

Model Matematika Penyebaran Penyakit Antraknosa pada Tanaman Cabe dengan Tindakan Preventif dan Kuratif

Mella Susriyanti¹, Defri Ahmad²

^{1,2}.Departement Matematika,Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan dan Alam Universitas Negeri Padang (UNP)

Article Info

Article history:

Received November 30, 2022

Revised February 13, 2023

Accepted June 20, 2024

Keywords:

Mathematical Model
Anthracnose
Preventive Measure
Curative Measures

Kata Kunci:

Model Matematika,
Antraknosa
Tindakan Preventif
Tindakan Kuratif.

ABSTRACT

A disease that can affect chili plants is anthracnose. This disease can cause crop loss. The level of spread of this disease depends on control efforts, starting from preventive and moving to curative efforts. The purpose of this study was to form a model, analyse it, and interpret the result of a mathematical model analysis of the spread of anthracnose disease in chilies with preventive and curative measures. This type of research is basic research, and the method used is the descriptive method. The mathematical model formed is the SIRPC model. The SIRPC model is the resultant mathematical model. Two balance point the illness free balance point and the endemic balance point are discovered as a result of the study that has been done. The asymptotically stable illness free balance point if $\frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta\right)$ and $\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \pi$. Whereas the endemic balance point will be asymptotically stable if $a_1a_2 > a_0a_3$, $a_1a_4 > a_0a_5$, $a_1^2a_4 > a_0a_1a_5$, $a_3 > \frac{a_1^2a_4 - a_0a_1a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}$, and $\left(a_3 - \frac{a_1^2a_4 - a_0a_1a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}\right) \left(\frac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}\right) > a_5$. The greater the preventive action, the more the protected population increases and the vulnerable population decreases, while when the curative action is greater, the infected and carrier populations decrease.

ABSTRAK

Salah satu penyakit yang dapat menyerang tanaman cabe adalah penyakit antraknosa. Penyakit ini dapat menyebabkan hilangnya hasil panen. Tingkat penyebaran penyakit ini tergantung dari upaya pengendaliannya mulai sejak upaya preventif sampai upaya kuratif. Tujuan dari penelitian ini untuk membentuk model, menganalisis dan menginterpretasikan hasil analisis model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif. Penelitian ini adalah penelitian dasar dan metode yang digunakan yaitu metode deskriptif. Model matematika yang terbentuk yaitu model SIRPC. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik. Titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat stabil asimtotik jika $\frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta\right)$ dan $\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \pi$. Sedangkan untuk titik kesetimbangan endemik akan bersifat stabil asimtotik jika $a_1a_2 > a_0a_3$, $a_1a_4 > a_0a_5$, $a_1^2a_4 > a_0a_1a_5$, $a_3 > \frac{a_1^2a_4 - a_0a_1a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}$, dan $\left(a_3 - \frac{a_1^2a_4 - a_0a_1a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}\right) \left(\frac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_1a_2 - a_0a_3}\right) > a_5$. Semakin besar tindakan preventif menyebabkan populasi terlindungi semakin meningkat dan populasi rentan semakin menurun sedangkan ketika tindakan kuratif semakin besar maka populasi terinfeksi dan carrier akan semakin menurun.

This is an open access article under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



Penulis pertama

(Mella Susriyanti)

Departement Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,

Universitas Negeri Padang, Jl.Prof.Dr. Hamka,Air Tawar barat,Padang Utara, Padang, 25171 Padang,Sumatera Barat

Email: mella04091999@gmail.com



1. PENDAHULUAN

Tanaman cabe atau *Capsicum annum* merupakan tumbuhan perdu dari famili *Solanaceae*. Cabe juga mempunyai nilai ekonomis yang cukup tinggi [1]. Komoditas ini umum dikonsumsi di Indonesia, baik secara produk segar maupun olahan. Kebutuhan cabe terus meningkat setiap tahun, akibat bertambahnya jumlah penduduk dan industri yang berkembang pesat yang membutuhkan bahan pokok cabe [2].

Berdasarkan data BPS [3] dapat diketahui bahwa produksi tanaman cabe dapat mengalami peningkatan ataupun penurunan produktivitas. Penurunan produktivitas cabe dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor seperti faktor bahan tanaman (keturunan), faktor esensial (nutrisi), faktor iklim dan faktor gangguan (hama, penyakit dan gulma) [4]. Terdapat berbagai jenis faktor gangguan berupa penyakit yang dapat menyebabkan rendahnya produktivitas tanaman cabe seperti penyakit layu fusarium (*Fusarium oxysporum f.sp*), penyakit layu bakteri ralstonia (*Ralstonia gloeosporioides*), penyakit antraknosa (*Colletotrichum sp*), penyakit virus kuning (*Gemini virus*), dan penyakit bercak daun (*Cercospora sp*) [5].

Penyakit antraknosa adalah salah satu penyakit yang hampir selalu menyerang area perkebunan tanaman cabe. Jamur penyebab penyakit ini yaitu jamur *Colletotrichum sp* yang dapat menyebabkan kehilangan hasil panen sampai lebih dari 50% [6]. Jamur *Colletotrichum sp* termasuk kedalam salah satu patogen yang terbawa oleh benih dan dapat bertahan dalam tanah, sisa tanaman atau buah yang telah terkontaminasi sehingga dapat menjadi sumber penularan [7]. Penyebaran penyakit antraknosa yaitu melalui penyebaran spora jamur yang dapat dibawa oleh manusia, serangga, hembusan angin, peralatan pertanian, percikan air hujan dan aplikasi pestisida [8].

Gejala awal penyakit antraknosa pada cabe yaitu matinya bagian pucuk dan kemudian mengalami matinya bagian bawah tanaman, termasuk dahan, daun, bahkan buah berubah menjadi kering serta memiliki tonjolan aservulus yang berwarna coklat gelap kehitaman. Buah akan cepat busuk dan berwarna kehitaman [9]. Penyakit ini disebut sebagai penyakit yang sulit diatasi karena gejala serangannya sulit untuk diidentifikasi sejak dini walaupun proses infeksi sudah lama terjadi. Gejala antraknosa biasanya dapat diidentifikasi setelah buah cabe matang [10]. Jika pengendalian tidak tepat, kehilangan hasil akibat serangan antraknosa pada cabe dapat mendekati 100%. Karena jamur dapat tumbuh subur pada lingkungan yang lembab, dan penyakit akan mewabah saat musim hujan [11].

Untuk meminimalkan tingkat serangan penyakit antraknosa pada suatu hamparan kebun cabe, maka dibutuhkan tindakan pengendalian. Tindakan pengendalian yang dapat dilakukan seperti tindakan pencegahan (preventif) dan tindakan pengobatan (kuratif) [12]. Sebelum melakukan tindakan pengendalian penyakit maka perlu dilihat bagaimana pola penyebaran penyakit tersebut. Dalam hal ini, bidang matematika mempunyai peran penting dalam memberikan gambaran pola penyebaran penyakit yaitu melalui pemodelan matematika. Model matematika adalah salah satu alat bantu untuk menyatakan kejadian dunia nyata dalam bentuk fungsi atau persamaan matematika sehingga diperoleh pemahaman yang lebih tepat terhadap masalah tersebut [13].

