Optimasi Rata-Rata Produksi Jagung di Kabupaten Lima Puluh Kota Menggunakan Pemrograman Kuadratik Metode Wolfe

Sari Fitri[1], Helma[2]
[1,2],Departemen Matematika,Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan dan Alam Universitas Negeri Padang (UNP)

Article Info

Article history:

Received January 19, 2023
Revised February 02, 2023
Accepted June 30, 2023

Keywords:

Optimization
Average Production
Quadratic Programming
Wolfe Method

Kata Kunci:

Optimasi
Rata-rata Produksi
Pemrograman Kuadratik
Metode Wolfe

ABSTRACT

This research was an experimented research that purpose to form a mathematical model for optimizing average corn production in Fifty Cities District with the constraint that the harvested area should not be more than the planted area and solve the model with the Wolfe quadratic programming method. The model of mathematical in the research was a model by formed nonlinear using the method of least squares. Then use the Wolfe method to form a new linear objective function and constraints in the form of Karush Kuhn-Tucker conditions. The results showed that the optimal average corn production in Fifty Cities District was 49.00456 tons/Ha with an optimal corn harvest area of 656.256 Ha.

ABSTRAK

Penelitian ini termasuk pada penelitian terapan yang dilaksanakan dengan tujuan untuk membentuk model matematika optimalisasi produksi jagung rata-rata pada Kabupaten Lima Puluh Kota dengan kendala luas panen tidak boleh lebih dari luas tanam serta menyelesaikan model dengan pemrograman kuadratik metode Wolfe. Model matematika pada penelitian ini yakni model nonlinear yang dibuat memakai metode kuadrat terkecil. Kemudian menggunakan metode Wolfe pada upaya membuat fungsi tujuan baru yang linear dan kendala dalam bentuk syarat *Karush Kuhn-Tucker*. Hasil penelitian menunjukkan jumlah produksi jagung rata-rata pada Kabupaten Lima Puluh Kota yang optimal yaitu 49,00456 ton/Ha dengan luas panen jagung yang optimal sebesar 656,256 Ha.

Sari Fitri

(Sari Fitri)
Departemen Matematika,Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Padang, Jl.Prof.Dr. Hamka,Air Tawar barat,Padang Utara, Padang, 25171 Padang,Sumatera Barat
Email: fitrisari0701@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Pertanian adalah kegiatan bercocok tanam di atas tanah yang berguna untuk memenuhi kebutuhan pangan [1]. Menurut BPS Provinsi Sumatera Barat [2], tantangan di sektor pertanian adalah pertumbuhan penduduk akan semakin meningkatkan kebutuhan pangan karena jumlah penduduk yang begitu besar akan menggunakan lahan pertanian bagi wilayah rumah, kantor, industri dan fasilitas lainnya yang akan meminimalisir keberadaan dari sumber daya manusia, serta ketersediaan sumber daya manusia, teknologi. Jagung ialah jenis makanan utama yang masuk pada tangkat kedua sesudah beras di Indonesia dan urutan kedelapan di dunia. Indonesia termasuk negara yang dikenal menghasilkan jagung paling besar ketujuh di dunia di bawah Meksiko dan Ukraina. Pada tahun 2015 produksi jagung di Indonesia mencapai 19.612.435,00 ton

[3]. Diperkirakan 55% jagung di Indonesia digunakan sebagai kebutuhan pakan 30% untuk dikonsumsi sisanya untuk kebutuhan benih dan industri lainnya, yang menyebabkan kebutuhan akan jagung meningkat setiap tahunnya [4]. Salah satu provinsi penghasil jagung di Indonesia adalah Sumatera Barat. Pada tahun 2018 Sumatera Barat menyumbang produksi jagung sebesar 998.161,20 ton. Kabupaten Lima Puluh Kota yakni satu diantara sentra pembuatan jagung yang mana turut menjadi sentra peternakan ayam pedaging dan petelur. Meskipun Lima Puluh Kota bukanlah kabupaten terbesar sebagai penyumbang jagung di Sumatera Barat tetapi jagung memiliki nilai ekonomi dalam pertumbuhan masyarakat.

Selain jagung diolah untuk menjadi makanan seperti jagung bakar, jagung rebus, dan berbagai jenis olahan lain, jagung juga diolah untuk dijadikan bahan pakan ternak. Kabupaten Lima Puluh Kota turut menjadi sentra ternak ayam daging dan telur, sekedar bisa memenuhi jagung 20% dibanding kebutuhan lokal. Kebutuhan lokal diraih melalui Kabupaten Pasaman Barat, Agam dan Kabupaten lain yang masuk pada kawasan Tanah Datar. Sehingga jumlah jagung yang diminta belum bisa dicukupkan, oleh sebab itu suplai jagung melalui wilayah lain terkhusus provinsi terdekat memberikan bantuan untuk keberlangsungan ternak unggas pada Kabupaten Lima Puluh Kota yang mana menempati peringkat pertama terbanyak di Sumatera Barat [5].

