

# Model Matematika Penyebaran Penyakit Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) Berdasarkan Lokasi Anatomi Akibat Bakteri *Streptococcus pneumoniae*

Diana Leris<sup>1</sup>, Media Rosha<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Prodi Matematika, Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan dan Alam Universitas Negeri Padang (UNP)

## Article Info

### Article history:

Received February 03, 2023

Revised February 15, 2023

Accepted June 30, 2023

### Keywords:

*Streptococcus Pneumoniae*

Mathematical model

Equilibrium point

### Kata Kunci:

*Streptococcus Pneumoniae*

Model Matematika

Titik Ekuilibrium

## ABSTRACT

*Streptococcus pneumoniae* is a bacterium that attacks the human respiratory tract. *Streptococcus pneumoniae* bacteria cause respiratory diseases in the form of pneumonia, otitis media, sinusitis, sepsis, peritonitis, and abscesses. The purpose of this study was to establish, analyze, and interpret the mathematical model of the spread of *Acute Respiratory Infections* (ARI) based on the anatomical location of the *Streptococcus pneumoniae* bacteria. In the mathematical population formation model, the human population is divided into six population groups: *susceptible*, *exposed*, *sinusitis infections*, *otitis media infections*, *pneumonia infections*, and *recovered*. An analysis of the stability of the system around the equilibrium point produces two points, namely, disease-free points, which will be asymptotically stable if  $\beta\pi < \mu(\mu + \varepsilon + \rho)$ . While the endemic point of the disease will be asymptotically stable if  $\beta\pi - \mu(\mu + \varepsilon + \rho) > 0$ .

## ABSTRAK

*Streptococcus pneumoniae* adalah bakteri yang menyerang saluran pernapasan manusia. Bakteri *Streptococcus pneumoniae* mengakibatkan penyakit pernapasan berupa pneumonia, otitis media, sinusitis, sepsis, peritonitis, dan abses. Tujuan penelitian ini adalah untuk membentuk, menganalisis, dan menginterpretasikan model matematika penyebaran penyakit Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*. Dalam pembentukan model matematika populasi manusia dibagi ke dalam enam kelompok populasi yaitu *susceptible*, *exposed*, *infeksi sinusitis*, *infeksi otitis media*, *infeksi pneumonia*, dan *recovered*. Analisis kestabilan sistem di sekitar titik ekuilibrium menghasilkan dua titik yaitu titik bebas penyakit yang akan bersifat stabil asimtotik jika  $\beta\pi < \mu(\mu + \varepsilon + \rho)$ . Sedangkan titik endemik penyakit akan bersifat stabil asimtotik jika  $\beta\pi - \mu(\mu + \varepsilon + \rho) > 0$ .

This is an open access article under the [CC BY-SA](#) license.



## Diana Leris

(Diana Leris)

Prodi Matematika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,

Universitas Negeri Padang, Jl. Prof. Dr. Hamka, Air Tawar barat, Padang Utara, Padang, 25171 Padang, Sumatera Barat

Email: dianaleris488@gmail.com

## 1. PENDAHULUAN

Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) merupakan suatu penyakit yang diakibatkan oleh bakteri, ISPA telah menjadi penyakit umum bagi masyarakat [1]. ISPA biasanya paling banyak terjadi pada balita dan juga menjadi penyebab kematian utama pada balita [2]. Berdasarkan wilayah infeksi, ISPA terbagi menjadi infeksi saluran pernapasan akut bagian atas (ISPA atas) yang menyerang saluran nafas mulai dari hidung dan infeksi saluran pernapasan akut bagian bawah (ISPA bawah) yang menyerang saluran pernapasan bagian atas hingga alveoli termasuk sinus, rongga telinga tengah dan pleura [3].

Faktor utama penyebab ISPA ini dikarenakan adanya berbagai macam mikroorganisme, namun kasus terbanyak diakibatkan oleh infeksi dari bakteri [4]. Pada tahun 2007, ISPA menjadi salah satu faktor utama penyebab morbiditas dan mortalitas penyakit menular di dunia. Hampir empat juta orang dinyatakan meninggal dunia akibat penyakit ISPA, 98%-nya disebabkan oleh infeksi saluran pernapasan bawah. Kelompok yang berisiko terserang ISPA adalah anak-anak dan orang lanjut usia [5].

Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) merupakan salah satu penyakit yang paling memerlukan tindakan yang berkelanjutan dari usaha mewujudkan lingkungan dan kebiasaan hidup yang sehat karena penyakit ini dapat muncul bergantung kepada kebiasaan individu dalam menjaga kesehatan dan lingkungan [6].