Model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe belum pernah diteliti, ada penelitian yang mengarah pada pembentukan model penyebaran penyakit yaitu seperti yang dilakukan oleh Anggriani yang menyatakan bahwa perlakuan preventif terhadap tanaman yang rentan dapat mengurangi penyakit endemik [14]. Serta penelitian yang dilakukan oleh El-Sayed, ia mengusulkan pembentukan model penyakit tanaman orde fraksional dengan infeksi dua tahap dimana individu yang rentan melewati fase terpapar sebelum menjadi individu yang menularkan penyakit dan tanaman yang terpapar juga dapat menularkan penyakit [15]. Penelitian ini dilakukan untuk membentuk, menganalisis dan menginterpretasikan hasil analisis model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif.

2. METODE

Penelitian ini menggunakan penelitian dasar atau teoritis dan metodenya yaitu metode deskriptif. Tahapan yang dilalui dalam penelitian ini sebagai berikut:

- a. Mengidentifikasi dan merumuskan masalah sesuai dengan penelitian yaitu model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif .
- b. Mengumpulkan dan mengkaji teori yang berkaitan dengan masalah penelitian.
- c. Membuat asumsi, variabel, dan parameter yang akan digunakan untuk membentuk model dan melakukan analisis model.
- d. Membentuk model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif
- e. Menganalisis model dan menginterpretasikan hasil analisis model yang telah diperoleh
- f. Menarik kesimpulan

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Pembentukan Model

Asumsi-asumsi yang akan digunakan sebagai berikut:

- a. Tindakan preventif diberikan pada tanaman cabe yang rentan terhadap penyakit
- b. Tanaman cabe rentan terhadap penyakit yang menerima tindakan preventif (pencegahan) akan memasuki kompartemen terlindungi (P). Dimana tanaman cabe yang terlindungi (P) memiliki efek pencegahan, tetapi tidak kebal terhadap penyakit sehingga memungkinkan mereka masuk kembali pada kompartemen rentan (S).
- c. Individu carrier adalah individu pembawa penyakit namun gejala yang ditimbulkan akan muncul setelah tanaman cabe berbuah.
- d. Pengobatan dilakukan terhadap tanaman cabe yang terinfeksi yang sudah menunjukkan gejala terinfeksi.
- e. Tanaman terinfeksi (I) yang diberi tindakan pengobatan dapat beralih menjadi individu sembuh (R) namun dapat kembali menjadi subindividu S karena tidak memiliki kekebalan yang permanen.
- f. Banyaknya tanaman yang dicabut sama dengan penanaman.

Variabel yang akan digunakan sebagai berikut:

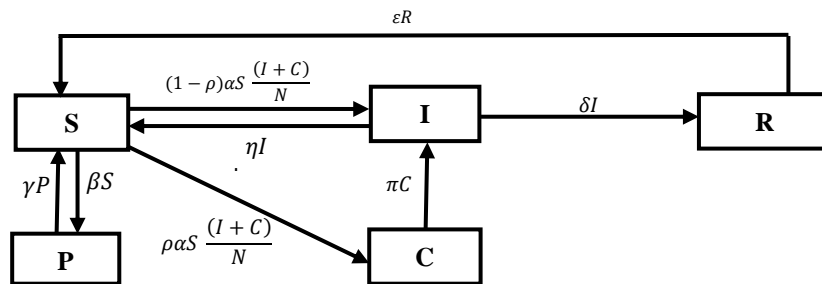
- a. S merupakan kelompok tanaman cabe yang rentan terhadap penyakit
- b. I merupakan kelompok tanaman cabe yang terinfeksi dan dapat menularkan penyakit
- c. R merupakan kelompok tanaman cabe yang sembuh dari penyakit akibat tindakan kuratif
- d. P merupakan kelompok tanaman cabe yang terlindungi sementara dari penyakit akibat tindakan preventif
- e. C merupakan kelompok tanaman cabe pembawa penyakit (carrier)

Parameter yang diperlukan sebagai berikut:

- a. ρ adalah peluang individu rentan menjadi carrier
- b. α adalah laju infeksi penyakit
- c. π adalah laju sifat bawaan terinfeksi penyakit
- d. β adalah tingkat tindakan pencegahan (preventif)
- e. δ adalah tingkat tindakan pengobatan (kuratif)
- f. η adalah laju pencabutan
- g. γ adalah laju perubahan individu P menjadi S karena berkurangnya efek tindakan preventif
- h. ε adalah laju perubahan individu R menjadi S karena tidak mempunyai kekebalan yang permanen



Berdasarkan asumsi, variabel dan parameter yang diberikan, maka dapat dibentuk sebagai berikut:



Gambar 1. Diagram Model Matematika Penyebaran Penyakit Antraknosa pada Tanaman Cabe dengan Tindakan Preventif dan Kuratif

Dari Gambar 1 diperoleh model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif dalam bentuk sistem persamaan differensial nonlinear seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \gamma P + \varepsilon R + \eta I - \alpha S \frac{(I+C)}{N} - \beta S \\
 \frac{dI}{dt} &= (1 - \rho)\alpha S \frac{(I+C)}{N} + \pi C - \delta I - \eta I \\
 \frac{dR}{dt} &= \delta I - \varepsilon R \\
 \frac{dP}{dt} &= \beta S - \gamma P \\
 \frac{dC}{dt} &= \rho\alpha S \frac{(I+C)}{N} - \pi C
 \end{aligned} \tag{1}$$

dengan N adalah jumlah individu, dimana $N = S + I + R + P + C$.

3.2 Analisis Model

Analisis model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif akan dilakukan dengan pencarian terhadap titik kesetimbangan model, bilangan reproduksi dasar dan analisis kestabilan serta melakukan simulasi.

