

Pemodelan Matematika Penyebaran Penyakit Toksoplasmosis dengan Pengaruh Vektor

Junero Risman¹, Media Rosha²

^{1,2},Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang (UNP)

Article Info

Article history:

Received October 27, 2022

Revised November 24, 2022

Accepted December 15, 2022

Keywords:

Toxoplasmosis
Mathematical Model
Vector

Kata Kunci:

Toksoplasmosis
Model Matematika
Vektor

ABSTRACT

Toxoplasmosis is a sickness as a result of the parasite *Toxoplasma gondii*, which can attack humans and animals, especially cats. The reason for this investigation is to discover the model, the results of model analysis, and an interpretation of the results of a mathematical model analysis of the spread toxoplasmosis by vector effects. The strategies used on this take a look at are descriptive. A mathematical model of the spread toxoplasmosis by vector influence takes the form of a nonlinear system of equations consisting of eight nonlinear equations. Analysis results of a mathematical model with two fixed points, a disease-free fixed point and a diseased fixed point. Each is asymptotically stable, subject to several conditions. The resulting baseline reproductive numbers indicate that the disease is becoming epidemic as the horizontal transmission rate and transmission rate from the latent population to the infected population within the vector increase.

ABSTRAK

Toksoplasmosis ditimbulkan oleh parasit *Toxoplasma gondii* yang bisa menginfeksi insan dan hewan, terutama kucing.. Tujuan berdasarkan penelitian ini merupakan buat melihat model, output analisis model, dan interpretasi dari hasil analisis model matematika penyebaran penyakit toksoplasmosis dengan pengaruh vektor. Metode yg dipakai pada penelitian ini merupakan metode deskriptif. Model matematika penyebaran penyakit berbentuk sistem persamaan nonlinear yang terdiri dari delapan persamaan nonlinear. Analisis model matematis memberikan dua titik tetap, yaitu titik tetap endemik penyakit dan titik tetap bebas penyakit, masing-masing bersifat stabil asimtotik dengan beberapa syarat yang harus dipenuhi. Bilangan reproduksi dasar yang dihasilkan menandakan bahwa penyakit akan mewabah jika meningkatnya laju penularan secara horizontal dan tingkat perpindahan dari populasi laten ke terinfeksi pada vektor.

This is an open access article under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



Penulis pertama:

(Junero Risman)

Prodi Matematika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Padang, Jl. Prof. Dr. Hamka, Air Tawar barat, Padang Utara, Padang, 25171 Padang, Sumatera Barat
Email: junerorisman16@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Salah satu infeksi parasit yang dikenal manusia adalah toksoplasmosis. *Toxoplasma gondii* merupakan parasit utama toksoplasmosis dengan inang perantara primernya adalah kucing. [1]. *Toxoplasma gondii*, tergolong koksidia yang memperbanyak diri dalam sel hidup [2]. Meskipun diperkirakan bahwa sepertiga dari populasi dunia terinfeksi parasit *Toxoplasma gondii*, tetapi bentuk paling umum dari penyakit ini adalah laten (asintomatik) atau tidak menimbulkan gejala [3]. Infeksi parasit toksoplasmosis ini sangat berbahaya bagi seseorang yang sistem imunnya lemah seperti ibu hamil, bayi, orang tua renta, dan penderita penyakit HIV/AIDS [4]. Penyakit ini dapat menimbulkan kerusakan pada otak, mata, paru, kelainan kulit, kerusakan jaringan, dan organ-organ lainnya [5].

Infeksi toksoplasmosis pada manusia dapat bervariasi berdasarkan satu wilayah ke wilayah lain. Perbedaan laju alami penularan toksoplasmosis terjadi karena berbagai kondisi, diantaranya perbedaan faktor kultural populasi, perbedaan faktor lingkungan, dan spesies inang yang berdeda. [6]. Gejala toksoplasmosis pada kucing biasanya terjadi kesulitan bernafas, nafsu makan menurun dan kebutaan. Jika dilakukan pemeriksaan patologi anatomis (bedah bangkai) akan menunjukkan pembengkakan pada limfoglandula pada usus, adanya tukak usus, radang paruparu, dan radang pada ginjal [7].