Di Indonesia, ISPA masih menjadi masalah kesehatan utama bagi masyarakat. Menurut Kementerian Kesehatan (Kemenkes) pada tahun 2018, kasus ISPA mencapai 28% dengan 533,187 kasus yang ditemukan pada tahun 2016 dengan 18 provinsi diantaranya mempunyai prevalensi di atas angka nasional [7]. *Streptococcus pneumoniae* merupakan suatu bakteri penyebab ISPA yang umumnya diawali dengan infeksi saluran pernapasan bagian atas yaitu pada bagian hidung dan tenggorokan. Infeksi ini dapat menjalar ke paru-paru karena sistem imun yang belum terbentuk dengan sempurna, sehingga tubuh tidak mampu membasmi infeksi awal yang sebenarnya ringan dan menyebabkan infeksi saluran pernapasan bagian bawah yaitu pneumonia [8]. Pada saat bakteri *Streptococcus pneumoniae* menyerang saluran pernapasan bagian atas, akan menyebabkan infeksi saluran pernapasan bagian atas yaitu sinusitis dan otitis media. Sedangkan saat *Streptococcus pneumoniae* menyerang saluran pernapasan bagian bawah akan menyebabkan infeksi saluran pernapasan bawah yaitu pneumonia [9].

Penyakit ini termasuk jenis penyakit yang sangat berbahaya karena dapat mewabah dengan cepat melalui udara dan makanan serta melalui pencemaran lingkungan. Maka perlu dilakukan penelitian dengan menggunakan model matematika [10]. Model matematika untuk penyakit yang menular telah diakui sebagai metode yang dapat memberi pemahaman mengenai dinamika infeksi dalam tubuh, dinamika penularan dalam populasi manusia, dan perumusan program pengendalian penyakit [11].

Pembentukan model matematika penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae* ini memiliki peranan penting dalam mencegah penyebaran penyakit agar tidak meluas [12]. Dengan menggunakan berbagai asumsi, permasalahan yang ada dapat diinformasikan dalam model matematika. Dalam model matematika yang ada, selanjutnya dapat dianalisis perilaku-perilaku yang ada di dalamnya. Dengan demikian akan diketahui tingkat penyebaran suatu penyakit menular. Beberapa keuntungan dari pemodelan ini adalah yang pertama dapat digunakan sebagai sarana simulasi, sehingga dapat memprediksi, memperkirakan, dan mempelajari berbagai kemungkinan yang dapat terjadi jika skenario diaplikasikan dalam model [13].

Pada penelitian ini akan dikaji penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae* yang terdiri atas enam kelas, yaitu: *susceptible* (S), *exposed* (E), *infeksi sinusitis* (A), *infeksi otitis media* (B), *infeksi pneumonia* (P), dan *recovered* (R).

## 2. METODE

Penelitian ini merupakan jenis penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif yaitu dengan menganalisis teori-teori yang relevan dengan permasalahan yang akan dibahas serta berlandaskan pada studi kepustakaan [14].

Adapun langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini sebagai berikut [15] :

1. Mengidentifikasi masalah untuk penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*.
2. Mengumpulkan teori-teori yang sesuai dengan permasalahan penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*.
3. Menentukan asumsi, variabel, dan parameter yang bisa membantu dalam membuat dan menganalisis model matematika penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*.
4. Membentuk model matematika penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*.
5. Menganalisis kestabilan pada model matematika penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*.
6. Menginterpretasi hasil analisis model matematika penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*.
7. Membuat kesimpulan.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1. Model Matematika Penyebaran Penyakit ISPA Berdasarkan Lokasi Anatomi Akibat Bakteri *Streptococcus pneumoniae*

Variabel yang digunakan pada model matematika penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae* adalah:

$S$  : Kelompok individu yang rentan terhadap penyakit

$E$  : Kelompok individu laten

$A$  : Kelompok individu terinfeksi sinusitis

$B$  : Kelompok individu terinfeksi otitis media

$P$  : Kelompok individu terinfeksi pneumonia

$R$  : Kelompok individu yang sembuh terhadap penyakit.

Parameter yang digunakan adalah:

$\pi$  : Laju kelahiran individu

$\mu$  : Laju kematian individu

$\omega$  : Laju kematian individu akibat penyakit pneumonia

$\beta$  : Laju penularan akibat individu berinteraksi dengan individu yang terinfeksi

$\varepsilon$  : Laju individu laten menjadi individu terinfeksi sinusitis

$\rho$  : Laju individu laten menjadi individu terinfeksi otitis media

$\theta$  : Laju individu terinfeksi sinusitis menjadi individu terinfeksi pneumonia

$\delta$  : Laju individu terinfeksi sinusitis menjadi individu terinfeksi otitis media

$\gamma$  : Laju individu terinfeksi otitis media menjadi individu terinfeksi pneumonia