3.2.1 Titik Kesetimbangan Model Matematika Penyebaran Penyakit Antraknosa pada Tanaman Cabe dengan Tindakan Preventif dan Kuratif

Titik kesetimbangan model diperoleh pada saat $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0, \frac{dP}{dt} = 0, \frac{dC}{dt} = 0$ sehingga sistem persamaan (1) menjadi seperti berikut:

$$\gamma P + \varepsilon R + \eta I - \alpha S \frac{(I+C)}{N} - \beta S = 0 \tag{2}$$

$$(1 - \rho)\alpha S \frac{(I+C)}{N} + \pi C - \delta I - \eta I = 0 \tag{3}$$

$$\delta I + \omega I - \varepsilon R = 0 \tag{4}$$

$$\beta S - \gamma P = 0 \tag{5}$$

$$\rho\alpha S \frac{(I+C)}{N} - \pi C = 0. \tag{6}$$

3.2.1.2 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit (E_0)

Titik kesetimbangan E_0 diperoleh ketika dalam populasi tidak terdapat individu terinfeksi atau $I = 0$. Dari model diperoleh E_0 sebagai berikut:

$$E_0(S, I, R, P, C) = \left(\frac{\gamma}{\beta+\gamma}, 0, 0, \frac{\beta}{\beta+\gamma}, 0 \right).$$

3.2.1.2 Titik Kesetimbangan Endemik (E_1)

Titik kesetimbangan endemik diperoleh saat didalam suatu populasi terdapat individu yang terinfeksi penyakit atau $I \neq 0$. Dari model diperoleh titik kesetimbangan endemiknya yaitu $E_1 = (S^*, I^*, R^*, P^*, C^*)$, dengan nilai masing-masing adalah:

$$S^* = \frac{\pi(\delta+\eta)}{\alpha\pi+\alpha\rho(\delta+\eta)} \quad I^* = \frac{a-b-c}{d+a} \quad R^* = \frac{\delta I^*}{\varepsilon}$$

$$P^* = \frac{\beta\pi(\delta+\eta)}{\gamma\alpha\pi+\gamma\alpha\rho(\delta+\eta)} \quad C^* = \frac{\rho I^*(\delta+\eta)}{\pi}$$

Dimana : $a = \varepsilon\pi(\pi\alpha + \rho\alpha\delta + \rho\alpha\eta)(\gamma\alpha\pi + \gamma\rho\alpha\delta + \gamma\rho\alpha\eta)$

$$b = \varepsilon\pi(\pi\delta + \pi\eta)(\gamma\alpha\pi + \gamma\rho\alpha\delta + \gamma\rho\alpha\eta)$$

$$c = \varepsilon\pi(\beta\pi\delta + \beta\pi\eta)(\pi\alpha + \rho\alpha\delta + \rho\alpha\eta)$$

$$d = (\delta\pi + \rho\varepsilon\delta + \rho\varepsilon\eta)(\pi\alpha + \rho\alpha\delta + \rho\alpha\eta)(\gamma\alpha\pi + \gamma\rho\alpha\delta + \gamma\rho\alpha\eta)$$

dengan syarat eksistensi $a > 0, d > 0$ dan $b < 0, c < 0$ sehingga $\frac{a-b-c}{d+a} > 0$.

3.2.2 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Bilangan R_0 adalah suatu bilangan yang digunakan untuk melihat didalam suatu kelompok terjadi endemik atau tidak. Untuk menentukan R_0 digunakan metode *next generation matriks*, yaitu dengan menggunakan matriks transmisi dari F dan V sebagai berikut:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} & \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \pi \\ \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} & \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} \end{bmatrix} \text{ dan } V = \begin{bmatrix} \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta & \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} \\ 0 & \pi \end{bmatrix}$$

Bilangan R_0 adalah radius spektral atau nilai eigen terbesar dari matriks (FV^{-1}) , sehingga didapatkan R_0 sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{b_5 - b_4 + b + \sqrt{(b_4 - b_5 - b)^2 - 4(bb_5 - bb_4 + b_3b_1 - b_3b_2)}}{2}$$

$$\text{Dimana: } b = \frac{\alpha\gamma\pi}{\rho\alpha\gamma+\gamma\delta+\beta\delta+\gamma\eta+\beta\eta} \quad b_1 = \frac{\rho\alpha^2\gamma^2}{(\gamma+\beta)(\rho\alpha\gamma+\gamma\delta+\beta\delta+\gamma\eta+\beta\eta)} \quad b_2 = \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \pi$$

$$b_3 = \frac{\rho\alpha\gamma\pi}{\rho\alpha\gamma+\gamma\delta+\beta\delta+\gamma\eta+\beta\eta} \quad b_4 = \frac{\rho^2\alpha^2\gamma^2}{(\gamma+\beta)(\rho\alpha\gamma+\gamma\delta+\beta\delta+\gamma\eta+\beta\eta)} \quad b_5 = \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta}$$

dengan syarat eksistensi $b > 0, b_1 < 0, b_2 > 0, b_3 > 0, b_4 < 0, b_5 > 0$, sehingga $(b_4 - b_5 - b)^2 > 4(bb_5 - bb_4 + b_3b_1 - b_3b_2)$.

3.2.3 Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Model

Analisis kestabilan dapat dilakukan dengan mencari nilai eigen dari matrik jacobii dari persamaan (1), sehingga didapatkan matriks seperti berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -(\alpha I + \alpha C + \beta) & \eta - \alpha S & \varepsilon & \gamma & 0 \\ (\alpha I + \alpha C - \rho\alpha I - \rho\alpha C) & \alpha S - (\rho\alpha S + \delta + \eta) & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \delta & -\varepsilon & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & -\gamma & 0 \\ \rho\alpha(I + C) & \rho\alpha S & 0 & 0 & \rho\alpha S - \pi \end{bmatrix}$$

Titik kesetimbangan model disebut stabil asimtotik apabila semua nilai eigen real dari matriks jacobii bernilai negatif.

3.2.3.1 Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit (E_0)

Matriks jacobii disekitar E_0 sebagai berikut:



$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\beta & \eta - \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} & \varepsilon & \gamma & 0 \\ 0 & \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} - \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta\right) & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \delta & -\varepsilon & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} & 0 & 0 & \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} - \pi \end{bmatrix}$$

Untuk menentukan nilai eigen maka berlaku $|\lambda I - J(E_0)| = 0$ sehingga diperoleh:

$$\begin{vmatrix} \lambda + \beta & -\eta + \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} & -\varepsilon & -\gamma & 0 \\ 0 & \lambda - \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta\right) & 0 & 0 & -\pi \\ 0 & -\delta & \lambda + \varepsilon & 0 & 0 \\ -\beta & 0 & 0 & \lambda + \gamma & 0 \\ 0 & -a_3 & 0 & 0 & \lambda - \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \pi \end{vmatrix} = 0.$$

Diperoleh determinan matriks seperti berikut:

$$(\lambda + \beta) \left(\lambda - \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + a_2 \right) (\lambda + \varepsilon) (\lambda + \gamma) (\lambda - a_3 + \pi) = 0$$

$$\lambda_1 + \beta = 0 \text{ karena } \beta > 0 \text{ maka } \lambda_1 < 0$$

$$\lambda_2 - \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta\right) = 0 \text{ diperoleh } \lambda_2 > 0, \text{ agar } \lambda_2 < 0 \text{ maka } \frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta\right)$$

$$\lambda_3 + \varepsilon = 0 \text{ karena } \varepsilon > 0 \text{ maka } \lambda_3 < 0$$

$$\lambda_4 + \gamma = 0 \text{ karena } \gamma > 0 \text{ maka } \lambda_4 < 0$$

$$\lambda_5 - \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \pi = 0 \text{ diperoleh } \lambda_5 = \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} - \pi, \text{ agar } \lambda_5 < 0 \text{ maka } \frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \pi$$

Dari persamaan karakteristik diatas dapat diketahui bahwa semua nilai eigen negatif, sehingga titik kesetimbangan E_0 stabil asimtotik dengan syarat $\frac{\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta\right)$ dan $\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \pi$.