Data dari besarnya jumlah panen dan hasil produksi rata-rata mengalami ketidakstabilan, yaitu mengalami penurunan pada tahun tertentu [6]. Jika produksi jagung mengalami penurunan, maka pertumbuhan ekonomi akan terganggu dan para usaha kecil akan mengalami kendala dalam menjual dengan harga normal, disebabkan sulitnya mendapatkan bahan baku [7]. Maka perlu dilakukan analisis optimasi rata-rata produksi jagung untuk mengetahui apakah sudah meraih nilai maksimal atau belum. Supaya mencapai titik optimal, maka dapat diuji dengan salah satu metode pendekatan pemrograman kuadratik. Pemrogramam kuadratik yakni pendekatan untuk melakukan penyelesaian permasalahan optimasi nonlinear melalui kendala dalam bentuk fungsi linear dan fungsi tujuannya yakni fungsi nonlinear [8]. Sebaliknya, jika nilainya belum optimum maka pemerintah perlu meningkatkan rata-rata produksi jagung. Hal yang menentukan banyaknya produksi rata-rata yakni besarnya kawasan tanaman yang diambil hasilnya sesudah meraih usia panen atau yang dikenal sebagai luas panen, dimana luas panen diberikan batasan terhadap luas tanam yakni luas proses menanam tanaman dengan cara menyeluruh.

Satu diantara metode yang dipakai pada penyelesaian pemrogramam kuadratik yakni memakai metode Wolfe[9]. Metode Wolfe ini di kenalkan oleh *Philip* Wolfe tahun 1959. Metode Wolfe ialah pembaharuan akan metode Simplek *Two-Phase* pada pemograman linear [10]. Tahapan akhir (variabel buatan f_i bernilai nol) harus mencukupi keadaan *Complementary Slackness.* Beberapa penelitian tentang metode kuadratik Wolfe dilakukan oleh [11] , penelitian ini bertujuan untuk mengoptimalkan produksi ubi jalar dan bawang merah rata-rata pada Kabupaten Gunungkidul dengan batasan besarnya wilayah panen yang tidak boleh melampui besarnya wilayah tanam paling besar. Selain itu, penelitian dilakukan oleh [12] yang menerapkan metode pemograman kuadratik metode Wolfe untuk mengoptimalkan produksi ubi kayu dan kedelai rata-rata pada Kabupaten Pasaman Barat dan penelitian yang dilakukan [9] yang melakukan aplikasi dari pemrograman kuadratik pada portofolio saham yang memperoleh model nonlinear pada portofolio saham perbankan disertai persentase proporsi dana yang dimasukkan pada investasi untuk semua bank. Berdasarkan permasalahan yang telah di paparkan maka pada makalah ini dianalisis "Optimasi Rata-rata Jagung di Kabupaten Lima Puluh Kota Menggunakan Pemrograman Kuadratik Metode Wolfe".

2. METODE

2.1 Metedologi Penelitian

Penelitian ini termasuk pada penelitian terapan yang mana penelitian terapan adalah mengimplementasikan masalah internal kehidupan sehari-hari ke dalam bentuk matematika [13]. Data yang dipakai yakni data sekunder yang diraih melalui Badan Pusat Statistik Kabupaten Lima Puluh Kota berupa luas tanam, luas panen, produksi jagung rata-rata pada 13 kecamatan dimulai pada tahun 2011 hingga 2020 [6]. Data sekunder yakni data yang diraih atau didapatkan peneliti melalui bermcam sumber yang tersedia [14]. Dari 13 kecamatan hanya 11 data yang bisa digunakan berdasarkan kendalanya. Berikut ini merupaka langkah-langkah pada pengoptimasian produksi jagung rata-rata memakai program kuadratik metode Wolfe [15].

1. Menetapkan fungsi dari tujuan pada bentuk persamaan nonlinear dan kendala pada bentuk pertidaksamaan linear memakai metode kuadrat paling kecil.

2. Menetapkan fungsi konveks atau fungsi konkaf melalui peninjauan turunan parsialnya.
3. Memodelkan fungsi tujuan yang diperoleh dan membentuk fungsi kendala.
4. Menyelesaikan melalui program kuadratik metode Wolfe, melalui proses yang mencakup atas:
   a. Membuat kondisi *Karush Kuhn-Tucker*.
   b. Menetapkan *complementary slackness*
   c. Menambahkan variabel buatan f_i pada setiap kondisi *Kuhn Tucker* yang tidak mempunyai variabel yang bebas.
   d. Menetapkan fungsi tujuan baru yang linear.
   e. Melaksanakan tahapan iterasi simpleks melalui Metode Wolfe.
   f. Mensubstitusikan hasil yang diraih melalui tahapan iterasi simpleks lewat metode Wolfe ke fungsi tujuan sebelumnya, yang mana diraih solusi optimal.