$\sigma_1$  : Laju individu yang sembuh dari penyakit sinusitis

$\sigma_2$  : Laju individu yang sembuh dari penyakit otitis media

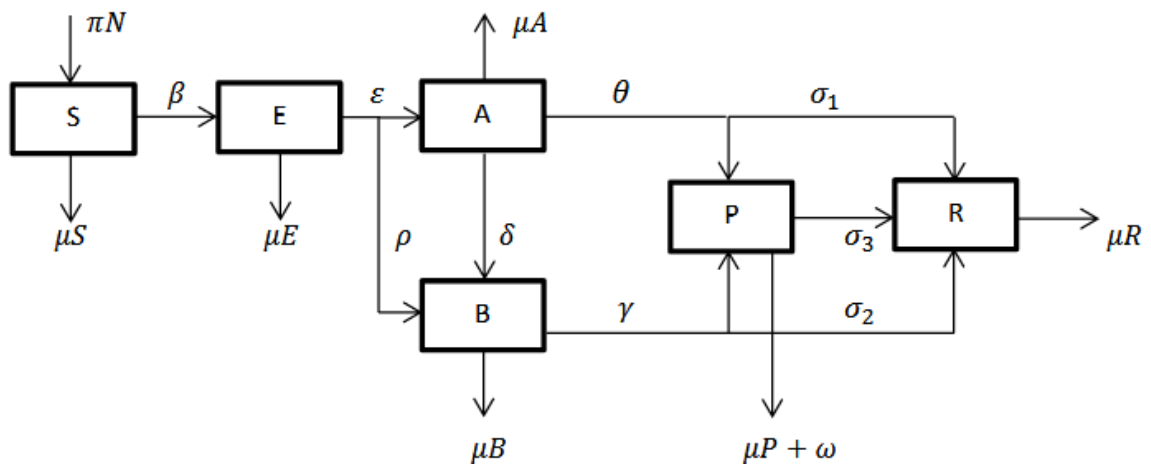
$\sigma_3$  : Laju individu yang sembuh dari penyakit pneumonia.

Selanjutnya adalah menentukan asumsi untuk model penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*. Berdasarkan permasalahan, asumsi yang akan digunakan adalah:

1. Penyakit memiliki masa inkubasi
2. Tingkat kelahiran dan kematian alami diasumsikan sama sehingga total populasi konstan
3. Populasi tertutup
4. Individu baru lahir rentan terhadap penyakit

5. Adanya kematian alami
6. Tidak ada kematian akibat ISPA bagian atas
7. Individu akan terinfeksi jika berinteraksi dengan individu yang sudah terinfeksi
8. Individu mengalami masa inkubasi
9. Individu yang telah sembuh memiliki kekebalan terhadap penyakit.

Konstruksi model yang menggambarkan penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae* digambarkan sebagai berikut:



**Gambar 1. Diagram Kompartemen Model SEABPR Penyakit ISPA Berdasarkan Lokasi Anatomi Akibat Bakteri *Streptococcus pneumoniae***

Berdasarkan diagram alir pada Gambar 1 dapat dibentuk model matematika sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \pi N - \beta S \frac{E}{N} - \mu S \\
 \frac{dE}{dt} &= \beta S \frac{E}{N} - (\mu + \varepsilon + \rho)E \\
 \frac{dA}{dt} &= \varepsilon E - (\mu + \delta + \theta + \sigma_1)A \\
 \frac{dB}{dt} &= \rho E + \delta A - (\mu + \gamma + \sigma_2)B \\
 \frac{dP}{dt} &= \theta A + \gamma B - (\mu + \sigma_3 - \omega)P \\
 \frac{dR}{dt} &= \sigma_1 A + \sigma_2 B + \sigma_3 P - \mu R.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

### 3.2. Hasil Analisis Model Matematika Penyebaran Penyakit ISPA Berdasarkan Lokasi Anatomi Akibat Bakteri *Streptococcus pneumoniae*

#### 3.2.1. Titik Bebas Penyakit dan Titik Endemik Penyakit

Titik bebas penyakit merupakan suatu keadaan dimana tidak terdapat penyakit dalam suatu populasi atau tidak ada individu yang terinfeksi penyakit ISPA. Menggunakan asumsi  $E = 0, A = 0, B = 0, P = 0$  dan  $R = 0$ . Berdasarkan analisis dari sistem (1) diperoleh titik tetap penyakit sebagai berikut:

$$Z_0 = \left( \frac{\pi}{\mu}, 0, 0, 0, 0 \right).$$

Titik endemik penyakit merupakan suatu keadaan dimana terdapat penyakit dalam populasi atau selalu ada individu yang terinfeksi penyakit ISPA. Berdasarkan analisis dari sistem (1) diperoleh titik endemik penyakit sebagai berikut:

$$Z_* = (S^*, E^*, A^*, B^*, P^*, R^*)$$

dengan

$$\begin{aligned} S^* &= \frac{\mu + \varepsilon + \rho}{\beta} \\ E^* &= \frac{\beta\pi - \mu(\mu + \varepsilon + \rho)}{\beta(\mu + \varepsilon + \rho)} \\ A^* &= \frac{\varepsilon(\beta\pi - \mu(\mu + \varepsilon + \rho))}{\beta(\mu + \varepsilon + \rho)(\mu + \delta + \theta + \sigma_1)} \\ B^* &= \frac{(\rho\mu + \rho\delta + \rho\theta + \rho\sigma_1 - \delta\varepsilon)(\beta\pi - \mu(\mu + \varepsilon + \rho))}{(\mu + \gamma + \sigma_2)\beta(\mu + \varepsilon + \rho)(\mu + \delta + \theta + \sigma_1)} \\ P^* &= \frac{(\varepsilon\theta(\mu + \gamma + \sigma_2) + \gamma(\rho\sigma_1 + \delta\varepsilon + \rho\delta + \rho\mu + \rho\theta))\varepsilon(\beta\pi - \mu(\mu + \varepsilon + \rho))}{(\mu + \omega + \sigma_3)(\mu + \gamma + \sigma_2)\beta(\mu + \varepsilon + \rho)(\mu + \delta + \theta + \sigma_1)} \\ R^* &= \frac{\sigma_1 A^* + \sigma_2 B^* + \sigma_3 P^*}{\mu} \end{aligned}$$

### 3.2.2. Bilangan Reproduksi Dasar ( $R_0$ )

Bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) merupakan suatu ukuran potensi penyebaran penyakit. Untuk mencari nilai ( $R_0$ ) dari penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus Pneumoniae* maka digunakan *matrix next generation* yang berdasarkan pada variabel *Exposed*, *Infeksi Sinusitis*, *Infeksi Otitis Media*, dan *Infeksi Pneumonia*. Berdasarkan persamaan variabel  $E$ ,  $A$ ,  $B$ , dan  $P$  diperoleh:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\beta\pi}{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} \mu + \varepsilon + \rho & 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon & \mu + \delta + \theta + \sigma_1 & 0 & 0 \\ \varepsilon & \delta & \mu + \gamma + \sigma_2 & 0 \\ 0 & \theta & \gamma & \mu + \sigma_3 \end{bmatrix}.$$

Maka,  $K = FV^{-1}$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\beta\pi}{\mu(\mu + \varepsilon + \rho)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Nilai Reproduksi dasar ( $R_0$ ) adalah nilai eigen terbesar dari  $K$  dengan menggunakan rumus  $(\lambda I - K) = 0$ , sehingga diperoleh nilai  $\lambda_1 = \frac{\beta\pi}{\mu(\mu + \varepsilon + \rho)}$ ,  $\lambda_2 = 0$ ,  $\lambda_3 = 0$ , dan  $\lambda_4 = 0$ . Diperoleh nilai Reproduksi Dasar yaitu:

$$R_0 = \frac{\beta\pi}{\mu(\mu + \varepsilon + \rho)}.$$

### 3.2.3. Analisis Kestabilan Titik Tetap

Kestabilan titik tetap diperoleh dengan melakukan pelinearan sistem (1), sehingga diperoleh matriks jacobian untuk kesetimbangan bebas penyakit:

$$J(S, E, A, B, P, R) = \begin{bmatrix} -\beta e - \mu & -\beta s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta e & \beta s - (\mu + \varepsilon + \rho) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & -(\mu + \delta + \theta + \sigma_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & \delta & -(\mu + \gamma + \sigma_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta & \gamma & -(\mu + \omega + \sigma_3) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 & -\mu \end{bmatrix}.$$

#### 3.2.3.1. Analisis Kestabilan Titik Bebas Penyakit

Titik tetap pertama ( $Z_0$ ) menggambarkan keadaan bebas penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi aibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*. Untuk mengetahui kestabilan  $Z_0$  dengan langkah mencari nilai eigen dari matriks  $J(Z_0)$  menggunakan rumus  $|\lambda I - J(Z_0)| = 0$ , diperoleh:

$$J(Z_0) = \begin{bmatrix} -\mu & -\frac{\beta\pi}{\mu} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta\pi}{\mu} - (\mu + \varepsilon + \rho) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & -(\mu + \delta + \theta + \sigma_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & \delta & -(\mu + \gamma + \sigma_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta & \gamma & -(\mu + \omega + \sigma_3) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 & -\mu \end{bmatrix}$$

Dari matriks jacobian titik tetap  $Z_0$  diperoleh nilai eigen sebagai berikut

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -\mu$$

$$\lambda_4 = -\mu - \sigma_3$$

$$\lambda_5 = -\mu - \gamma - \sigma_2$$

$$\lambda_6 = -\mu - \delta - \theta - \sigma_1$$

Kemudian akan dianalisis untuk  $\lambda_3$

$$\lambda_3 = \frac{\beta\pi - \mu(\varepsilon + \mu + \rho)}{\mu}, \text{ maka } \lambda_3 < 0 \text{ akan terpenuhi dengan syarat } \beta\pi < \mu(\mu + \varepsilon + \rho).$$

Dapat dilihat bahwa semua nilai eigen dari matriks Jacobian pada titik bebas penyakit bernilai negatif. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa titik bebas penyakit stabil asimtotik.