Penularan toksoplasmosis pada manusia dapat diperoleh secara vertikal dan horizontal. Penularan secara vertikal disebut toksoplasmosis kongenital yang terjadi akibat penularan parasit dari ibu yang terinfeksi dan menular ke janin [8]. Penularan horizontal terjadi saat manusia mengonsumsi makanan yang terinfeksi ookista dan transplantasi organ atau transfusi darah [9]. Model matematika merupakan cabang ilmu pengetahuan di bidang matematika yang ikut berperan dalam membantu memprediksi penyebaran penyakit toksoplasmosis. Model matematika merupakan solusi yang dapat membantu mendeskripsikan fenomena kehidupan nyata kedalam bentuk fungsi atau persamaan matematika sehingga diperoleh pemahaman yang lebih tepat terhadap problem dunia nyata [10]. Model dasar toksoplasmosis hanya memperhatikan bagaimana penyebaran toksoplasmosis pada populasi manusia. Dalam penelitian ini, model yang dikembangkan dengan memperhatikan juga penyebaran toksoplasmosis pada populasi vektor. Dengan penambahan populasi vektor digunakan untuk melihat pengaruhnya terhadap penyebaran toksoplasmosis pada populasi manusia. Tujuan penelitian ini yaitu: membentuk model matematika, mengetahui hasil analisis model matematika dan interpretasi dari hasil analisis model matematika penyebran penyakit toksoplasmosis dengan pengaruh vektor.

2. METODE

Jenis penelitian ini yaitu penelitian dasar (teoritis). Metode yang dipakai yaitu analisis teoritis sesuai dengan topik utama yang dibahas dan berdasarkan kajian literatur. Penelitian ini dilakukan dengan mengumpulkan referensi yang sesuai dengan topik penelitian baik itu berasal dari buku, jurnal, maupun sumber-sumber dari internet. Langkah kerja yang dipakai pada penelitian ini yaitu:

1. Mengidentifikasi masalah yang diajukan pada penelitian ini yaitu pemodelan matematika penyebaran penyakit toksoplasmosis dengan pengaruh vektor.
2. Mengumpulkan teori-teori yang berkaitan dengan masalah yang diajukan dan menguji teori-teori tersebut dengan masalah pemodelan matematika penyebaran penyakit toksoplasmosis dengan pengaruh vektor.
3. Membuat asumsi, parameter dan variabel yang akan digunakan dalam pembentukan dan analisis model.
4. Mengkonstruksikan model matematis penyebaran penyakit toksoplasmosis dengan pengaruh vektor berdasarkan asumsi.



5. Menemukan titik tetap model matematika penyebaran penyakit dan bilangan dasar laju reproduksi dasar.
6. Menentukan stabilitas titik tetap dalam model.
7. Jalankan simulasi model matematis untuk titik tetap penyebaran penyakit.
8. Pembuatan hasil interpretasi dan simulasi model matematis titik tetap transmisi toksoplasmosis dengan pengaruh vektor.
9. Buat kesimpulan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Model Matematika

Berdasarkan tahapan-tahapan untuk membentuk model matematika. Tahap pertama yaitu mengidentifikasi permasalahan yang diangkat. Tahapan ini menentukan hubungan antara variabel, asumsi, dan parameter. Setelah itu, menentukan hubungan variabel dengan parameter tersebut.

Variabel yang dipakai pada model ini sebagai berikut:

1. S_h menyatakan kelompok manusia yang rentan pada saat t
2. E_h menyatakan kelompok manusia laten pada saat t
3. I_h menyatakan kelompok manusia yang terinfeksi pada saat t
4. C_h menyatakan kelompok manusia yang dikontrol dan diberi penanganan pada saat t
5. S_v menyatakan kelompok vektor yang rentan pada saat t
6. E_v menyatakan kelompok vektor laten pada saat t
7. I_v menyatakan kelompok vektor yang terinfeksi pada saat t
8. C_v menyatakan kelompok vektor yang dikontrol dan diberi penanganan pada saat t
9. N_h menyatakan jumlah populasi manusia
10. N_v menyatakan jumlah populasi vektor

Asumsi yang dipakai pada model ini sebagai berikut:

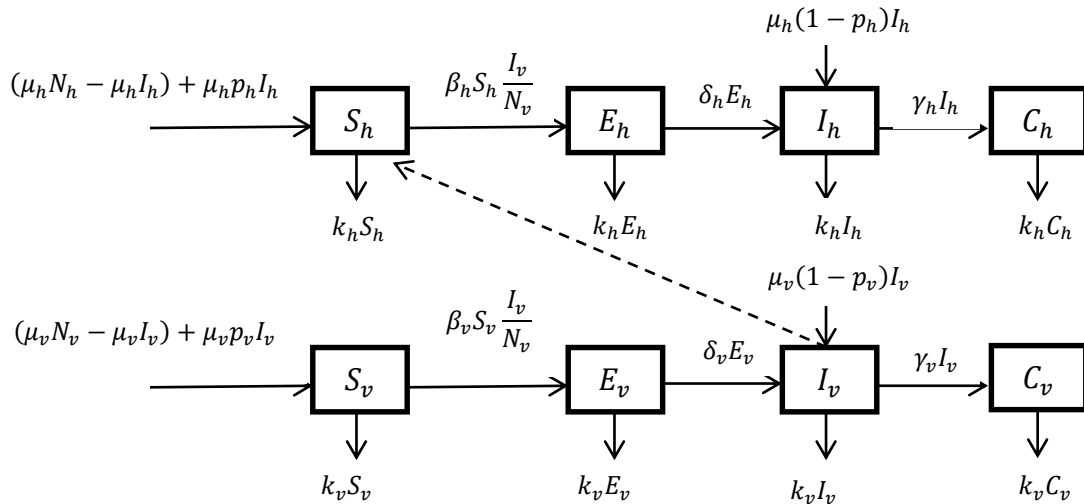
1. Terdapat satu penyakit yang menyebar dalam populasi.
2. Populasi manusia dan vektor bersifat tertutup (tidak ada imigrasi dan emigrasi).
3. Total populasi pada manusia dan vektor dianggap konstan dalam periode waktu pemodelan.
4. Penularan terjadi secara vertikal dan horizontal. Penularan secara vertikal melalui ibu hamil terinfeksi aktif yang ditularkan kepada bayinya dan penularan secara horizontal melalui memakan makanan mentah atau dimasak kurang matang yang mengandung ookista. Berlaku untuk manusia dan vektor.
5. Penyakit toksoplasmosis tidak mengakibatkan kematian.
6. Semua anggota subpopulasi rentan memiliki peluang yang sama untuk terinfeksi.
7. Pemberian obat-obatan atau penanganan kepada individu yang terinfeksi aktif.
8. Individu yang rentan berpindah ke subpopulasi yang laten dengan penularan horizontal.
9. Subpopulasi laten berpindah ke subpopulasi infeksi karena turunnya daya tahan tubuh (sistem imun).
10. Vektor tidak dapat tertular oleh manusia yang terinfeksi.
11. Vektor yang dimaksud pada penelitian ini ialah kucing.

Parameter yang digunakan untuk membentuk model adalah:

1. μ_h Tingkat kelahiran alami manusia.
2. μ_v Tingkat kelahiran dan kematian alami vektor.
3. k_h Tingkat kematian alami manusia.
4. k_v Tingkat kematian alami vektor.

5. β_h Tingkat penularan secara horizontal pada populasi manusia.
6. β_v Tingkat penularan secara horizontal pada populasi vektor.
7. p_h Peluang bayi yang baru lahir dari seorang ibu yang terinfeksi toksoplasmosis dalam keadaan sehat.
8. p_v Peluang vektor rentan baru lahir dari induk yang terinfeksi toksoplasmosis
9. δ_h Tingkat perpindahan dari laten ke terinfeksi pada populasi manusia akibat sistem imun yang melemah.
10. δ_v Tingkat perpindahan dari laten ke terinfeksi pada populasi vektor akibat sistem imun yang melemah.
11. γ_h Tingkat populasi manusia yang dikontrol dan diberi penanganan atau pengobatan.
12. γ_v Tingkat populasi vektor yang dikontrol dan diberi penanganan atau pengobatan.

Berdasarkan tahapan untuk membangun sebuah model matematika, setelah membangun asumsi-asumsi maka dapat disusun model matematika yang disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Model Matematika Penyebaran Penyakit Toksoplasmosis dengan Pengaruh Vektor

Berdasarkan Gambar 1 diperoleh bentuk model matematika penyebaran penyakit toksoplasmosis dengan pengaruh vektor sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS_h}{dt} &= (\mu_h N_h - \mu_h I_h) + \mu_h p_h I_h - \beta_h S_h \frac{I_v}{N_v} - k_h S_h \\ \frac{dE_h}{dt} &= \beta_h S_h \frac{I_v}{N_v} - \delta_h E_h - k_h E_h \\ \frac{dI_h}{dt} &= \mu_h(1-p_h)I_h + \delta_h E_h - k_h I_h - \gamma_h I_h \\ \frac{dC_h}{dt} &= \gamma_h I_h - k_h C_h \\ \frac{dS_v}{dt} &= (\mu_v N_v - \mu_v I_v) + \mu_v p_v I_v - \beta_v S_v \frac{I_v}{N_v} - k_v S_v \\ \frac{dE_v}{dt} &= \beta_v S_v \frac{I_v}{N_v} - \delta_v E_v - k_v E_v \\ \frac{dI_v}{dt} &= \mu_v(1-p_v)I_v + \delta_v E_v - k_v I_v - \gamma_v I_v \\ \frac{dC_v}{dt} &= \gamma_v I_v - k_v C_v \end{aligned}$$



dengan $N_h(t) = S_h(t) + E_h(t) + I_h(t) + C_h(t)$

$$N_v(t) = S_v(t) + E_v(t) + I_v(t) + C_v(t).$$

Diperoleh:

$$\frac{dN_h}{dt} = (\mu_h - k_h)N_h, \text{ konstan jika } \mu_h = k_h \quad (1)$$

$$\frac{dN_v}{dt} = (\mu_v - k_v)N_v, \text{ konstan jika } \mu_v = k_v.$$

3.2. Analisis Model

Dalam melakukan analisis model matematis penyebaran penyakit toksoplasmosis dengan pengaruh vektor akan ditentukan titik tetap, bilangan reproduksi dasar, kestabilan titik tetap, dan simulasi pada analisis model matematika tersebut.

