

# Model Matematika Pencegahan Penyebaran Kebiasaan Merokok dengan Penerapan Terapi Pengganti Nikotin

Seroja Ismed<sup>1</sup>, Helma<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Prodi Matematika, Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan dan Alam Universitas Negeri Padang (UNP)

## Article Info

### Article history:

Received October 21, 2022

Revised November 28, 2022

Accepted December 15, 2022

### Keywords:

Mathematical Model

PSRQ Model

Smoking Habit

### Kata Kunci:

Model Matematika

Model PSRQ

Kebiasaan Merokok

## ABSTRACT

Cigarettes are one of the addictive tobacco products because they contain nicotine, which is transmitted between smokers and non-smokers. Prevention is done by not making contact with smokers and giving one type of nicotine replacement therapy. The purpose of this study was to find out the form of the spread of smoking habits that occurs among the community when given nicotine replacement therapy as an effort to prevent this spread. The method in this research is literature. The results of the analysis show that the smoking free fixed point ( $E^0$ ) always exists. If  $\beta < c_2$  then the smoking habit free fixed point is asymptotically stable. The smoking habit endemic fixed point ( $E^*$ ) will exist if it fulfills several conditions. Under certain conditions, the endemic fixed point is asymptotically stable and the smoking free fixed point is unstable so that smoking will endemic in the population.

## ABSTRAK

Rokok adalah salah satu produk tembakau yang bersifat adiktif karena mengandung zat nikotin yang penularannya terjadi antara perokok dan bukan perokok. Pencegahan dilakukan dengan tidak melakukan kontak terhadap perokok dan pemberian salah satu jenis terapi pengganti nikotin. Tujuan penelitian ini untuk mengetahui bentuk penyebaran kebiasaan merokok yang terjadi di kalangan masyarakat jika diberi terapi pengganti nikotin sebagai upaya pencegahan penyebaran tersebut. Metode pada penelitian ini adalah kepustakaan. Hasil analisis menunjukkan bahwa titik tetap bebas kebiasaan merokok ( $E^0$ ) selalu eksis. Jika  $\beta < c_2$  maka titik tetap bebas kebiasaan merokok stabil asimtotik. Titik tetap endemik kebiasaan merokok ( $E^*$ ) akan eksis jika memenuhi beberapa syarat. Pada kondisi tertentu, titik tetap endemik stabil asimtotik dan titik tetap bebas kebiasaan merokok tidak stabil sehingga kebiasaan merokok akan mewabah dalam populasi.

This is an open access article under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



## Seroja Ismed:

(Seroja Ismed)

Prodi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,

Universitas Negeri Padang, Jl. Prof. Dr. Hamka, Air Tawar barat, Padang Utara, Padang, 25171

Email: [serojaismed87@gmail.com](mailto:serojaismed87@gmail.com)

Padang, Sumatera Barat

## 1. PENDAHULUAN

Merokok diakui sebagai masalah kesehatan masyarakat global yang sangat serius. Merokok menyebabkan penyakit, kecacatan, dan kerusakan pada hampir setiap organ tubuh baik oleh perokok aktif maupun perokok pasif. Merokok juga membuat ketagihan, sehingga perokok tidak dapat berhenti meskipun mereka mau [1]. Saat seseorang kecanduan rokok, nikotin dalam tembakau merangsang otak untuk melepaskan zat yang menimbulkan perasaan tidak nyaman (*dopamin*). Pecandu saat tidak merokok mengalami gejala penarikan nikotin seperti perasaan tidak nyaman, sulit berkonsentrasi, dan mudah tersinggung. Untuk menjaga perasaan nyaman, keinginan untuk merokok muncul kembali [2].

Setiap tahun, perokok aktif menyebabkan kematian sebanyak 5 juta orang di seluruh dunia dan diperkirakan 600.000 orang meninggal setiap tahun akibat paparan asap rokok. Oleh karena itu, merokok merupakan risiko kesehatan yang serius [1]. Sebanyak 225.700 jiwa per tahun di Indonesia kehilangan nyawa akibat merokok atau penyakit yang berhubungan dengan rokok [3].