### 3.2.3.2. Analisis Kestabilan Titik Endemik Penyakit

Titik tetap kedua ( $Z_*$ ) menggambarkan keendemikan penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*. Untuk mengetahui kestabilan  $Z_*$  dengan langkah mencari nilai eigen dari matriks  $J(Z_*)$  sebagai berikut:

$$J(Z_*) = \begin{bmatrix} -\frac{\beta\pi - \varepsilon\mu - \mu^2 - \mu\rho}{\mu + \varepsilon + \rho} - \mu & \varepsilon - \mu - \rho & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta\pi - \varepsilon\mu - \mu^2 - \mu\rho}{\mu + \varepsilon + \rho} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & -(\mu + \delta + \theta + \sigma_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & \delta & -(\mu + \gamma + \sigma_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta & \gamma & -(\mu + \omega + \sigma_3) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 & -\mu \end{bmatrix}$$

Evaluasi matriks Jacobi memberikan persamaan karakteristik dalam  $\lambda$  sebagai berikut:

$$(\lambda + \mu)(\beta\varepsilon\pi + \beta\lambda\pi + \beta\mu\pi + \beta\pi\rho - \varepsilon^2\mu + \varepsilon\lambda^2 - 2\varepsilon\mu^2 - 2\varepsilon\mu\rho + \lambda^2\mu + \lambda^2\rho - \mu^3 - 2\mu^2\rho - \mu\rho^2)(\sigma_3 + \lambda + \mu)(\gamma + \sigma_2 + \lambda + \mu)(\sigma_1 + \delta + \lambda + \mu + \theta) = 0.$$

Persamaan karakteristik tersebut memberikan nilai eigen

$$\lambda_1 = -\mu$$

$$\lambda_2 = -\mu - \sigma_3$$

$$\lambda_3 = -\mu - \gamma - \sigma_2$$

$$\lambda_4 = -\mu - \delta - \theta - \sigma_1.$$

Kemudian dua nilai eigen lainnya diperoleh persamaan karakteristik berikut:

$$\lambda^2(\mu + \varepsilon + \rho) + \lambda\pi\beta + (\mu + \varepsilon + \rho)(\beta\pi - \mu^2 - \mu\varepsilon - \mu\rho) = 0.$$

Dengan menggunakan tabel *Routh-Hurwitz* untuk  $n = 2$  berikut:

**Tabel 1. Routh-Hurwitz**

$\lambda^2$	$(\mu + \varepsilon + \rho)$	$(\mu + \varepsilon + \rho)(\beta\pi - \mu^2 - \mu\varepsilon - \mu\rho)$
$\lambda$	$\pi\beta$	0
$\lambda^0$	$(\mu + \varepsilon + \rho)(\beta\pi - \mu^2 - \mu\varepsilon - \mu\rho)$	0

Diperoleh  $\beta\pi - \mu(\mu + \varepsilon + \rho) > 0$ .

Karena semua koefisien pertama dari tabel *Routh-Hurwitz* bertanda sama, maka syarat perlu untuk dikatakan stabil terpenuhi. Oleh karena itu, semua nilai eigen dari matriks Jacobian pada titik tetap endemik penyakit bernilai negatif. Hal ini berarti titik tetap endemik penyakit stabil asimtotik.

### 3.3. Interpretasi Model

#### 3.3.1. Simulasi Model Matematika Dengan Titik Bebas Penyakit

Dinamika penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae* menggunakan model yang telah dikonstruksi pada sistem (1) disimulasikan menggunakan nilai-nilai parameter dan nilai awal untuk setiap kompartemen yang dinyatakan pada Tabel 2 dan Tabel 3.