3.2.1. Titik Tetap Bebas Penyakit

Titik tetap bebas penyakit diartikan tidak ada individu yang sakit dalam populasi. Dari analisis sistem persamaan (1) didapatkan titik tetap bebas penyakit yaitu:

$$P_0 = (N_h, 0, 0, 0, N_v, 0, 0, 0)$$

3.2.2. Titik Tetap Endemik Penyakit

Titik tetap endemik penyakit diartikan ada individu yang sakit dalam suatu populasi. Dari analisis sistem persamaan (1) didapatkan titik tetap endemik penyakit yaitu:

$$P_1 = (S^*_h, E^*_h, I^*_h, C^*_h, S^*_v, E^*_v, I^*_v, C^*_v)$$

dengan:

$$S^*_h = \frac{\mu_h N_h G Q}{G Q k_h + \beta_h F Q - J F \delta_h \beta_h}$$

$$E^*_h = \frac{F \beta_h \mu_h N_h G Q}{G H [G Q k_h + \beta_h F Q - J F \delta_h \beta_h]}$$

$$I^*_h = -\frac{F \delta_h \beta_h \mu_h N_h G Q}{G H (J - K) [G Q k_h + \beta_h F Q - J F \delta_h \beta_h]}$$

$$C^*_h = -\frac{F \gamma_h \delta_h \beta_h \mu_h N_h G Q}{G H k_h (J - K) [G Q k_h + \beta_h F Q - J F \delta_h \beta_h]}$$

$$S^*_v = \frac{A N_v (B - C)}{\delta_v \beta_v}$$

$$E^*_v = \frac{\beta_v (A N_v (B - C) (E \mu_v N_v - D k_v))}{A (\delta_v \beta_v) (D \beta_v + E B N_v)}$$

$$I^*_v = \frac{N_v (E \mu_v N_v - D k_v)}{D \beta_v + E B N_v}$$

$$C^*_v = \frac{N_v \gamma_v (E \mu_v N_v - D k_v)}{k_v (D \beta_v + E B N_v)}$$

Keterangan:

$$A = \delta_v + k_v$$

$$B = \mu_v (1 - p_v)$$

$$C = k_v + \gamma_v$$

$$D = A N_v (B + C)$$

$$E = \delta_v \beta_v$$

$$F = E \mu_v N_v - D k_v.$$

$$G = D \beta_v + E B N_v$$

$$H = \delta_h + k_h$$

$$J = \mu_h (1 - p_h)$$

$$K = k_h + \gamma_h$$

$$Q = H (J - K)$$

3.2.3. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar (R_0) merupakan suatu tolak ukur yang dipakai untuk menyelidiki suatu populasi terdapat endemik atau tidak.

Diperoleh bilangan reproduksi dasar:

$$R_0 = \frac{\beta_v N_v \delta_v}{A(C - B)}$$

3.2.4. Analisis Kestabilan Lokal

Analisis stabilitas pada titik tetap juga dapat diperoleh dengan mempertimbangkan nilai eigen pada matriks Jacobian dalam sistem persamaan (1), yang menghasilkan sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -\left(\beta_h \frac{I_v}{N_v} + k_h\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\beta_h S_h}{N_v} \\ 0 & -H & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_h S_h}{N_v} & 0 \\ \beta_h \frac{I_v}{N_v} & \delta_h & B - C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_h & -k_h & -\left(\beta_v \frac{I_v}{N_v} + k_v\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A & -\frac{\beta_v S_v}{N_v} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_v \frac{I_v}{N_v} & \delta_v & \frac{\beta_v S_v}{N_v} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_v S_v}{N_v} & -k_v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{N_v}{\gamma_v} & J - K \end{bmatrix}$$

Misalkan λ adalah nilai eigen dari matriks J , maka berlaku $\det(J - \lambda I) = 0$.