Untuk itu, pemerintah melakukan berbagai kebijakan dalam mengatasi masalah rokok ini seperti mengembangkan kawasan tanpa rokok, pendidikan kesehatan, mengatur periklanan serta promosi rokok dan lain sebagainya. Namun, karena merokok sangat sulit untuk dihentikan, beberapa perokok cenderung menggunakan rokok elektrik sebagai pengganti rokok tembakau [4]. Adapun upaya lainnya yang dapat dilakukan untuk mengurangi keinginan merokok kembali karena adanya gejala penarikan (*withdrawal symptoms*) adalah pemberian terapi pengganti nikotin. Terapi pengganti nikotin relatif lebih aman penggunaannya dibandingkan rokok karena tidak mengandung zat karsinogenik maupun bahan kimia berbahaya lainnya [5]. Media terapi pengganti nikotin beragam diantaranya nikotin *gum*, plester ditempel pada kulit, media dalam bentuk tablet, atau dengan cara disemprotkan ke mulut atau hidung [6].

Tekad dari suatu individu memainkan peran penting dalam berhenti merokok. Pengaruh rokok yang sangat adiktif membuat individu sulit untuk meninggalkannya. Beberapa orang yang berkemauan rendah dapat berhenti merokok, tetapi cepat atau lambat mereka akan merokok lagi [7]. Berbagai penelitian telah dilakukan dalam mengatasi masalah rokok ini ke dalam model matematika, seperti penelitian dari Castillo-Garsow, Jordan-Salivia dan Rodriguez-Herrera yang pertama kali mengenalkan model matematika untuk masalah populasi perokok. Selanjutnya, penelitian dari [8] yang mempelajari populasi dengan pengaruh tekanan teman sebaya pada orang yang berhenti merokok sementara dan mempertimbangkan kemungkinan orang yang berhenti merokok hanya sementara menjadi orang yang berhenti merokok secara permanen. Penelitian dari [9] yang melihat dinamika populasi perokok dengan mempertimbangkan faktor edukasi dan pengobatan berupa terapi permen (*candy treatment*). Kemudian, penelitian dari [4] yang menganalisis efek rokok elektrik pada penghentian kebiasaan merokok.

Berdasarkan beberapa penelitian yang telah dilakukan, untuk mengetahui bentuk penyebaran kebiasaan merokok maka peneliti tertarik untuk menyelidiki lebih lanjut dengan melakukan penelitian terkait pengaruh terapi pengganti nikotin dalam mencegah penyebaran itu terjadi menggunakan model matematika. Selanjutnya, akan dianalisis bagaimana pengaruh terapi tersebut pada suatu populasi. Penyelesaian masalah akan menggunakan analisis kestabilan lokal di sekitar titik tetap untuk melihat perilaku sistem.

## 2. METODE

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis). Arah dari penelitian ini hanya pada pengujian teori tanpa menghubungkan hasilnya untuk kepentingan penerapan [10]. Pendekatan yang dipilih adalah pendekatan kepustakaan yang dikumpulkan dari beberapa studi literatur yang relevan dan diperlukan dalam pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin. Pendekatan ini juga mengacu pada literatur pendamping seperti jurnal, artikel, buku, dan lainnya. Dalam penelitian ini teori-teori dikumpulkan, ditelaah, dimodifikasi, dan digunakan untuk mendapatkan jawaban atas permasalahan yang diajukan.

Adapun langkah-langkah penelitian yang dilakukan sebagai berikut:



- a) Mengidentifikasi masalah yang akan diangkat dalam penelitian ini yaitu masalah model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin.
- b) Mengumpulkan dan mengkaji berbagai teori relevan terkait masalah model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin.
- c) Menentukan variabel, parameter, dan asumsi untuk membentuk model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin.
- d) Membentuk model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin.
- e) Menganalisis model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin yang diperoleh dengan menentukan titik tetap model dan kestabilan dari titik tetap model.
- f) Membuat interpretasi dari hasil analisis model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin.
- g) Membuat kesimpulan.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1. Model Matematika Pencegahan Penyebaran Kebiasaan Merokok dengan Penerapan Terapi Pengganti Nikotin

Model dari [4] dimodifikasi sehingga didapatkan empat populasi untuk membentuk model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin, yaitu:

- a) *Potential smokers* ( $P$ ) atau populasi perokok potensial, yaitu kelompok individu yang tidak pernah merokok namun berpotensi menjadi perokok karena adanya pengaruh ajakan untuk merokok dari perokok.
- b) *Smokers* ( $S$ ) atau populasi perokok, yaitu jenis perokok berat yang merokok lebih dari 20 batang rokok per harinya.
- c) *Nicotine Replacement Therapy smokers* ( $R$ ) atau populasi perokok dengan terapi pengganti nikotin, yaitu kelompok individu yang menggunakan salah satu dari beberapa jenis terapi pengganti nikotin yaitu nikotin *lozenge*.
- d) *Quit smokers* ( $Q$ ) atau populasi perokok yang berhenti dari merokok, yaitu kelompok individu yang telah sembuh dari kebiasaan merokok setelah diterapi selama tidak lebih dari 12 minggu dan tidak berinteraksi lagi dengan perokok sehingga tidak ada *relapse*.

dengan total populasi adalah  $N = P + S + R + Q$ .

Parameter yang digunakan adalah sebagai berikut:

$b$ : Tingkat kelahiran

$\mu$ : Tingkat kematian alami

$\beta$ : Tingkat penularan akibat adanya kontak dengan perokok

$a$ : Tingkat perokok mulai menggunakan terapi nikotin *lozenge*.

$\theta$ : Tekad kuat dari perokok ketika akan diterapi menggunakan nikotin *lozenge*.

$\gamma$ : Tingkat kesembuhan perokok setelah diterapi menggunakan nikotin *lozenge*.

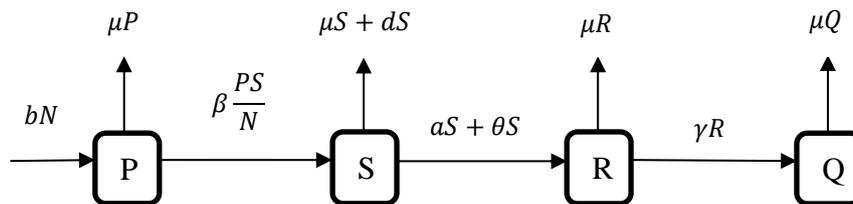
$d$ : Tingkat kematian akibat penyakit yang ditimbulkan dari rokok pada populasi perokok

Asumsi-asumsi yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Populasi bersifat tertutup dengan total populasi adalah tidak konstan.
2. Populasi dalam sistem dibagi ke dalam empat kelompok, diantaranya populasi perokok potensial atau *potential smokers* ( $P$ ), perokok atau *smokers* ( $S$ ), perokok yang menggunakan terapi pengganti nikotin atau *nicotine replacement therapy smokers* ( $R$ ), dan individu yang berhenti merokok atau *quit smokers* ( $Q$ ).
3. Setiap individu yang baru memasuki sistem diasumsikan berpotensi menjadi perokok.

4. Adanya kematian alami pada setiap populasi dan kematian akibat penyakit yang ditimbulkan dari rokok hanya pada populasi perokok.
5. Individu dikatakan menjadi seorang perokok berat ketika telah merokok sebanyak lebih dari 20 batang per harinya.
6. Penularan kebiasaan merokok terjadi karena adanya ajakan dari perokok untuk merokok terhadap individu yang bukan perokok sehingga individu tersebut berpotensi menjadi perokok.
7. Keampuhan terapi pengganti nikotin dan tekad ( $\theta$ ) individu ketika ingin berhenti merokok adalah 100% sehingga dapat sembuh secara permanen (tidak kambuh lagi) setelah menerima terapi tersebut.
8. Tidak ada faktor yang menyebabkan perokok yang sedang diterapi kambuh menjadi perokok.
9. Semua perokok memiliki keinginan untuk diterapi sehingga tidak ada yang tidak diterapi.
10. Penggunaan terapi nikotin *lozenge* tidak boleh lebih dari 12 minggu, jika itu masih dibutuhkan untuk berhenti merokok maka perlu didiskusikan dengan dokter terlebih dahulu.
11. Tidak ada interaksi ataupun pengaruh ajakan yang terjadi antara individu yang berhenti merokok (Q) dengan populasi perokok (S).