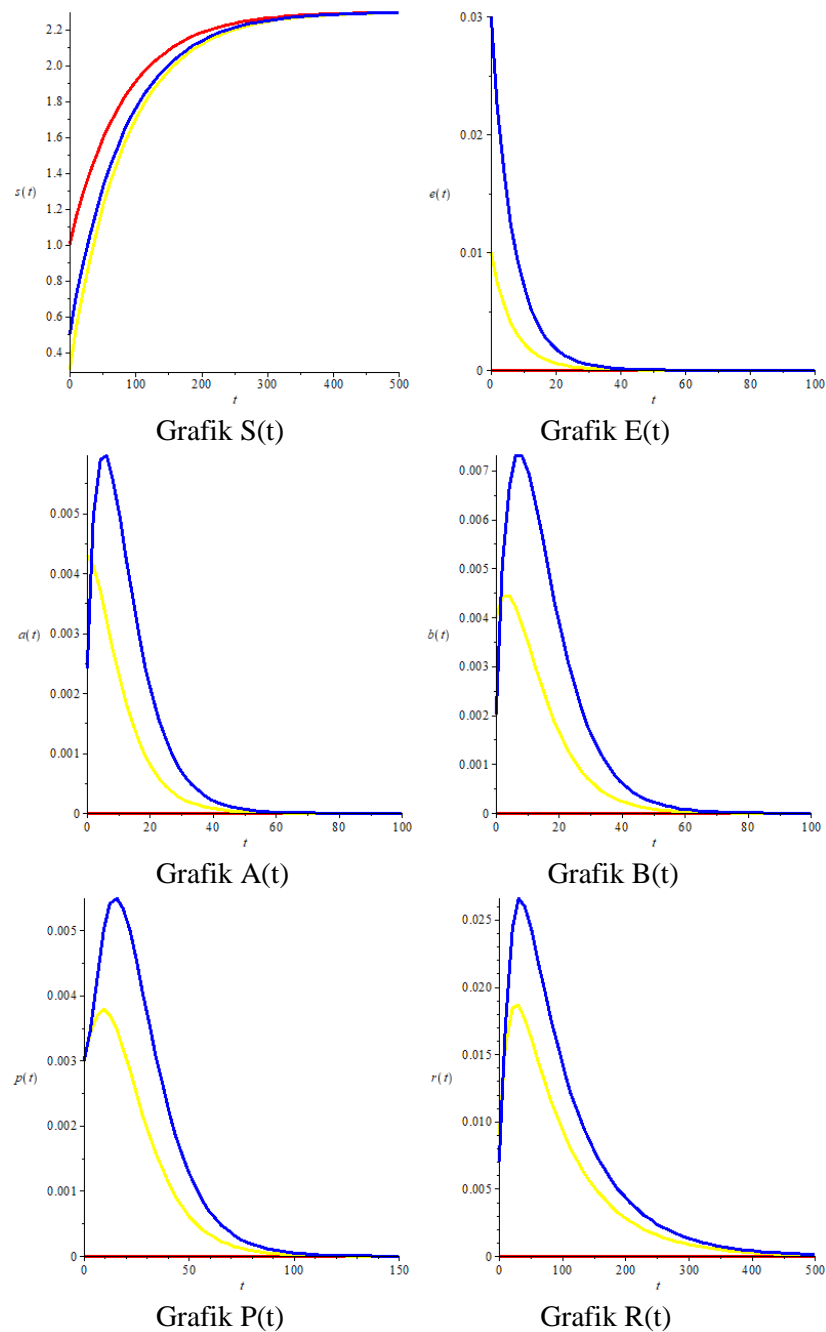
**Tabel 2. Nilai Parameter untuk Titik Tetap Bebas Penyakit**

Parameter	Nilai
$\pi$	0,0012
$\mu$	0,0012
$\omega$	0,00168
$\beta$	0,0187
$\varepsilon$	0,0714
$\rho$	0,07
$\theta$	0,04
$\delta$	0,033
$\gamma$	0,045
$\sigma_1$	0,08
$\sigma_2$	0,07
$\sigma_3$	0,06

**Tabel 3. Nilai Awal untuk Titik Tetap Bebas Penyakit**

Kompartemen	Nilai		
S	1	0.3	0.5
E	0	0.01	0.03
A	0	0.0043	0.0024
B	0	0.0040	0.0020
P	0	0.0030	0.0030
R	0	0.009	0.007

Selanjutnya dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan Software Maple 17 untuk melihat trayektori masing-masing kompartemen.



**Gambar 2. Trayektori Di Sekitar Titik Tetap Bebas Penyakit**

Berdasarkan gambar 2, kurva merah, kuning dan biru masing-masing menunjukkan kurva trayektori dengan nilai awal yang berbeda-beda. Dapat dilihat bahwa titik  $Z_0 = \left(\frac{\pi}{\mu}, 0, 0, 0, 0, 0\right)$  merupakan titik stabil asimtotik karena trayektori (kurva kuning dan biru) dari masing-masing grafik bergerak mendekati titik bebas dari penyebaran ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*. Pada kondisi ini dapat diartikan bahwa tidak akan terjadi penyebaran ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae* dalam suatu populasi.



### 3.3.2. Simulasi Model Matematika Dengan Titik Endemik Penyakit

Dinamika penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae* menggunakan model yang telah dikonstruksi pada sistem (1) disimulasikan menggunakan nilai-nilai parameter dan nilai awal untuk setiap kompartemen yang dinyatakan pada Tabel 4 dan Tabel 5.