Pandang $\det(J - \lambda I) = 0$

$$\begin{bmatrix} -\left(\beta_h \frac{I_v}{N_v} + k_h\right) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\beta_h S_h}{N_v} \\ 0 & -H - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_h S_h}{N_v} & 0 \\ \beta_h \frac{I_v}{N_v} & \delta_h & B - C - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_h & -k_h - \lambda & -\left(\beta_v \frac{I_v}{N_v} + k_v\right) - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A - \lambda & -\frac{\beta_v S_v}{N_v} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_v \frac{I_v}{N_v} & \delta_v & \frac{\beta_v S_v}{N_v} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_v S_v}{N_v} & -k_v - \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{N_v}{\gamma_v} & J - K - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Diperoleh determinan dari persamaan $\det(J - \lambda I) = 0$ adalah:

$$\begin{aligned} & \left[-\left(\beta_h \frac{I_v}{N_v} + k_h\right) - \lambda\right] \cdot [-H - \lambda] \cdot [B - C - \lambda] \cdot [-k_h - \lambda] \cdot \left[-\left(\beta_v \frac{I_v}{N_v} + k_v\right) - \lambda\right] \cdot [-A - \lambda] \\ & \cdot [J - K - \lambda] \cdot [-k_v - \lambda] - [\delta_v] \cdot [\beta_v S_v] [-k_v - \lambda] = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

3.2.4.1. Kestabilan Titik Tetap Bebas Penyakit

Gantikan nilai titik tetap bebas penyakit $P_0 = (N_h, 0, 0, 0, N_v, 0, 0, 0)$ ke persamaan (2) diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & -k_h - \lambda \cdot (-H - \lambda) \cdot (B - C - \lambda) \cdot (-k_h - \lambda) \cdot (-k_v - \lambda) \cdot [(-A - \lambda) \cdot (J - K - \lambda) \cdot (-\mu_v - \lambda)] \\ & - (\delta_v \cdot (\beta_v) \cdot (-k_v - \lambda)) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Berdasarkan persamaan (3) diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$\lambda_1 = -k_h$, $\lambda_2 = -H$, $\lambda_3 = B - C$, $\lambda_4 = -k_h$, $\lambda_5 = -k_v$ dan $\lambda^3 + (A + K + k_v - J)\lambda^2 + (AK + Kk_v + Ak_v - Jk_v - AJ - L)\lambda + AKk_v - AJk_v - Lk_v = 0$, akan dicari menggunakan kriteria Routh-Hurwitz. Berdasarkan Kriteria Routh-Hurwitz semua nilai eigen yang diperoleh bernilai negatif jika $a_1 > 0$,

$a_3 > 0$ dan $a_1 a_2 > a_3$.

Perhatikan $a_1 a_2 > a_3$:

$$(A + K + k_v - J)[(K - J)A + (K + A - J)k_v - L] > [(K - J)A - L]k_v(A + K + k_v - J)[AK + Kk_v + Ak_v - Jk_v - AJ - L] + (AJk_v + Lk_v - Kk_v) > 0$$

Karena semua nilai parameter positif dan persamaan diatas juga memenuhi syarat kriteria Routh-Hurwitz maka semua nilai eigen bernilai negatif dan titik tetap bebas penyakit bersifat stabil asimtotik.

3.2.4.2. Kestabilan Titik Tetap Endemik Penyakit

Dengan mensubstitusikan titik tetap bebas penyakit $P_1 = (S^*_h, E^*_h, I^*_h, C^*_h, S^*_v, E^*_v, I^*_v, C^*_v)$ ke persamaan (2) diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$\left[-\left(\beta_h \frac{I^*_v}{N_v} + k_h\right) - \lambda \right] \cdot [-H - \lambda] \cdot [B - C - \lambda] \cdot [-k_h - \lambda] \cdot \left[-\left(\beta_v \frac{I^*_v}{N_v} + k_v\right) - \lambda \right] \cdot [(-A - \lambda) \cdot (J - K - \lambda) \cdot (-k_v - \lambda) - [\delta_v] \cdot [\beta_v S_v] \cdot (-k_v - \lambda)] = 0 \quad (4)$$

Berdasarkan persamaan (4) diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$\lambda_1 = -\left(\beta_h \frac{I^*_v}{N_v} + k_h\right)$, $\lambda_2 = -H$, $\lambda_3 = B - C$, $\lambda_4 = -k_h$, $\lambda_5 = -\left(\beta_v \frac{I^*_v}{N_v} + k_v\right)$, dan $\lambda^3 + (A + K + k_v - J)\lambda^2 + (AK + Kk_v + Ak_v - Jk_v - AJ - M)\lambda + AKk_v - AJk_v - Mk_v = 0$, akan dicari menggunakan kriteria Routh-Hurwitz. Berdasarkan Kriteria Routh-Hurwitz semua nilai eigen yang diperoleh bernilai negatif jika $a_1 > 0$, $a_3 > 0$ dan $a_1 a_2 > a_3$.

Perhatikan $a_1 a_2 > a_3$:

$$A^2 k_v + K^2 k_v + J^2 k_v + k_v^2 A + k_v^2 K + 3k_v AK + A^2 K + J^2 A + K^2 A + JM - (3k_v AJ + k_v^2 J + 2k_v JK + 2AJK + k_v M + AM + KM + A^2 J) > 0$$

Karena semua nilai parameter positif dan persamaan diatas juga memenuhi syarat kriteria Routh-Hurwitz dengan nilai eigen bernilai negatif dan titik tetap endemik penyakit bersifat stabil asimtotik.