2.2 Pemrograman Kuadratik

Pemrograman kuadratik ialah sebuah pendekatan dalam menyelesaikan program nonlinear melalui fungsi tujuan pada bentuk fungsi kuadrat dan kendalanya pada bentuk fungsi linear [8]. Bentuk umum dari pemrograman kuadratik yakni:

$$f(X) = CX + \frac{1}{2}X^T QX \tag{1}$$

Melalui kendala sebagai berikut

$$AX \leq B$$

$$X \geq 0 \tag{2}$$

Dimana

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{n1} & q_{m2} & \cdots & q_{mn} \end{bmatrix}, q_{ij} = q_{ji}\ i, j = 1,2, \ldots n.$$

Bentuk kuadratik ditunjukkan pada fungsi $\frac{1}{2}X^T QX$. Parameter *d* ialah konstanta namun untuk Q matriks yang tertata dan matriks Q diasumsikan sebagai matriks definit posistif dalam hal minimalisasi, dalam artian lainnya $f(x)$ ialah fungsi konkaf terhadap maksimalisasi dan fungsi konveks pada hal minimalisasi melalui kendala linear yang menjadikan ruang solusinya konveks. Hal ini memberikann jaminan akan solusi yang diraih dianggap sebagai solusi global [16].

2.3 Syarat *Karush Kuhn-Tucker* (KKT)

Tahun 1951 *Kuhn Tucker* memberikan ungkapan mengenai teknik optimasi yang dipakai dalam pencarian titik optimum akan sebuah fungsi yang mempunyai kendala dengan tidak meninjau kelinearannya [17]. Menurut [8] kondisi *Karush Kuhn-Tucker* ialah persyaratan yang butuh keoptimalan, dan sebagai peryaratan cukup apabila fungsi tujuannya ialah konkaf dan fungsi kendalanya pada bentuk fungsi konveks.

Pada pada kasus program kuadratik, keadaan ini akan menciptakan fungsi linear yang baru sebagai derivatif akan fungsi kuadrat. Oleh sebab itu, ketika keadaan KKT bida diraih jadi metode ini akan menciptakan solusi yang optimal pada semua nilai x melalui perubahan masalah nonlinear menuju pada masalah linear.

Metode KKT mengkaji sebuah keadaan dimana $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ menjadi solusi optimal dalam pemrograman nonlinear berikut.
memaksimumkan/meminimumkan $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$
melalui kendala

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \le b_1$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \le b_2$$

$$\vdots$$

$$g_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \le b_n$$

Pada metode *Karush Kuhn-Tucker* semua kendala harus menggunakan tanda ($\le$).

Teorema 1. Syarat *Karush Khun-Tucker* masalah maksimasi [18]
Andaikan $f(x)$ dan $g_i(x)$ adalah masalah maksimasi. Jika $x^*(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ merupakan solusi optimal untuk $f(x)$ dan $g_i(x)$, maka $x^*(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ harus memenuhi kendala berbentuk $g_i(x) \le b_i$ dan mesti adanya pengali $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ dan juga variabel slack $s_1, s_2, \dots, s_n$ yang mencukupi syarat sebagai berikut:

$$\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^{m} \lambda_1 \frac{\partial g_i(x^*)}{\partial x_j} + s_j = 0 \qquad (j = 1,2, \dots, n)$$

$$\lambda_i [b_i - g_i(x)] = 0 \qquad (i = 1,2, \dots, m)$$

$$\left[\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^{m} \lambda_1 \frac{\partial g_i(x^*)}{\partial x_j}\right] x^* j = 0 \qquad (j = 1,2, \dots, n)$$

$$\lambda_i \ge 0 \qquad (i = 1,2, \dots, m)$$

$$s_j \ge 0 \qquad (j = 1,2, \dots, n)$$

(3)

dimana s_j adalah variabel *slack.*

2.4 Metode Wolfe

Metode Wolfe ialah metode dalam memecahkan persamaan kuadrat. KKT diperlukan menjadi persyaratan dalam menghasilkan fungsi objektif linier yang baru, yang selanjutnya dilakukan reduksi memakai pendekatan simpleks dua fase. Langkah metode Wolfe diawali terhadap penambahan n variabel buatan untuk persyaratan KKT yang tidak mengandung variabel basis dan menjadikan fungsi tujuan yang baru yang linear pada bentuk jumlahan melalui variabel yang dibuat:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} Z_i \qquad (4)$$

Ditinjau melalui persamaan (4) dilakukan minimalisasi mengacu terhadap kendala persyaratan dari KKT. Masalah dari minimlisir Z dituntaskan memakai metode simpleks. Sesudah diraih solusi optimal selanjutnya di masukkan pada solusi optimal yang diraih melalui proses minimalisasi dari Z pada permasalahan yang sesungguhnya, maka diraihlah solusi optimal untuk permasalahn yang sesungguhnya [10].