3.2.3.2 Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Endemik (E_1)

Matriks jacobii disekitar E_1 sebagai berikut:

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} -d_1 & d_2 & \varepsilon & \gamma & 0 \\ d_3 & d_4 & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \delta & -\varepsilon & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & -\gamma & 0 \\ d_5 & d_6 & 0 & 0 & d_7 \end{bmatrix}$$

Dimana: $d_1 = \alpha I^* + \alpha C^* + \beta$

$$d_2 = \eta - \alpha S^*$$

$$d_3 = \alpha I^* + \alpha C^* - \rho \alpha I^* - \rho \alpha C^*$$

$$d_4 = \alpha S^* (1 - \rho) - \delta - \eta$$

$$d_5 = \rho \alpha (I^* + C^*)$$

$$d_6 = \rho \alpha S^*$$

$$d_7 = \rho \alpha S^* - \pi$$

Untuk menentukan nilai eigen maka berlaku $|\lambda I - J(E_1)| = 0$ sehingga diperoleh:

$$\begin{vmatrix} \lambda + d_1 & d_2 & \varepsilon & \gamma & 0 \\ d_3 & \lambda - d_4 & 0 & 0 & \pi \\ 0 & \delta & \lambda + \varepsilon & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & \lambda + \gamma & 0 \\ d_5 & d_6 & 0 & 0 & \lambda - d_7 \end{vmatrix} = 0.$$

Dari matriks diatas diperoleh persamaan karakteristik seperti berikut:

$$\lambda^5 + (\varepsilon + \gamma + d_1 - d_4 - d_7)\lambda^4 + (\varepsilon\gamma + d_1\varepsilon - d_4\varepsilon - d_7\varepsilon + d_1\gamma - d_4\gamma - d_7\gamma + d_4d_7 - d_1d_4 - d_1d_7)\lambda^3 + (d_1\varepsilon\gamma - d_4\varepsilon\gamma - d_7\varepsilon\gamma + d_4d_7\varepsilon - d_1d_4\varepsilon - d_1d_7\varepsilon + d_4d_7\gamma - d_1d_4\gamma - d_1d_7\gamma + d_1d_4d_7)\lambda^2 + (d_4d_7\varepsilon\gamma - d_1d_4\varepsilon\gamma - d_1d_7\varepsilon\gamma + d_1d_4d_7\varepsilon + d_1d_4d_7\gamma)\lambda + (\varepsilon\gamma d_1d_4d_7) = 0.$$

Persamaan karakteristik diatas dapat ditulis dalam bentuk:

$$a_0\lambda^5 + a_1\lambda^4 + a_2\lambda^3 + a_3\lambda^2 + a_4\lambda + a_5 = 0$$

Dimana:

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \varepsilon + \gamma + d_1 - d_4 - d_7$$

$$a_2 = \varepsilon\gamma + d_1\varepsilon - d_4\varepsilon - d_7\varepsilon + d_1\gamma - d_4\gamma - d_7\gamma + d_4d_7 - d_1d_4 - d_1d_7$$

$$\begin{aligned} a_3 &= d_1 \varepsilon \gamma - d_4 \varepsilon \gamma - d_7 \varepsilon \gamma + d_4 d_7 \varepsilon - d_1 d_4 \varepsilon - d_1 d_7 \varepsilon + d_4 d_7 \gamma - d_1 d_4 \gamma - d_1 d_7 \gamma + d_1 d_4 d_7 \\ a_4 &= d_4 d_7 \varepsilon \gamma - d_1 d_4 \varepsilon \gamma - d_1 d_7 \varepsilon \gamma + d_1 d_4 d_7 \varepsilon + d_1 d_4 d_7 \gamma \\ a_5 &= \varepsilon \gamma d_1 d_4 d_7. \end{aligned}$$

Berdasarkan metode kriteria Routh-hurwitz titik E_1 akan bersifat stabil asimtotik dengan syarat seperti berikut:

$$\begin{aligned} \text{a) } a_1 a_2 &> a_0 a_3 & \text{d) } a_3 &> \frac{a_1^2 a_4 - a_0 a_1 a_5}{a_1 a_2 - a_0 a_3} \\ \text{b) } a_1 a_4 &> a_0 a_5 & \text{e) } \left(a_3 - \frac{a_1^2 a_4 - a_0 a_1 a_5}{a_1 a_2 - a_0 a_3} \right) &> a_5. \\ \text{c) } a_1^2 a_4 &> a_0 a_1 a_5 \end{aligned}$$

3.2.4 Simulasi model

Simulasi numerik bertujuan untuk memberikan hasil yang lebih jelas terhadap penyebaran penyakit antraknosa pada cabe dengan tindakan preventif dan kuratif. Simulasi dilakukan dengan membentuk trayektori dari kondisi awal yang dimisalkan.

3.2.4.1 Simulasi Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit (E_0)

Parameter yang akan digunakan seperti tabel berikut:

Tabel 1. Nilai Parameter Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit (E_0)

Parameter	Nilai
N	1
ρ	0.001
α	0.070
π	0.018
β	0.050
δ	0.005
η	0.001
γ	0.025
ε	0.015

Dari nilai pada Tabel 1 akan dihitung E_0 dan R_0 terlebih dahulu sehingga diperoleh:

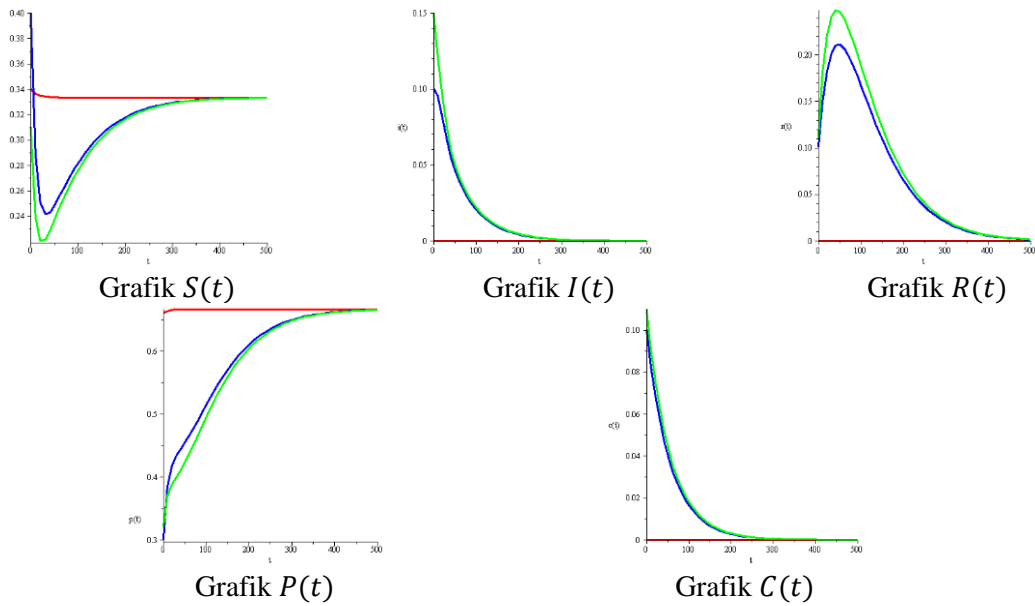
$$E_0 = (0.36; 0; 0; 0.64; 0) \text{ dan } R_0 = 0.0233488003$$

Diperoleh $R_0 < 1$, yang artinya penyakit tidak mewabah. Dalam simulasi titik kesetimbangan bebas penyakit digunakan dua tebakan nilai awal seperti pada Tabel 2.