Berdasarkan variabel, parameter, dan asumsi-asumsi yang digunakan, maka dapat digambarkan diagram model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin adalah sebagai berikut:



**Gambar 1. Diagram Model Matematika Pencegahan Penyebaran Kebiasaan Merokok dengan Penerapan Terapi Pengganti Nikotin**

Sehingga model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dP}{dt} &= bN - \beta \frac{PS}{N} - \mu P \\
 \frac{dS}{dt} &= \beta \frac{PS}{N} - aS - \theta S - \mu S - dS \\
 \frac{dR}{dt} &= aS + \theta S - \gamma R - \mu R \\
 \frac{dQ}{dt} &= \gamma R - \mu Q
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$N(t) = P(t) + S(t) + R(t) + Q(t).$$

Untuk memudahkan analisis, dilakukan transformasi variabel dengan penskalaan pada masing-masing populasi diperoleh:

$$p = \frac{P}{N}, s = \frac{S}{N}, r = \frac{R}{N}, q = \frac{Q}{N}. \tag{2}$$

Total populasi tidak konstan yang diperoleh dari turunan pertama dari  $N$  terhadap  $t$  tidak sama dengan nol, yaitu:



$$\frac{dN}{dt} = bN - \mu N - dS.$$

Kemudian diferensialkan persamaan (2) terhadap  $t$  sehingga didapatkan laju proporsi pada masing-masing populasi dari sistem (1), yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= b - \beta ps - bp + dps \\ \frac{ds}{dt} &= \beta ps - as - \theta s - ds - bs + ds^2 \\ \frac{dr}{dt} &= as + \theta s - \gamma r - br + drs \\ \frac{dq}{dt} &= \gamma r - bq + dsq \end{aligned} \quad (3)$$

dimana dari persamaan (2) diperoleh:

$$p + s + r + q = \frac{P}{N} + \frac{S}{N} + \frac{R}{N} + \frac{Q}{N} = \frac{P + S + R + Q}{N} = \frac{N}{N} = 1.$$

Untuk memudahkan analisis, sistem persamaan (3) dimisalkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} c_1 &= \beta - d \\ c_2 &= a + \theta + b + d \\ c_3 &= \gamma + b \end{aligned}$$

Sehingga sistem persamaan (3) menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= b - c_1 ps - bp \\ \frac{ds}{dt} &= \beta ps - c_2 s + ds^2 \\ \frac{dr}{dt} &= as - c_3 r + drs \\ \frac{dq}{dt} &= \gamma r - bq + dsq \end{aligned} \quad (4)$$

Selanjutnya akan dicari analisis kestabilan lokal titik tetap berdasarkan sistem persamaan (4).

### 3.2. Analisis Kestabilan Model Pencegahan Penyebaran Kebiasaan Merokok dengan Penerapan Terapi Pengganti Nikotin

Analisis kestabilan model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin dilakukan dengan menentukan titik tetap dari sistem persamaan (4). Kemudian menganalisis perilaku sistem di sekitar titik tetap dengan melinearisasi sistem persamaan (4) menggunakan matriks Jacobi [11].

#### 3.2.1. Titik Tetap Model Pencegahan Penyebaran Kebiasaan Merokok dengan Penerapan Terapi Pengganti Nikotin

Titik tetap untuk sistem (4) diperoleh jika

$$\frac{dp}{dt} = 0, \frac{ds}{dt} = 0, \frac{dr}{dt} = 0, \text{ dan } \frac{dq}{dt} = 0$$

Sehingga:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= b - c_1 ps - bp = 0 \\ \frac{ds}{dt} &= \beta ps - c_2 s + ds^2 = 0 \\ \frac{dr}{dt} &= as + \theta s - c_3 r + drs = 0 \\ \frac{dq}{dt} &= \gamma r - bq + dsq = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Dari persamaan kedua pada sistem persamaan (5) didapatkan dua kemungkinan, yaitu:

$$\begin{aligned}\beta ps - c_2 s + ds^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow s(\beta p - c_2 + ds) &= 0 \\ \Leftrightarrow s = 0 \text{ atau } \beta p - c_2 + ds &= 0\end{aligned}\quad (6)$$

Selanjutnya, dari dua kemungkinan nilai  $s$  di atas, maka akan diselidiki untuk masing-masing nilai  $s$  tersebut. Untuk  $s = 0$  setelah disubstitusikan ke sistem persamaan (5) diperoleh titik tetap bebas kebiasaan meroko  $E^0 = (p^0, s^0, r^0, q^0) = (1, 0, 0, 0)$  dan untuk  $\beta p - c_2 + ds = 0$  setelah dianalisis pada sistem persamaan (5) diperoleh titik tetap endemik dari kebiasaan merokok  $e_* = (p_*, s_*, r_*, q_*)$  dengan:

$$\begin{aligned}p_* &= \frac{b}{c_1 s_* + b} \\ r_* &= \frac{(a + \theta) s_*}{c_2 - ds_*} \\ q_* &= \frac{(a + \theta) \gamma s_*}{(c_2 - ds_*)(b - ds_*)}\end{aligned}$$