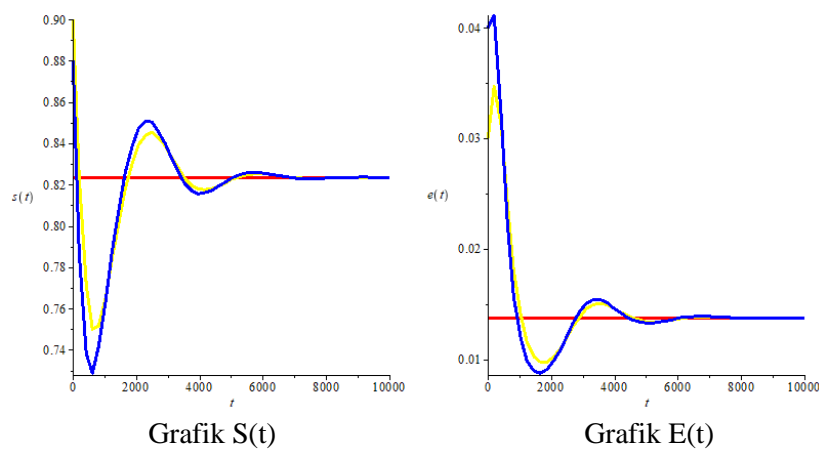
**Tabel 4. Nilai Parameter untuk Titik Tetap Endemik**

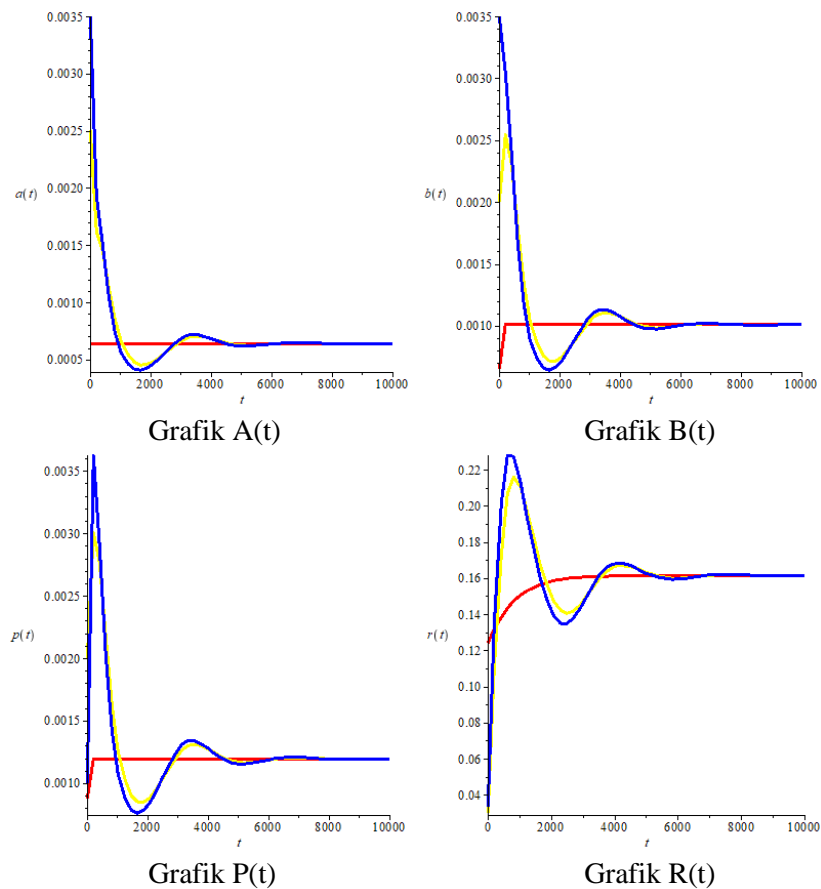
Parameter	Nilai
$\pi$	0,0012
$\mu$	0,0012
$\omega$	0,00168
$\beta$	0,0187
$\varepsilon$	0,0072
$\rho$	0,007
$\theta$	0,04
$\delta$	0,033
$\gamma$	0,045
$\sigma_1$	0,08
$\sigma_2$	0,07
$\sigma_3$	0,06

**Tabel 5. Nilai Awal untuk Titik Tetap Endemik**

Kompartemen	Nilai		
S	0,8235294118	0,9	0,88
E	0,01375095493	0,03	0,04
A	0.0006420679345	0,0025	0,0035
B	0.0006460279059	0,0020	0,0035
P	0.0008707692931	0,0020	0,001
R	0.1240279548	0,03	0,033

Selanjutnya dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan Software Maple 17 untuk melihat trayektori masing-masing kompartemen.