Tabel 2. Tebakan Nilai Awal Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Variabel	Nilai	
S	0.40	0.31
I	0.10	0.15
R	0.10	0.11
P	0.30	0.32
C	0.10	0.11

sehingga didapatkan grafik seperti pada Gambar 2.



Gambar 2. Trayektori Disekitar Titik Keseimbangan Bebas Penyakit (E_0)

Berdasarkan Gambar 2 kurva merah adalah kurva titik kesetimbangan bebas penyakit dan kurva hijau dan merah nantinya akan menentukan stabil atau tidak stabilnya titik kesetimbangan bebas penyakit dari masing-masing grafik. Dapat diketahui trayektori kurva biru dan hijau bergerak mendekati kurva merah. Dapat disimpulkan bahwa titik kesetimbangan E_0 bersifat stabil asimtotik dimana juga diperkuat dengan nilai $R_0 < 1$, yang artinya dalam waktu tertentu penyebaran penyakit antraknosa akan menghilang.

3.2.4.2 Simulasi Titik Keseimbangan Endemik (E_1)

Parameter yang akan digunakan sebagai berikut:

Tabel 3. Nilai Parameter Titik Keseimbangan Endemik (E_1)

Parameter	Nilai
N	1
ρ	0.001
α	0.080
π	0.018
β	0.0010
δ	0.001
η	0.001
γ	0.025
ε	0.005

Dari nilai Tabel 3 akan dihitung E_1 dan R_0 terlebih dahulu sehingga diperoleh:

$$E_1 = (0.02499821441; 0.8116199036; 0.1623239807; 0.000999928574; 0.00005797285)$$

$$R_0 = 1.731002250$$

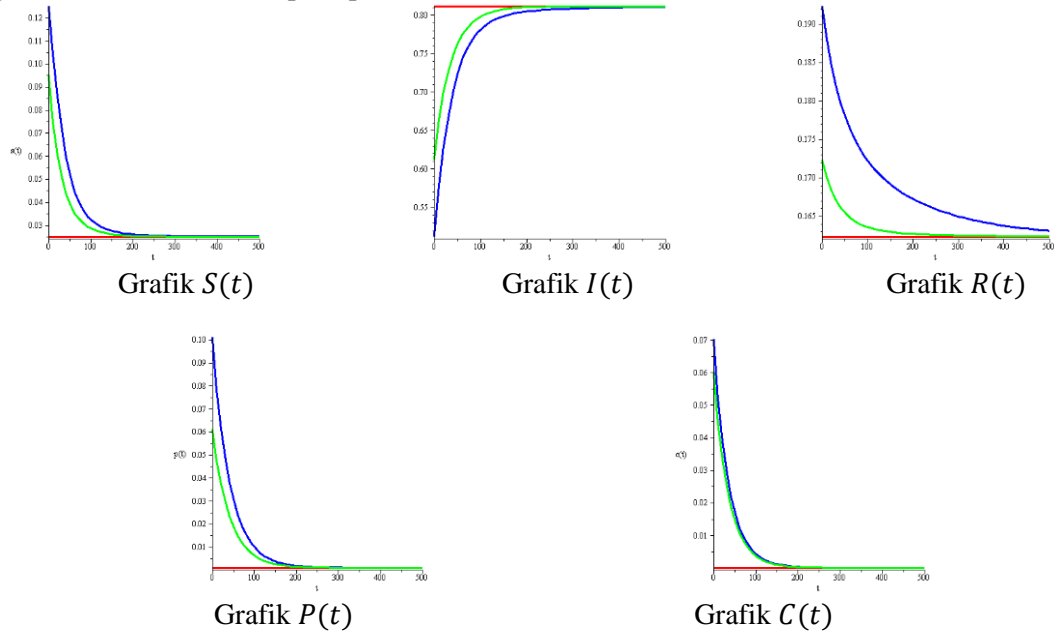
Diperoleh $R_0 > 1$, yang artinya penyakit akan mewabah. Dalam simulasi titik kesetimbangan bebas penyakit digunakan dua tebakan nilai awal seperti pada Tabel 4.

Tabel 4. Tebakan Nilai Awal Titik Keseimbangan Endemik

Variabel	Nilai	
S	0.1249982144	0.09499821441

I	0.5116199036	0.6116199036
R	0.1923239807	0.1723239807
P	0.1009999286	0.06099992858
C	0.07005797285	0.06005797285

Sehingga didapatkan grafik seperti pada Gambar 3.



Gambar 3. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Endemik (E_1)

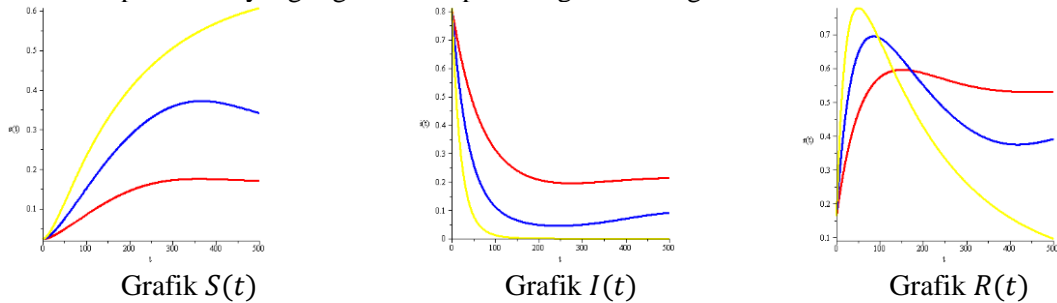
Berdasarkan Gambar 3 kurva merah adalah kurva titik kesetimbangan endemik dan kurva hijau dan merah nantinya akan menentukan stabil atau tidak stabilnya titik kesetimbangan endemik dari masing-masing grafik. Dapat diketahui bahwa trayektori kurva biru dan hijau bergerak mendekati kurva merah yang berarti bahwa akan terjadi penyebaran penyakit dalam waktu yang lama. Hal ini juga diperkuat dengan nilai $R_0 > 1$.