Kemudian substitusi nilai  $p^* = \frac{b}{c_1 s^* + b}$  ke persamaan  $\beta p - c_2 + ds = 0$  diperoleh

$$c_1 ds^{*2} + (bd - c_1 c_2) s^* + (\beta - c_2) b = 0$$

ekuivalen dengan

$$As^{*2} + Bs^* + C = 0 \quad (7)$$

dimana,

$$A = c_1 d > 0 \quad (8)$$

$$B = bd - c_1 c_2 > 0 \Leftrightarrow bd > c_1 c_2 \Leftrightarrow b > \frac{c_1 c_2}{d} \quad (9)$$

$$C = \beta - c_2 > 0 \Leftrightarrow \beta > c_2 \quad (10)$$

Solusi dari persamaan (7) adalah

$$s_{1,2}^* = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

Karena  $p^*, q^*$  dan  $r^*$  merupakan fungsi atas  $s^*$ , pertama akan ditunjukkan eksistensi  $s^*$ .

$$s_1^* = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$s_1^* > 0 \text{ jika } C < 0 \text{ dan } A > 0 \text{ sehingga } -B + \sqrt{B^2 - 4AC} > 0 \text{ dengan syarat } B^2 > 4AC \Leftrightarrow \beta < \frac{bd - c_1 c_2}{4c_1 d} + c_2. \quad (11)$$

$$\text{Jadi, } s^* \text{ eksis jika } \beta < \frac{bd - c_1 c_2}{4c_1 d} + c_2. \quad (12)$$

Selanjutnya akan ditunjukkan  $p^*, q^*$  dan  $r^* > 0$

$$\text{i. } p^* = \frac{b}{c_1 s^* + b}.$$

Karena semua parameter bernilai positif maka diasumsikan  $s^* > 0$  dengan syarat pada persamaan (12), jelas  $p^* > 0$ .

$$\text{ii. } r^* = \frac{(a + \theta) s^*}{c_2 - ds^*}$$

$$r^* > 0 \Leftrightarrow c_2 > ds^* \quad (13)$$

$$\text{iii. } q^* = \frac{(a + \theta) \gamma s^*}{(c_2 - ds^*)(b - ds^*)} \quad (14)$$

$$\text{Karena pada (13) } c_2 > ds^* \text{ agar } q^* > 0 \Leftrightarrow b > ds^*. \quad (15)$$

Diperoleh syarat eksistensi titik tetap endemik kebiasaan merokok, yaitu:

$$1) \quad c_1 d > 0$$

$$2) \quad b > \frac{c_1 c_2}{d}$$



- 3)  $\beta > c_2$
- 4)  $\beta < \frac{bd - c_1 c_2}{4c_1 d} + c_2$
- 5)  $c_2 > ds^*$
- 6)  $b > ds^*$

Jadi, titik tetap endemik kebiasaan merokok eksis jika  $p^*, s^*, r^*, q^*$  bernilai real dan positif.

### 3.2.2. Bilangan Reproduksi Dasar Model Pencegahan Penyebaran Kebiasaan Merokok dengan Penerapan Terapi Pengganti Nikotin

Selanjutnya, untuk mengetahui apakah kebiasaan merokok ini dapat menular atau tidak pada suatu populasi maka dapat dicari bilangan reproduksi dasarnya yaitu  $R_0$  menggunakan matriks generasi selanjutnya (*next generation matrix*) dimana dalam membangun matriks generasi selanjutnya dengan melibatkan subpopulasi yang menyebabkan infeksi [12]

Untuk mencari bilangan reproduksi dasar  $R_0$  pada sistem (4), menggunakan persamaan kedua dari persamaan (4) sebagai persamaan dengan kelas infeksi ( $S$ ), diperoleh:

$$\frac{ds}{dt} = \beta ps - c_2 s + ds^2, \text{ maka } \mathcal{F} = \beta ps \text{ dan } \mathcal{V} = c_2 s - ds^2.$$

