociding of the 2017 ACM Conference on Computer Supported Cooperative Work and Social Computing*, 1217-1230
- [5] Obadimu, A., Mead, E., Husain, MN, dan Agarwal, N., 2019. Identifying Toxicity within Youtube Video Comment. *Journal of Bioinformatics*, 11549, 214-223
- [6] L. Zhang, R. Ghosh, M. Dekhil, M. Shu, and B. Liu. 2011. *Combining Lexicon-based and Learning-based Method for Twitter Sentiment Analysis*. Vol 89
- [7] Mustofa. 2019. Peran Hastag(#) dalam media sosial sebagai upaya branding pustakawan. *Journal of Libraria ISI Surakarta*, 7(1)
- [8] Juditha, Christiani. 2015. *Fenomena trending topik di twitter: analisis wacana tweet #savehajilulung*. Balai bear pengkajian dan pengembangan komunikasi dan Informatika (BBPPKI) Makassar. 16(2), 138-154
- [9] L. Wu, F. Morstatter, K. M. Carley, and H. Liu. 2019. "Misinformation in social media: definition, manipulation, and detection," *ACM SIGKDD Explor. Newsl.*, vol. 21, no. 2, pp. 80-90
- [10] K. Shu, S. Wang, D. Lee, and H. Liu. 2020. "Mining Disinformation and Fake News: Concepts, Methods, and Recent Advancements," arXiv Prepr. arXiv2001.00623
- [11] Widowati & Sutimin. 2013. *Buku ajar pemodelan matematika*. Jurusan Matematika Universitas Negeri Diponegoro, Semarang.
- [12] Suci, N., Arnellis, dan Rossa, M. 2014. Model Matematika Kerusakan Sumber Daya Hutan di Indonesia. *Journal of Mathematics UNP*, 2(1)
- [13] Paul, Arindam Kumar dan Biswas, Md. Haider Ali. 2019. Modeling the dynamics of spreading rumors and fake news through online and social media. *Proceedings of the 2nd International Conference on Industrial and Mechanical Engineering and Operations Management (IMEOM), Dhaka, Bangladesh, December 12-13, 2019*
- [14] F. Jin, E. Dougherty, P. Saraf, Y. Cao, and N. Ramakrishnan, 2013. "Epidemiological modeling of news and rumors on *twitter*" in *Proceedings of the 7th workshop on social network mining and analysis, 2013*, pp. 1-9.
- [15] L. M. A. Bettencourt, A. Cintron-Arias, D. I. Kaiser, dan C. Castillo-Chaves. 2006. "The power of a good idea: Quantitative modeling of the spread of ideas from epidemiological models", *Phys. A Stat. Mech. Its Appl.*, vol 364, pp. 513-536