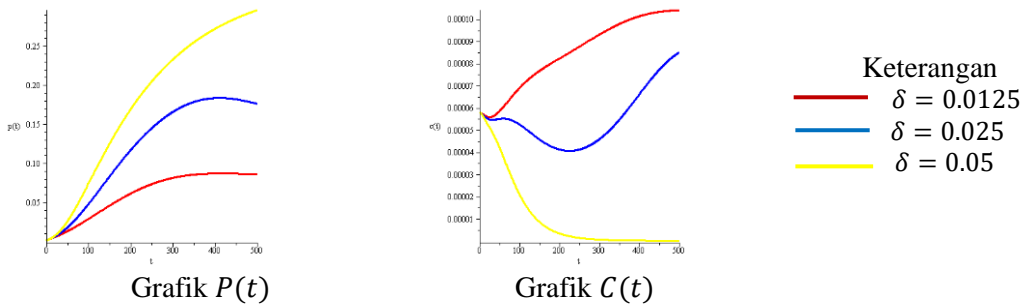
3.2.4.3 Simulasi Titik Kesetimbangan Endemik (E_1) dengan Nilai β dan δ Berbeda

Parameter yang akan digunakan dalam simulasi sama dengan Tabel 3.

a. $\beta = 0.0125$ dan $\delta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$

Dari parameter yang digunakan diperoleh grafik sebagai berikut:



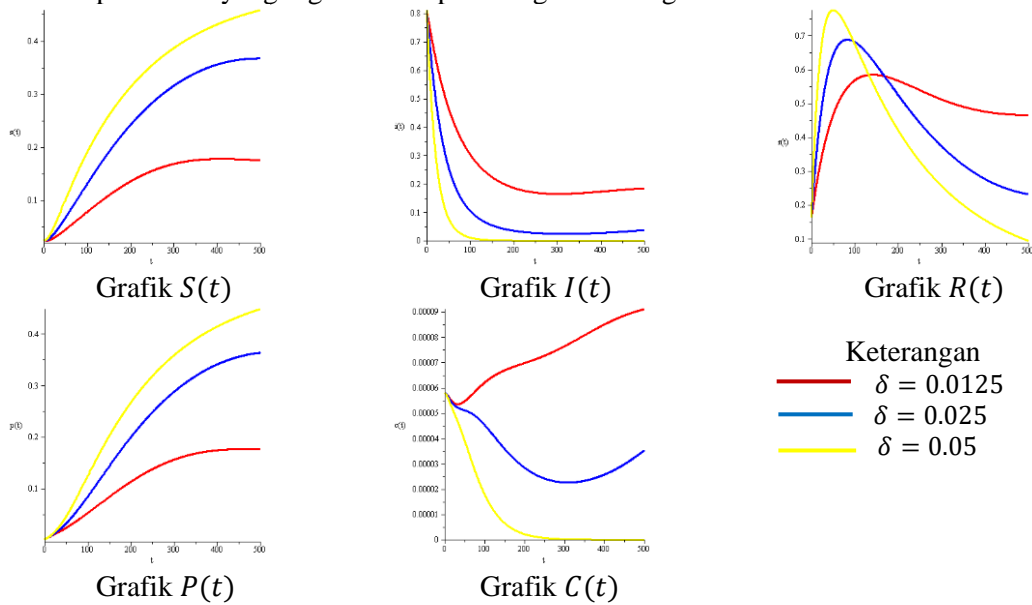


Gambar 4. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Endemik dengan $\beta = 0.0125$ dan δ berbeda

Berdasarkan Gambar 4 dapat dilihat bahwa ketika nilai δ semakin besar maka individu rentan dan terlindungi semakin meningkat sedangkan individu terinfeksi, sembuh dan pembawa penyakit (carrier) akan semakin menurun. Semakin besar nilai δ akan semakin cepat mengurangi penyebaran individu terinfeksi dan pembawa penyakit.

b. $\beta = 0.025$ dan $\delta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$

Dari parameter yang digunakan diperoleh grafik sebagai berikut:

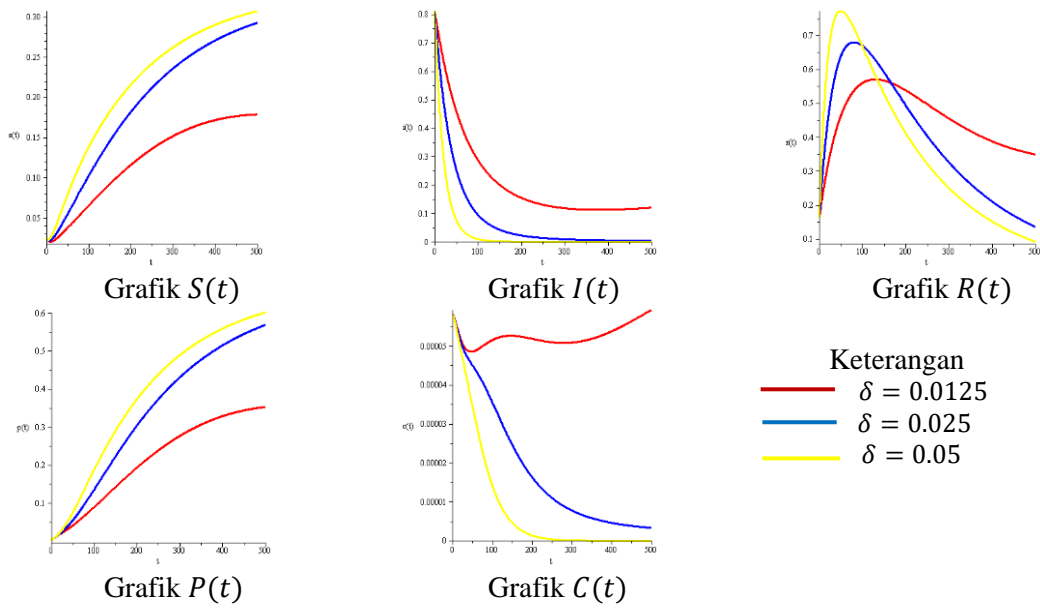


Gambar 5. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Endemik dengan $\beta = 0.025$ dan δ berbeda

Berdasarkan Gambar 5 dapat dilihat bahwa ketika δ semakin besar maka individu rentan dan terlindungi semakin meningkat sedangkan individu terinfeksi dan carrier akan semakin menurun dan individu sembuh berbanding lurus dengan individu terinfeksi, yang artinya apabila individu yang terinfeksi sedikit maka individu yang sembuh juga sedikit. Semakin besar nilai δ akan semakin cepat mengurangi penyebaran individu terinfeksi dan pembawa penyakit.

c. $\beta = 0.05$ dan $\delta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$

Dari parameter yang digunakan diperoleh grafik sebagai berikut:



Gambar 6. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Endemik dengan $\beta = 0.05$ dan δ berbeda