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Proses untuk menyelesaikan optimasi produksi jagung rata-rata pada Kabupaten Lima Puluh Kota memakai metode Wolfe. Data yang dipakai dalam bentuk besarnya wilayah tanam, besarnya wilayah panen, produksi rata-rata pada satuan ton/ha. Data yang dipakai yakni data produksi jagung pada 13 kecamatan di Kabupaten Lima Puluh Kota dari tahun 2011-2020.

Terlebih dahulu didefenisikan
$f(x_i)$: rata-rata produksi jagung satuan Ton/Ha.
x_1 : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Payakumbuh (Ha)
x_2 : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Akabiluru (Ha)
x_3 : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Lareh Sago Halaban (Ha)
x_4 : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Harau (Ha)
x_5 : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Suliki (Ha)
x_6 : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Bukik Barisan (Ha)
x_7 : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Guguak (Ha)
x_8 : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Mungka (Ha)
x_9 : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Gunuang Omeh (Ha)
x_{10} : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Kapur IX (Ha)
x_{11} : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Pangkalan Koto Baru (Ha)
x_{12} : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Luak (Ha)
x_{13} : besarnya wilayah panen pada Kecamatan Situjuah Limo Nagari (Ha)

Dalam penyelesaian program kuadratik dibutuhkan penataan fungsi dari tujuan. Dalam kasus ini fungsi tujuan yang dibentuk mencakup atas:

$$f(x) = \beta_0 {x_1}_j^{\,2} + \beta_1 {x_1}_i + \beta_2. \qquad (5)$$

Adapun variabel yang dipakai sebagai berikut:
x_i : data besarnya wilayah panen jagung dari kecamatan ke-i dengan satuan hektar.
f : produksi jagung rata-rata pada perkecamatan dalam satuan ton/ha.
i : 1,2, …, *n*; *n*: keseluruhan data.
β_j : parameter fungsi tujuan, $j = 1,2, \ldots, 10$.
Pada penetapan parameter fungsi dari tujuan untuk persamaan (5) dipakai metode kuadratik paling kecil yakni melalui penyelesaian sistem dari persamaan linear berikut:

$$\beta = (A)^{-1}Y. \qquad (6)$$

Pada kasus ini kendalanya yakni besarnya wilayah panen jagung tidak diperkenankan melampaui besarnya wilayah tanam jagung yang paling besar, bisa ditulis seperti di bawah ini.

$$x \leq \text{besarnya wilayah tanam maksimum.}$$

Namun pada kecamatan Luak dan Situjuah Limo Nagari tidak memenuhi untuk dijadikan fungsi kendala, hal ini terbukti ada data luas panen yang melebihi luas tanam maksimum, oleh karena itu tidak dapat digunakan untuk mengoptimalkan rata-rata produksi jagung. Selanjutnya sebelum membentuk fungsi tujuan menggunakan metode kuadratik terkecil, dilakukan analisis *trend* pada data luas panen jagung di Kabupaten Lima Puluh Kota dalam meninjau apakah data linear atau kuadratik melalui bantuan *software* Minitab. Hasil analisis *trend* untuk perkecamatan bisa diperhatikan pada Tabel 1. Ditinjau pada Tabel 1 bisa kita lihat dimana nilai MAPE, MAD, MSD yang paling kecil tersedia pada *trend* kuadratik. Oleh karena itu, data besarnya wilayah panen jagung pada Kabupaten Lima Puluh Kota Diwali ketika tahun 2011 hingga 2020 membentuk pola *trend* kuadratik, sehingga data yang diperoleh dapat diselesaikan dengan metode pemrograman kuadratik.

Tabel 1. Hasil Analisis *Trend* Luas Panen Jagung di Kabupaten Lima Puluh Kota

No	Kecamatan	Analisis Trend	MAPE	MAD	MSD
1	Payakumbuh	Linear	11,93%	65,77	7154,8
		Kuadratik	11,53%	56,23	5413,7
2	Akabiluru	Linear	63,90%	54,32	4736,1
		Kuadratik	32,39%	28,94	1331,2
3	Lareh Sago Halaban	Linear	26,70%	219,6	67449
		Kuadratik	27%	223,2	62988
4	Harau	Linear	36,70%	104,4	14151
		Kuadratik	27,80%	91,9	12062
5	Suliki	Linear	18,55%	30,43	1391,7
		Kuadratik	9,54%	17,69	553,31
6	Bukik Barisan	Linear	56,90%	38,19	2426,1
		Kuadratik	59,40%	40,61	1841,9
7	Guguak	Linear	15,80%	98,6	14309
		kuadratik	16,40%	101,6	13189
8	Mungka	Linear	26,09%	75,48	7769,8
		Kuadratik	21,35%	60,03	6163,8
9	Gunuang Omeh	Linear	70,52%	33,09	1622,1
		Kuadratik	70,89%	33,09	1607,7
10	Kapur IX	Linear	222,91%	33,88	1791,6
		Kuadratik	223,92%	33,85	1791,5
11	Pangkalan Koto Baru	Linear	85,20%	3,753	35,149
		Kuadratik	75,85%	3,348	34,552