3.2.5. Simulasi Numerik

3.2.5.1. Simulasi Titik Tetap Bebas Penyakit Toksoplsmosis

Disimulasikan dimana tidak ada individu yang terserang penyakit, digunakan parameter pada Tabel 1.

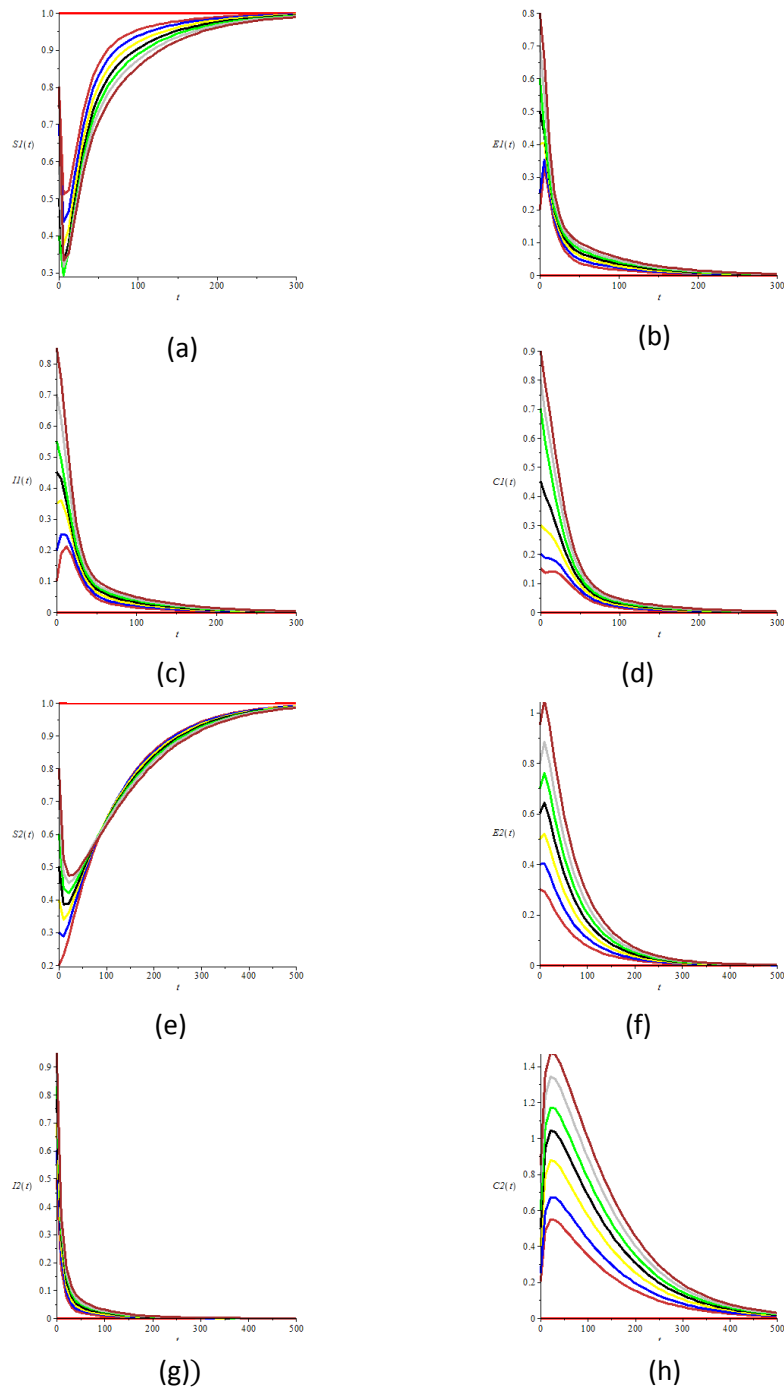
Tabel 1. Nilai-nilai Parameter untuk Titik Tetap Bebas Penyakit

Parameter	Nilai
μ_h	0,07
μ_v	0,01
k_h	0,07
k_v	0,01
β_h	0,325
β_v	0,078
δ_h	0,1
δ_v	0,01
γ_h	0,05
γ_v	0,1
p_h	1
p_v	1
N_h	1
N_v	1

Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 1, dihitung nilai R_0 yang diperoleh sebagai berikut:

$$R_0 = 0,354545455.$$

Didapatkan $R_0 < 1$. Berdasarkan nilai parameter di atas, diperoleh grafik untuk setiap kelompok sebagai fungsi waktu t sebagai berikut:



Gambar 2. Trayektori di Sekitar Titik Tetap Bebas Penyakit Penyebaran Penyakit Toksoplasmosis (a) Grafik $S_h(t)$, (b) Grafik $E_h(t)$, (c) Grafik $I_h(t)$, (d) Grafik $C_h(t)$, (e) Grafik $S_v(t)$, (f) Grafik $E_v(t)$, (g) Grafik $I_v(t)$, (h) Grafik $C_v(t)$

Berdasarkan Gambar 2 dapat dilihat bahwa subpopulasi rentan pada manusia akan akan meningkat seiring waktu menuju titik tetap bebas penyakit yaitu di nilai $S_h = 1$. Pada subpopulasi rentan vektor juga menunjukkan peningkatan seiring waktu menuju titik tetap bebas penyakit yaitu pada nilai $S_v = 1$. Sedangkan subpopulasi laten, terinfeksi



dan kontrol pada manusia dan vektor terlihat bergerak semakin menurun seiring waktu menuju titik tetap bebas penyakit, masing-masing pada titik 0. Hal ini menunjukkan titik tetap bebas penyakit bersifat stabil asimtotik dan pada akhirnya penyakit akan menghilang.

3.2.5.2. Simulasi Titik Tetap Endemik Penyakit Toksoplasmosis

Disimulasikan dimana ada individu yang terinfeksi penyakit, digunakan parameter sesuai dengan Tabel 2.

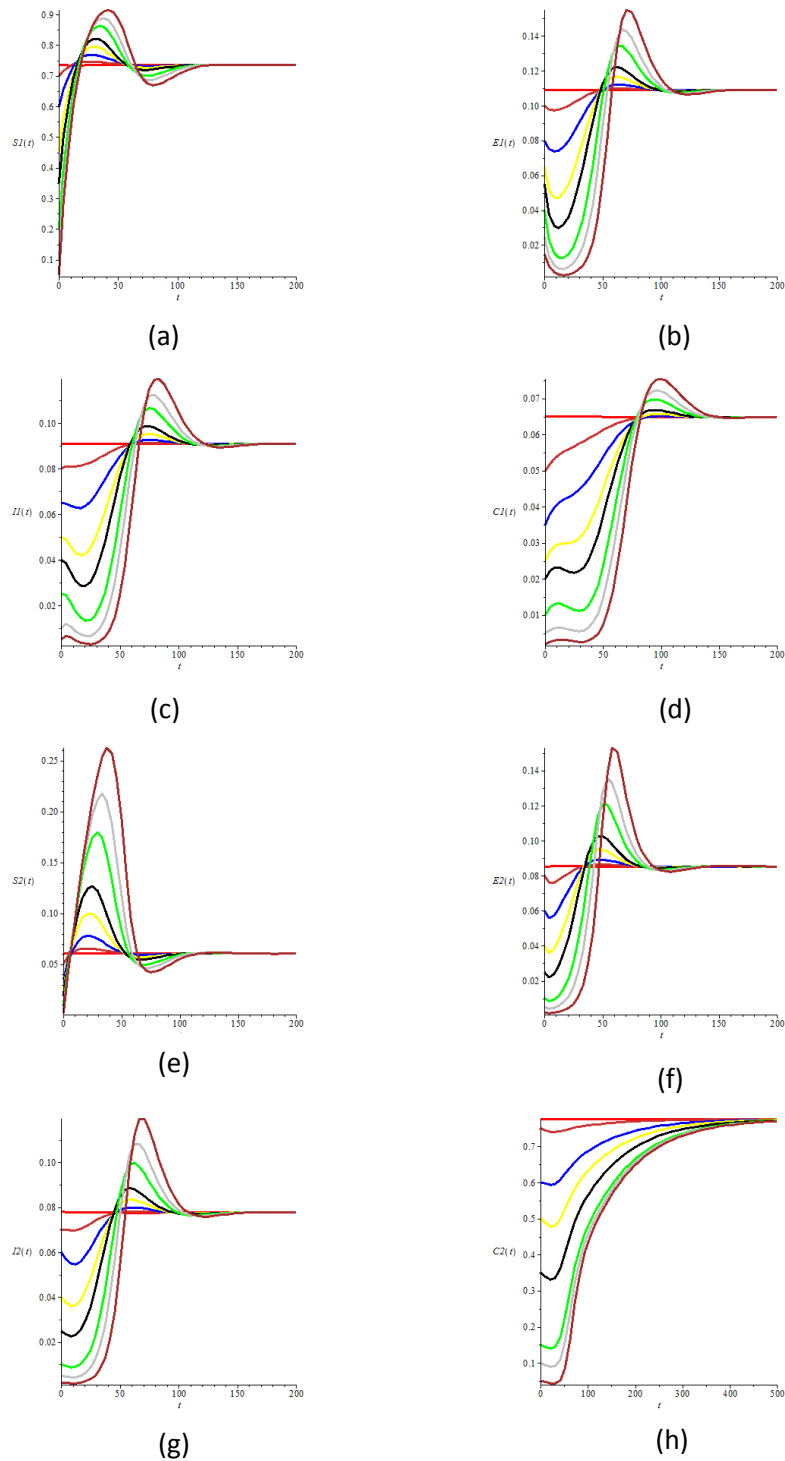
Tabel 2. Nilai-nilai Parameter untuk Titik Tetap Endemik Penyakit