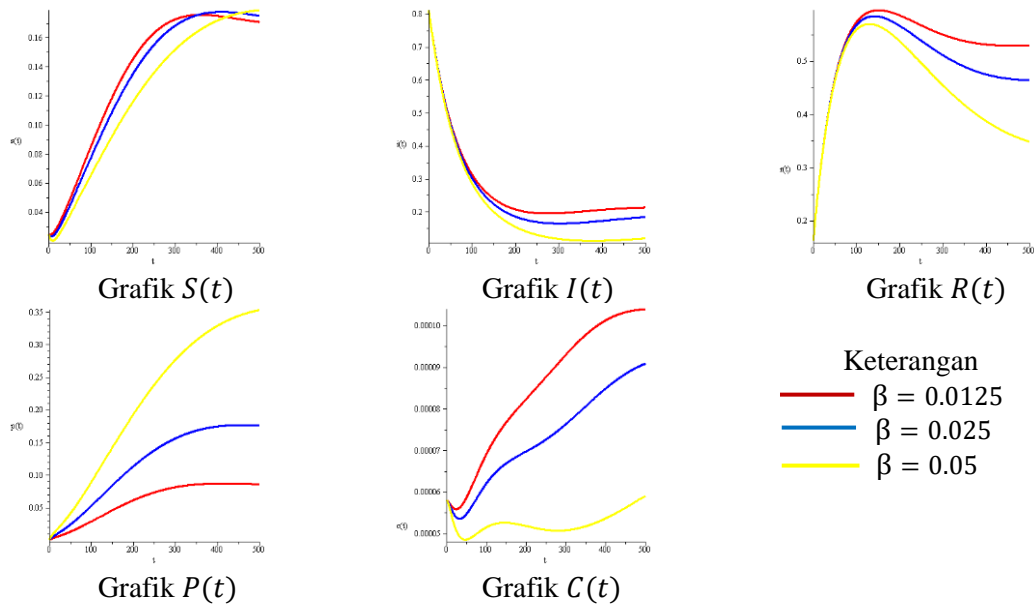
Berdasarkan Gambar 6 dapat dilihat bahwa ketika δ semakin besar maka individu rentan dan terlindungi semakin meningkat sedangkan individu terinfeksi akan semakin menurun dan individu sembuh berbanding lurus dengan individu terinfeksi, yang artinya apabila individu yang terinfeksi sedikit maka individu yang sembuh juga sedikit. Semakin besar nilai δ akan semakin cepat mengurangi penyebaran individu terinfeksi dan pembawa penyakit.

3.2.4.4 Simulasi Titik Kesetimbangan Endemik (E_1) dengan Nilai δ dan β Berbeda

Parameter yang akan digunakan dalam simulasi sama dengan Tabel 3.

- a. $\delta = 0.0125$ dan $\beta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$

Dari parameter yang digunakan diperoleh grafik sebagai berikut:



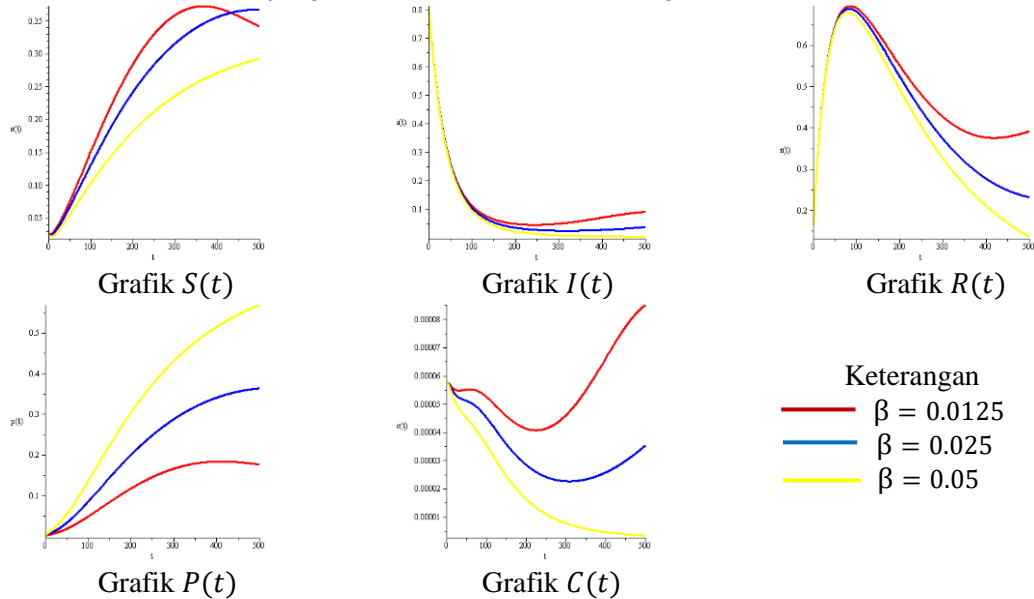


Gambar 7. Trayektori Disekitar Titik Keseimbangan Endemik dengan $\delta = 0.0125$ dan β berbeda

Berdasarkan Gambar 7 dapat dilihat bahwa pada saat β semakin besar maka individu terlindungi akan semakin meningkat sedangkan individu rentan, terinfeksi, sembuh dan pembawa penyakit akan semakin menurun.

b. $\delta = 0.0125$ dan $\beta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$

Dari parameter yang digunakan diperoleh grafik sebagai berikut:

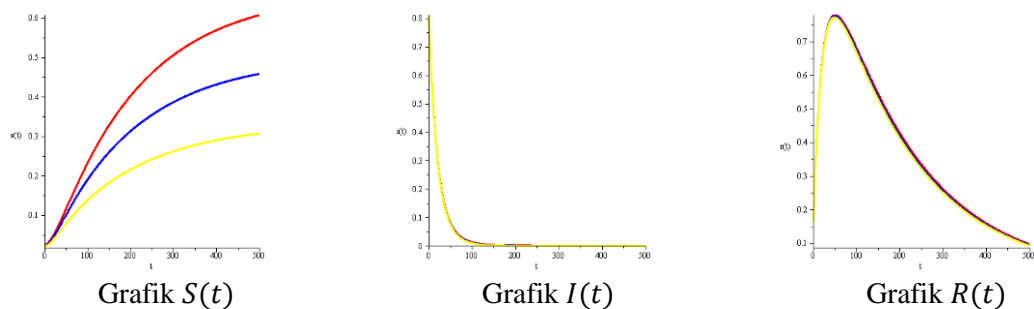


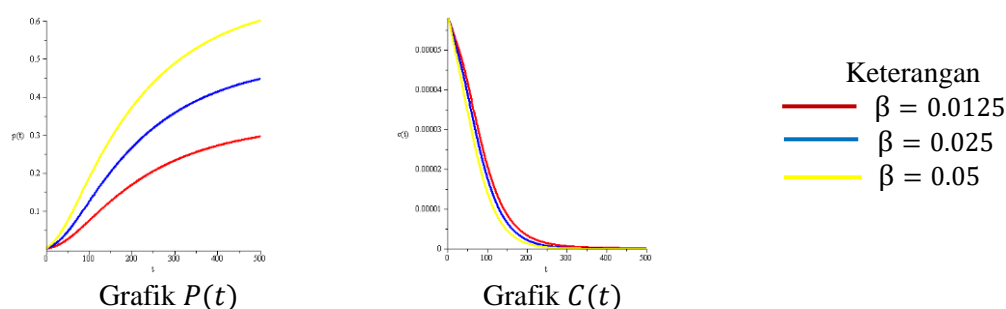
Gambar 8. Trayektori Disekitar Titik Keseimbangan Endemik dengan $\delta = 0.025$ dan β berbeda