Fungsi tujuan untuk masing-masing kecamatan memakai metode kuadrat paling kecil melalui bantuan *software* Matlab sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
f(x_1) &= 0{,}0218x_1 - 0{,}0200\\
f(x_2) &= -0{,}0003{x_2}^2 + 0{,}0886x_2 - 0{,}4993\\
f(x_3) &= 0{,}0121x_3 - 0{,}0925\\
f(x_4) &= 0{,}0329x_4 - 0{,}4334\\
f(x_5) &= -0{,}0001{x_5}^2 + 0{,}0623x_5 - 0{,}0006\\
f(x_6) &= -0{,}0006{x_6}^2 0{,}1429x_6 - 0{,}4801\\
f(x_7) &= 0{,}0196x_7 - 0{,}0283\\
f(x_8) &= 0{,}0319x_8 - 0{,}1424\\
f(x_9) &= -0{,}0008{x_9}^2 + 0{,}1533x_9 - 0{,}5372\\
f(x_{10}) &= -0{,}0025{x_{10}}^2 + 0{,}3786x_{10} - 2{,}5260\\
f(x_{11}) &= -0{,}0741{x_{11}}^2 + 2{,}0242x_{11} - 0{,}3141.
\end{aligned} \tag{7}$$

Fungsi $f(x_2), f(x_5) f(x_6), f(x_9), f(x_{10}), f(x_{11})$ merupakan fungsi konkaf karena $f" = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} < 0$, sedangkan fungsi , $f(x_1), f(x_3), f(x_4), f(x_7), f(x_8)$ merupakan konveks karena $f" = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \geq 0$ [16]. Pada hal memaksimumkan fungsi dari tujuan mesti pada bentuuk fungsi konkaf supaya solusi yang diraih bisa pada ruang lingkup fungsi global, maka fungsi konveks dibutuhkan untuk dieliminasi [16].

Selanjutnya diperoleh fungsi dari tujuan pada hal ini yakni melaksanakan optimalisasi produksi jagung rata-rata yang dibuat melalui menjumlahkan produksi jagung rata-rata, yang mana diraih fungsi tujuan untuk keseluruhan yakni;

Maksimalisasi $Z = f(x_i)$

$= f(x_2) + f(x_5) + f(x_6) + f(x_9) + f(x_{10}) + f(x_{11})$

$= [-0{,}0003{x_2}^2 + 0{,}0886x_2 - 0{,}4993] + [-0{,}0001{x_5}^2 + 0{,}0623x_5 - 0{,}0006] + [-0{,}0006{x_6}^2 + 0{,}1429x_6 - 0{,}4801] + [-0{,}0008{x_9}^2 + 0{,}1533x_9 - 0{,}5372] + [-0{,}0025{x_{10}}^2 + 0{,}3786x_{10} - 2{,}5260] + [-0{,}0741{x_{11}}^2 + 2{,}0242x_{11} - 0{,}3141]$

$= [-0{,}0003{x_2}^2 - 0{,}0001{x_5}^2 - 0{,}0006{x_6}^2 + [-0{,}0008{x_9}^2 - 0{,}0025{x_{10}}^2 - 0{,}0741{x_{11}}^2 + 0{,}0886x_2 + 0{,}0623x_5 + 0{,}1429x_6 + 0{,}1533x_9 + 0{,}3786x_{10} + 2{,}0242x_{11} - 4{,}3573.$ (8)

Pada masalah ini kendalanya yakni besarnya wilayah panen tidak diperkenankan melampaui akan luas dari tanam yang paling besar, sehingga fungsi kendala dalam kasus ini sebagai berikut

$$
\begin{aligned}
&x_2 \le 292\\
&x_5 \le 336\\
&x_6 \le 208\\
&x_9 \le 180\\
&x_{10} \le 140\\
&x_{11} \le 33\\
&x_2, x_5, x_6, x_9, x_{10}, x_{11} \ge 0.
\end{aligned} \tag{9}
$$

Maka model dari pemograman kuadratik yang dibentuk yakni;
Maksimalisasi $Z = f(x_i)$

$$= f(x_2) + f(x_5) + f(x_6) + f(x_9) + f(x_{10}) + f(x_{11})$$

$$= [0.0886 \quad 0{,}0623 \;\ldots\; 2{,}0242]X + \frac{1}{2}X^T \left[\begin{bmatrix} -0{,}0006 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -0{,}0002 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -0{,}1482 \end{bmatrix} X + (-4{,}3573)\right]$$

dengan kendala

$$
\begin{aligned}
&x_2 \le 292\\
&x_5 \le 336\\
&x_6 \le 208\\
&x_9 \le 180\\
&x_{10} \le 140\\
&x_{11} \le 33\\
&x_2, x_5, x_6, x_9, x_{10}, x_{11} \ge 0.
\end{aligned}
$$