**Gambar 3. Trayektori Di Sekitar Titik Tetap Endemik**

Berdasarkan gambar 3, kurva merah, kuning dan biru masing-masing menunjukkan kurva trayektori dengan nilai awal yang berbeda-beda. Dapat dilihat bahwa titik  $Z_* = (s^*, e^*, a^*, b^*, p^*, r^*)$  merupakan titik stabil asimtotik karena trayektori (kurva kuning dan biru) dari masing-masing grafik bergerak mendekati titik endemik dari penyebaran ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae*. Pada kondisi ini dapat diartikan bahwa terjadi penyebaran penyakit ISPA berdasarkan lokasi anatomi akibat bakteri *Streptococcus pneumoniae* dalam suatu populasi tetapi akan menghilang dalam jangka waktu tertentu.

#### 4. Kesimpulan

Model matematika SEABPR menghasilkan dua titik tetap, yaitu titik bebas penyakit yang akan bersifat stabil jika  $\beta\pi < \mu(\mu + \varepsilon + \rho)$ . Sedangkan titik endemik penyakit akan bersifat stabil jika  $\beta\pi - \mu(\mu + \varepsilon + \rho) > 0$ . Hasil simulasi menunjukkan bahwa penyakit ISPA tidak akan mewabah dalam populasi saat kondisi  $R_0 < 1$ . Sedangkan pada kondisi  $R_0 > 1$ , penyakit ISPA akan mewabah dalam populasi tetapi semakin lama akan semakin menghilang pada jangka waktu tertentu.

#### REFERENSI

- [1] C. Mulat, Trimaya, "Studi Kasus Pada Pasien Dengan Masalah Kesehatan ISPA di Kelurahan Barombong Kecamatan Tamalete Kota Makassar," vol.6, no. 2, hal. 1384-1387, 2018.
- [2] R. Novesar, Aidil, "Pola Kejadian ISPA pada Balita di Wilayah Kerja Puskesmas Anak Air Padang Tahun 2022," vol. 3, no, 3, hal. 339-342, 2014.

- [3] Irianto, K. (2015). "Memahami Berbagai Macam Penyakit." Bandung:Alfabeta.
- [4] Depkes RI., 2010. *Profil Kesehatan Indonesia*. [www.depkes.go.id](http://www.depkes.go.id). Departemen Kesehatan Republik Indonesia. Jakarta.
- [5] Syahidi, M.H, Gayatri, Dwi & Bantas, Krisnawati, "Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kejadian Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) pada Anak Berumur 15-29 Bulan di Puskesmas Kelurahan Tebet Barat, Kecamatan Tebet, Jakarta Selatan, Tahun 2013," vol. 1, no. 1, hal. 23-27, 2013.
- [6] Dongky, Patmawati & Kadrianti, "Faktor Risiko Lingkungan Fisik Rumah Dengan Kejadian ISPA Balita di Kelurahan Takatidung Polewali Mandar," vol. 5, no. 4, hal. 324-329, 2016.
- [7] Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.(2018). *Profil Data Kesehatan Indonesia*. <https://pusdatin.kemkes.go.id>. Diakses 15 Januari 2021.
- [8] R. Handayani, Wuri. 2020. "Pneumonia: Epidemiologi, Faktor Risiko Pada Balita." Jawa Tengah: Pena Persada.
- [9] Fa'idha, A.F, Mufida, D.C & Febianti, Zahrah, "Peran Protein Hemaglutinin Pili *Streptococcus Pnemuoniae* 54 kDa Sebagai Adhesin," vol. 13, no. 02, hal. 2477-3948, 2020.
- [10] P. Putri and M. R. Mantu, "Pengaruh lingkungan fisik rumah terhadap kejadian ISPA pada balita di Kecamatan Cindawan Kota Cilegon periode Juli-Agustus 2016," vol. 1, no. 2, hal. 31-41, 2014.
- [11] Darmawan, N.C & Tasman, Hengki, "Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia Dengan Intervensi," vol. 18, no. 1, 2022.
- [12] Nurfadilah, Fardinah & Hikmah, "Analisis Model Matematika Penyebaran Penyakit Ispa," vol. 3, no. 1, hal. 14-22, 2021.
- [13] Saltina, "Model Matematika Tipe SEIQR Pada Penyebaran Penyakit Difteri," vol. 1, no. 1, hal. 14-29, 2022.
- [14] Ulfah, Novita & Rosha, Media, "Model Matematika Pengaruh Pemberian *Gadget* Terhadap Anak Usia Dini," vol. 3, no. 3, hal. 87-93, 2020.
- [15] Yulida, Yuni & Karim, M.A, "Model Matematika SEIRD (*Supceptible, Exposed, Infected, Recovered, dan Death*) Untuk Penyebaran Penyakit ISPA," vol.15, no. 7, hal. 15-22, 2021.