Berdasarkan Gambar 8 dapat dilihat bahwa pada saat β semakin besar maka individu terlindungi akan semakin meningkat sedangkan individu rentan, terinfeksi, sembuh dan pembawa penyakit akan semakin menurun. Namun untuk individu terinfeksi perubahan nilai β tidak terlalu berpengaruh.

c. $\delta = 0.0125$ dan $\beta = (0.0125 ; 0.025; 0.05)$

Dari parameter yang digunakan diperoleh grafik sebagai berikut:





Gambar 9. Trayektori Disekitar Titik Kesetimbangan Endemik dengan $\delta = 0.05$ dan β berbeda

Berdasarkan Gambar 9 dapat dilihat bahwa pada saat β semakin besar maka individu terlindungi akan semakin meningkat dan individu rentan semakin menurun, sedangkan untuk individu terinfeksi, sembuh dan pembawa penyakit perubahan nilai β tidak terlalu berpengaruh.

3.2.5 Interpretasi

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit yang bersifat stabil asimtotik yang artinya penyakit akan menghilang dalam waktu tertentu dan titik kesetimbangan endemik juga bersifat stabil asimtotik yang artinya penyakit akan mengalami penyebaran dalam waktu yang lama. Hasil simulasi yang dilakukan menyatakan bahwa jika tindakan pengobatan semakin besar maka individu terinfeksi dan carrier akan semakin menurun sedangkan untuk individu sembuh berbanding lurus dengan individu terinfeksi yang artinya apabila individu terinfeksi sedikit maka individu yang sembuh juga sedikit. Dan untuk individu rentan dan terlindungi akan semakin meningkat karena perubahan individu terinfeksi akan mempengaruhi individu rentan dan terlindungi. Sedangkan ketika tindakan pencegahan semakin besar akan menyebabkan individu terlindungi semakin meningkat namun individu rentan dan pembawa penyakit semakin menurun akan tetapi perubahan besarnya tindakan pencegahan tidak terlalu berpengaruh terhadap individu terinfeksi dan sembuh, karena tindakan pencegahan hanya dilakukan pada individu rentan terhadap penyakit.

4. KESIMPULAN

Model matematika penyebaran penyakit antraknosa pada tanaman cabe dengan tindakan preventif dan kuratif diperoleh suatu bentuk sistem persamaan differensial. Dari hasil analisis model diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit yang bersifat stabil asimtotik jika $\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \left(\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} + \delta + \eta\right)$ dan $\frac{\rho\alpha\gamma}{\gamma+\beta} < \pi$ serta titik kesetimbangan endemik yang akan bersifat stabil asimtotik jika $a_1 a_2 > a_0 a_3$, $a_1 a_4 > a_0 a_5$, $a_1^2 a_4 > a_0 a_1 a_5$, $\left(a_3 - \frac{a_1^2 a_4 - a_0 a_1 a_5}{a_1 a_2 - a_0 a_3}\right) \left(\frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1 a_2 - a_0 a_3}\right) > a_5$, dan $a_3 > \frac{a_1^2 a_4 - a_0 a_1 a_5}{a_1 a_2 - a_0 a_3}$. Semakin besar tindakan preventif menyebabkan individu terlindungi semakin meningkat dan populasi rentan semakin menurun sedangkan ketika tindakan kuratif semakin besar maka individu terinfeksi dan carrier akan semakin menurun

REFERENSI

- [1] Semangun, H. 1994. Penyakit-Penyakit Tanaman Hortikultura di Indonesia. Gadjah Mada University Press. Yogyakarta
- [2] Farid, M., & Subekti, N. A. 2012. Tinjauan terhadap produksi, konsumsi, distribusi dan dinamika harga cabe di Indonesia. *Buletin Ilmiah Litbang Perdagangan*, 6(2), 211-234.
- [3] Badan Pusat Statistik. <https://www.bps.go.id>
- [4] Wien, H.C. 1997. The physiology of vegetable crops. Cab. International
- [5] Semangun, H. 1994. Penyakit-Penyakit Tanaman Hortikultura di Indonesia. Gadjah Mada University Press. Yogyakarta
- [6] Syukur, Muhammad. 2013. *Cabai Prospek Bisnis dan Teknologi Mancanegara*. Bogor: Swadaya
- [7] Nawangsih, A. A., H. P. Imad dan A. Wahyudi. 2001. *Cabai Hot Beauty*. Penebar Swadaya. Jakarta



-
- [8] Sutarman. 2017. *Dasar-dasar Ilmu Penyakit Tanaman*. Umsida Press.
- [9] Duriat, A.S., N.Gunaeni., & A.W.Wulandari. 2007. *Penyakit Penting Pada Tanaman Cabai dan Pengendaliannya*. Balai Penelitian Tanaman Sayuran : Bandung.
- [10] Cerkauskas,R. 2004. *AVRDC Fact Sheet Antracnose*. AVRDC-The World Vegetable Centre
- [11] Suhardi. 1992. Pengujian Efikasi Derosal 60 WP Terhadap Bercak Daun Cercospora (*Cercospora capsici*) dan Antraknosa (*Colletotrichum spp.*) Pada Tanaman Cabai. Laporan Hasil Penelitian. Perhimpunan Fitopatologi Indonesia Komisariat Daerah Segunung.Cianjur.
- [12] Dripp, Widodo. 2019. Cara Efektif Mencegah dan Mengatasi Antraknosa pada Cabe.<https://mplk.politanikoe.ac.id/index.php/program-studi/28-manajemen-pertanian-lahan-kering/informasi-materi-kuliah-praktek1/151-pengertian-dan-peranan-perlindungan-tanaman> (diakses 10 juni 2022).
- [13] Widowati dan Sutimin. 2013. *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Jurusan Matematika Universitas Diponegoro
- [14] Anggriani, N., Arumi, D., Hertini, E., Istifadah, N., & Supriatna, A.2017. Dynamical analysis of plant disease model with roguing, replanting and preventive treatment. *Proceedings of 4th International Conferenve on Research, Implementation, and Education of Mathematics and Science*.
- [15] El-Sayed, A. M. A., Rida, S. Z., & Gaber, Y. A. 2020. Dynamical of curative and preventive treatments in a two-stage plant disease model of fractional order. *Chaos, Solitons & Fractals*, 137, 109879.