Persamaan (8) dan (9) sudah sejalan terhadap bentuk biasanya permasalahan program pemrograman melalui persamaan (8) ialah fungsi konkaf dan persamaan (9) ialah fungsi konveks sehingga KKT dapat dijadikan syarat perlu dan cukup keoptimalan [8] dan dapat diselesaikan dengan pemrograman kuadratik metode Wolfe. Berikut tahapan dalam menyelesaikan melalui program kuadratik metode Wolfe.

a. Membentuk Keadaan *Karush Kuhn-Tucker*

1) $-0{,}0006x_2 + 0{,}0886 - \lambda_2 + s_2 = 0$ (10.a)
   $-0{,}0002x_5 + 0{,}0623 - \lambda_5 + s_5 = 0$ (10.b)

$-0{,}012x_6 + 0{,}1429 - \lambda_6 + s_6 = 0$ (10.c)
$-0{,}0016x_9 + 0{,}1533 - \lambda_9 + s_9 = 0$ (10.d)
$-0{,}005x_{10} + 0{,}3786 - \lambda_{10} + s_{10} = 0$ (10.e)
$-0{,}1482x_{11} + 2{,}0242 - \lambda_{11} + s_{11} = 0$ (10.f)

2) $\lambda_2[292 - x_2] = 0$ (11.a)
$\lambda_5[336 - x_5] = 0$ (11.b)
$\lambda_6[208 - x_9] = 0$ (11.c)
$\lambda_9[180 - x_9] = 0$ (11.d)
$\lambda_{10}[140 - x_{10}] = 0$ (11.e)
$\lambda_{11}[33 - x_{11}] = 0$ (11.f)

3) $(-0{,}0006x_2 + 0{,}0886 - \lambda_2)x_2$ (12.a)
$(-0{,}0002x_5 + 0{,}0623 - \lambda_5)x_5$ (12.b)
$(-0{,}012x_6 + 0{,}1429 - \lambda_6)x_6$ (12.c)
$(-0{,}0016x_9 + 0{,}1533 - \lambda_9)x_9$ (12.d)
$(-0{,}005x_{10} + 0{,}3786 - \lambda_{10})x_{10}$ (12.e)
$(-0{,}1482x_{11} + 2{,}0242 - \lambda_{11})x_{11}$. (12.f)

4) $\lambda_2, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_9, \lambda_{10}, \lambda_{11} \geq 0$ (13)
5) $s_2, s_5, s_6, s_9, s_{10}, s_{11} \geq 0$ (14)

Dari Persamaan (9), diperoleh
$x_2 - 292 \leq 0$ (15.a)
$x_5 - 336 \leq 0$ (15.b)
$x_6 - 208 \leq 0$ (15.c)
$x_9 - 180 \leq 0$ (15.d)
$x_{10} - 140 \leq 0$ (15.e)
$x_{11} - 33 \leq 0$. (15.f)

Persamaan (15) dijadikan ke dalam bentuk kanonik sehingga menjadi sebagai berikut:
$x_2 + T_2 = 292$ (16.a)
$x_5 + T_5 = 336$ (16.b)
$x_6 + T_6 = 208$ (16.c)
$x_9 + T_9 = 180$ (16.d)
$x_{10} + T_{10} = 140$ (16.e)
$x_{11} + T_{11} = 33$. (16.f)

Sehingga untuk mengidentifikasi syarat *Karush Khun Tucker*, maka kondisi KKT untuk Persamaan (9) sebagai berikut.
$-0{,}0006x_2 + 0{,}0886 - \lambda_2 + s_2 = 0$ (10.a)
$-0{,}0002x_5 + 0{,}0623 - \lambda_5 + s_5 = 0$ (10.b)
$-0{,}012x_6 + 0{,}1429 - \lambda_6 + s_6 = 0$ (10.c)
$-0{,}0016x_9 + 0{,}1533 - \lambda_9 + s_9 = 0$ (10.d)
$-0{,}005x_{10} + 0{,}3786 - \lambda_{10} + s_{10} = 0$ (10.e)
$-0{,}1482x_{11} + 2{,}0242 - \lambda_{11} + s_{11} = 0$ (10.f)
$x_2 + T_2 = 292$ (16.a)
$x_5 + T_5 = 336$ (16.b)
$x_6 + T_6 = 208$ (16.c)
$x_9 + T_9 = 180$ (16.d)
$x_{10} + T_{10} = 140$ (16.e)
$x_{11} + T_{11} = 33$. (16.f)

$x_2, x_5, x_6, x_9, x_{10}, x_{11} \geq 0$
$T_2, T_5, T_6, T_9, T_{10}, T_{11} \geq 0$
$\lambda_2, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_9, \lambda_{10}, \lambda_{11} \geq 0$
$s_2, s_5, s_6, s_9, s_{10}, s_{11} \geq 0.$

b. Melakukan identifikasi dari *Complementary Slackness*
Ditinjau daro persamaan (11) dan (16), Persamaan (10) dan (12) dan sifat *complementary slackness* pada program kuadratik, jadi keadaan *complementary slackness* bagi Persamaan (9) mencakup atas.