Parameter	Nilai
μ_h	0,07
μ_v	0,01
k_h	0,07
k_v	0,01
β_h	0,325
β_v	2
δ_h	0,1
δ_v	0,1
γ_h	0,05
γ_v	0,1
p_h	1
p_v	1
N_h	1
N_v	1

Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 2, dihitung nilai R_0 yang diperoleh sebagai berikut:

$$R_0 = 16,52892562.$$

Didapatkan $R_0 > 1$. Berdasarkan nilai parameter di atas, diperoleh grafik setiap kelompok sebagai fungsi waktu t sebagai berikut:



Gambar 3. Trayektori di Sekitar Titik Tetap Endemik Penyakit Penyebaran Penyakit Toksoplasmosis (a) Grafik $S_h(t)$, (b) Grafik $E_h(t)$, (c) Grafik $I_h(t)$, (d) Grafik $C_h(t)$, (e) Grafik $S_v(t)$, (f) Grafik $E_v(t)$, (g) Grafik $I_v(t)$, (h) Grafik $C_v(t)$

Berdasarkan Gambar 3 dapat dilihat bahwa subpopulasi rentan, laten, terinfeksi serta subpopulasi yang dikontrol jumlahnya akan bergerak seiring waktu menuju titik tetap endemik penyakit yaitu pada nilai $S_h = 0,735, E_h = 0,109, I_h = 0,091, C_h = 0,065$. Hal yang sama juga terjadi pada subpopulasi rentan, laten, terinfeksi serta subpopulasi yang dikontrol pada vektor yang bergerak menuju titik tetap endemik penyakit yaitu pada nilai $S_v = 0,061, E_v = 0,085, I_v = 0,078, C_v = 0,776$. Hal ini memperlihatkan titik tetap endemik penyakit yang bersifat stabil asimtotik dan memiliki arti pada populasi manusia dan vektor penyakit toksoplasmosis akan mewabah.

4. Kesimpulan

Dari hasil pembahasan diperoleh model matematika penyebaran penyakit toksoplasmosis dengan pengaruh vektor berbentuk sistem persamaan nonlinear yang terdiri dari delapan persamaan nonlinear, sehingga diperoleh hasil analisis model matematika dengan dua titik tetap yaitu titik tetap endemik dan titik tetap bebas penyakit, masing-masing bersifat stabil asimtotik dengan syarat tertentu. Bilangan reproduksi dasar yang dihasilkan menunjukkan penyakit akan mewabah jika meningkatnya laju penularan secara horizontal dan tingkat perpindahan dari populasi laten ke terinfeksi pada vektor.

REFERENSI

- [1] Sutanto dkk, 2008, *Parasitologi Kedokteran, Edisi Keempat*, Jakarta: Balai Penerbit FKUI.
- [2] Widagdo. 2011. *Masalah dan Tatalaksana Penyakit Infeksi pada Anak*. Jakarta: CV Sagung Seto.
- [3] Dalimi, A., & Abdoli, A. (2012). Latent toxoplasmosis and human. *Iranian journal of parasitology*, 7(1), 1–17.
- [4] Soedarto. 2012. *Toksoplasmosis*. Jakarta: Sagung Seto.
- [5] Hamdan, Abdullah bin. 2015. Toksoplasmosis dalam Kesehatan. *Jurnal kesehatan*, 2(1), 13-18.
- [6] Novia, Aditama, Nurjazuli. 2016. Determinan Lingkungan dan Perilaku Berhubungan dengan Terjadinya Penyakit Infeksi Toksoplasmosis Di Wilayah Kota Semarang. *Jurnal kesehatan Masyarakat*. 4(5), 67-76.
- [7] Chandra, G. 2001. Toksoplasma gondii: Aspek Biologi, Epidemiologi, Diagnosis, dan Penatalaksanaannya. *Medika*, 5(27), pp. 297-304.
- [8] Flegel, Jaroslav. 2014. Influence of latent Toxoplasma infection on human personality, physiology and morphology: pros and cons of the Toxoplasma–human model in studying the manipulation hypothesis. *Journal of Experimental Biology*, 216, 127-133.
- [9] James B. McAuley. 2012. Congenital Toxoplasmosis. *Journal of The Pediatric Infectious Diseases Society*, 3(1), 30-35.
- [10] Widowati dan Sutimin. 2007. *Buku ajar Pemodelan Matematika*. Semarang: FMIPA UNDIP.