$\lambda_2 T_2 = 0$ $\quad s_2 x_2 = 0$
$\lambda_5 T_5 = 0$ $\quad s_5 x_5 = 0$
$\lambda_6 T_6 = 0$ $\quad s_6 x_6 = 0$
$\lambda_9 T_9 = 0$ $\quad s_9 x_9 = 0$
$\lambda_{10} T_{10} = 0$ $\quad s_{10} x_{10} = 0$
$\lambda_{11} T_{11} = 0$ $\quad s_{11} x_{11} = 0.$

c. Melakukan penambahan variabel buatan f_i untuk semua keadaan *Karush Kuhn-Tucker* yang tidak mempunyai variabel basis. Persamaan (10) tidak mempunyai variabel basis maka diberikan tambahan variabel buatan f_i yang mana diraih

$0{,}0006x_2 + \lambda_2 - s_2 + r_2 = 0{,}0886$ (17.a)
$0{,}0002x_5 + \lambda_5 - s_5 + r_5 = 0{,}0623$ (17.b)
$0{,}012x_6 + \lambda_6 - s_6 + r_6 = 0{,}1429$ (17.c)
$0{,}0016x_9 + \lambda_9 - s_9 + r_9 = 0{,}1533$ (17.d)
$0{,}005x_{10} + \lambda_{10} - s_{10} + r_{10} = 0{,}3786$ (17.e)
$0{,}1482x_{11} + \lambda_{11} - s_{11} + r_{11} = 2{,}0242.$ (17.f)

d. Menetapkan fungsi tujuan baru yang linear
Fungsi dari tujuan baru yang linear bagi permasalahan produksi jagung rata-rata mencakup atas:

Meminimalkan

$$p = \sum_{i=2,5,6,9,10,11}^{6} r_{2,5,6,9,10,11}$$
(18)

dengan kendala
$0{,}0006x_2 + \lambda_2 - s_2 + r_2 = 0{,}0886$ (17.a)
$0{,}0002x_5 + \lambda_5 - s_5 + r_5 = 0{,}0623$ (17.b)
$0{,}012x_6 + \lambda_6 - s_6 + r_6 = 0{,}1429$ (17.c)
$0{,}0016x_9 + \lambda_9 - s_9 + r_9 = 0{,}1533$ (17.d)
$0{,}005x_{10} + \lambda_{10} - s_{10} + r_{10} = 0{,}3786$ (17.e)
$0{,}1482x_{11} + \lambda_{11} - s_{11} + r_{11} = 2{,}0242$ (17.f)
$x_2 + T_2 = 292$ (16.a)
$x_5 + T_5 = 336$ (16.b)
$x_6 + T_6 = 208$ (16.c)
$x_9 + T_9 = 180$ (16.d)
$x_{10} + T_{10} = 140$ (16.e)
$x_{11} + T_{11} = 33$ (16.f)
$x_2, x_5, x_6, x_9, x_{10}, x_{11} \geq 0$
$\lambda_2, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_9, \lambda_{10}, \lambda_{11} \geq 0$

$s_2, s_5, s_6, s_9, s_{10}, s_{11} \geq 0$
$r_2, r_5, r_6, r_9, r_{10}, r_{11} \geq 0.$

e. Melaksanakan Proses Iterasi Simpleks melalui Metode Wolfe
Berdasarkan Persamaan (16) - (18) diperoleh fungsi tujuan dan kendala yang baru, selanjutnya dibuat tabel simpleks dan lakukan perhitungan, dan diperoleh solusi optimalnya pada iterasi keenam dengan $w = 0$ dipaparkan dalam Tabel 2.

Tabel 2. Solusi Optimal masalah Minimalisasi *p*

i	x_i	s_i	T_i	λ_i
2	147,666	0	144,33	0
5	311,5	0	34	0
6	11,908	0	196,092	0
9	95,812	0	84,188	0
10	75,72	0	64,28	0
11	13,65	0	19,35	0

Sesudah diraih solusi optimal dari minimalisasi p, maka substitusikan nilai x_i ke persamaan yang sesungguhnya yakni fungsi tujuan z yang mana diraih

$$Z = f(x_i) = f(x_2) + f(x_5) + f(x_6) + f(x_9) + f(x_{10}) + f(x_{11})$$
$$= (6,\ 0423 + 9{,}7026 + 1{,}1354 + 6,\ 8068 + 11{,}8077 + 13{,}5097)$$
$$= 49{,}00456 \text{ ton/Ha.}$$

Jadi, produksi rata-rata optimal untuk jagung pada Kabupaten Lima Puluh Kota memakai program kuadratik metode Wolfe yakni dengan besar 49,00456 ton/Ha melalui besarnya wilayah panen jagung optimal dengan besar 656,256 Ha.

4. KESIMPULAN

Jumlah rata-rata produksi atau produktivitas jagung yang optimal berdasarkan proses optimasi produksi jagung rata-rata pada Kabupaten Lima Puluh Kota menggunakan pemrograman kuadratik metode Wolfe yaitu sebesar 49,00456 ton/Ha dengan luas panen jagung optimal yaitu 656,256 Ha. Sedangkan kecamatan Payakumbuh, Lareh Sago Halaban, Harau, Guguak, Mungka tidak diperoleh jumlah rata-rata produksi yang optimalnya karena fungsi persamaan nonlinear tidak berupa fungsi konkaf dan untuk kecamatan Luak dan Situjuah Limo Nagari tidak memenuhi syarat kendala yaitu luas tanam maksimum tidak boleh melebihi luas panen.

REFERENSI

[1] Kemdikbud, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*. Jakarta: Balai Pustaka, 2021.
[2] Badan Pusat Statistik, "Statistik Pertanian Tanaman Pangan Sumatera Barat 2018," *Padang:BPS Provinsi Sumatera Barat*, 2019.
[3] Dinas Pangan Pertanian dan Perkebunan Kecamatan Sanggau Ledo, "Statistik Pertanian Tanaman Pangan," hal. Produksi Padi, Jagung, dan Kedelai Angka Sementara, 2021.
[4] Fitria, E. Purba, dan T. Sabrina, "Pertumbuhan Dan Produksi Jagung (Zea Mays. L) Pada Berbagai Pengelolaan Gulma Di Kabupaten Deli Serdang," *J. Pertan. Trop.*, vol. 4, no. 3, hal. 190–195, 2017, doi: 10.32734/jpt.v4i3.3090.
[5] N. Hosen, "Peranan LKM-A dalam Mendorong Percepatan Adopsi Teknologi Jagung di Sumatera Barat Microfinance Role to Acceleration Adoption of Corn Technology in West Sumatra," vol. 14, no. 1, hal. 22–30, 2014.
[6] BPS, "Kabupaten Lima Puluh Kota Dalam Angka 2018," *BPS Kabupaten Lima Puluh Kota*, hal. 535, 2018.
[7] T. D. Junita, "Optimasi Rata-rata Produksi Ubi Kayu di Kabupaten Padang Pariaman dengan Pemrograman Kuadratik Metode Wolfe," *Skripsi thesis*, 2020.
[8] G. . Hillier, F. S., & Lieberman, *Introduction to Operations Research*. New York, 2001.
[9] R. H. Putri dan E. D. Wiraningsih, "Analisis Penentuan Proporsi Portofolio Optimal pada Program Kuadratik dengan Menggunakan Metode Wolfe," vol. 4, no. 2021, hal. 657–666, 2022.
[10] D. Larita, Anni, "Optimasi Rata-Rata Produksi Padi Kalimantan Barat Menggunakan Pemrograman Kuadratik Metode Wolfe," *Bul. Ilm. Math.*, vol. Vol. 07, hal. 199–208, 2018.
[11] I. R. Saputri dan A. M. Abadi, "Optimasi Produksi Hasil Panen di Kabupaten Gunungkidul Menggunakan Quadratic Programming Metode Wolfe," hal. 91–96, 2017.
[12] N. Hikmah dan D. Ahmad, "Optimasi Rata - Rata Produksi Ubi Kayu dan Kedelai di Kabupaten Pasaman Barat Menggunakan Pemrograman Kuadratik Metode Wolfe," vol. 7, no. 1, hal. 41–51, 2022.
[13] V. Devani, "Optimasi Perencanaan Produksi Dengan Menggunakan Metode Goal Programming," *J. Sains,Teknologi Ind.*, vol. 11, no. 1, hal. 84–91, 2014.
[14] B. Burhan, "Dasar metodologi penelitian kuantitatif," *Jakarta: Kencana*, hal. 68–70, 2017.

[15] S. N. Insani, “Optimasi tanaman pangan di kota magelang dengan pemrograman kuadratik dan metode fungsi penalti eksterior,” vol. 6, no. 2, hal. 40–51, 2017.
[16] H. A. Taha, *Operations Research: An Introduction (Tenth Edition)*, 10 ed. University of Arkansas: Pearson Education, 2017.
[17] D. Putra, “Optimalisasi Penjualan Kain Endek Dengan Metode Karush-Kuhn-Tucker (Kkt),” *E-Jurnal Mat.*, vol. 4, no. 4, hal. 158, 2015, doi: 10.24843/mtk.2015.v04.i04.p105.
[18] W. L. Winston, “Operations Research: Application,” *Bost. Duxbury Pres*, 2003.