Selanjutnya diberikan  $F$  dan  $V$  yaitu matriks yang diperoleh masing-masingnya dari turunan parsial  $\mathcal{F}$  dan  $\mathcal{V}$  terhadap  $s$  selanjutnya dievaluasi di titik tetap  $E^0 = (p^0, s^0, r^0, q^0) = (1, 0, 0, 0)$ , sehingga dinyatakan sebagai berikut:

$$F = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} (\beta ps) = \beta p \Leftrightarrow F(E^0) = \beta$$

$$V = \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} (c_2 s - ds^2) = c_2 - 2ds \Leftrightarrow V(E^0) = c_2.$$

Matriks generasi selanjutnya didefinisikan sebagai

$$R = FV^{-1} = \beta \left( \frac{1}{c_2} \right) = \frac{\beta}{c_2}.$$

Bilangan reproduksi dasar diperoleh dari

$$R_0 = \rho(R) = \max \left\{ \left| \frac{\beta}{c_2} \right| \right\} = \frac{\beta}{c_2}.$$

Maka bilangan reproduksi dasar dari sistem (4) adalah

$$R_0 = \frac{\beta}{c_2}$$

dengan  $c_2 = a + \theta + b + d$ , maka:

$$R_0 = \frac{\beta}{a + \theta + b + d}.$$

### 3.2.3. Kestabilan Titik Tetap Model Pencegahan Penyebaran Kebiasaan Merokok dengan Penerapan Terapi Pengganti Nikotin

Kestabilan titik tetap dari model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin dapat ditentukan dengan metode linearisasi selanjutnya diperoleh persamaan karakteristiknya [13]. Untuk menentukan jenis kestabilan menggunakan nilai eigen [11] dari matriks Jacobi. Dari sistem persamaan (4) didapatkan matriks Jacobi sebagai berikut.

$$J = \begin{pmatrix} -c_1 s - b & -c_1 p & 0 & 0 \\ \beta s & \beta p - c_2 + 2ds & 0 & 0 \\ 0 & a + \theta + dr & -c_2 + ds & 0 \\ 0 & dq & \gamma & -b + ds \end{pmatrix} \quad (16)$$

Matriks Jacobi di atas dievaluasi pada titik tetap bebas kebiasaan merokok  $E^0 = (1, 0, 0, 0)$  sebagai berikut

$$J(E^0) = \begin{pmatrix} -b & -c_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta - c_2 & 0 & 0 \\ 0 & a + \theta & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -b \end{pmatrix}$$

Untuk titik tetap  $E^0$ , persamaan (16) memiliki persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$|J(E^0) - \lambda I| = \begin{vmatrix} -b - \lambda & -c_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta - c_2 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & a + \theta & -c_2 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -b - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (-b - \lambda)(\beta - c_2 - \lambda)(-c_2 - \lambda)(-b - \lambda) = 0 \quad (17)$$

Persamaan (17) memiliki empat nilai eigen, yaitu:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -b < 0 \\ \lambda_2 &= \beta - c_2 < 0 \Leftrightarrow \beta < c_2 \\ \lambda_3 &= -c_2 < 0 \\ \lambda_4 &= -b < 0 \end{aligned}$$

$\lambda_2$  akan bernilai negatif dengan syarat nilai  $R_0 < 1$ .

Bukti:

$$\begin{aligned} R_0 &< 1 \\ \Leftrightarrow \frac{\beta}{a + \theta + b + d} &< 1 \\ \Leftrightarrow \frac{\beta}{c_2} &< 1 \\ \Leftrightarrow \beta &< c_2 \\ \Leftrightarrow \beta - c_2 &< 0 \\ \Leftrightarrow \lambda_2 &< 0 \end{aligned}$$

Sehingga titik tetap bebas kebiasaan merokok  $E^0$  dapat dikatakan stabil asimtotik jika  $R_0 < 1$  sedangkan jika  $R_0 > 1$  maka  $E^0$  tidak stabil.

Selanjutnya, dari matriks Jacobi persamaan (16) dievaluasi pada titik tetap bebas kebiasaan merokok  $E^* = (p^*, s^*, r^*, q^*)$  sebagai berikut

$$J(E^*) = \begin{pmatrix} -c_1 s^* - b & -c_1 p^* & 0 & 0 \\ \beta s^* & \beta p^* - c_2 + 2ds^* & 0 & 0 \\ 0 & a + \theta + dr^* & -c_2 + ds^* & 0 \\ 0 & dq^* & \gamma & -b + ds^* \end{pmatrix}$$

Untuk titik tetap  $E^*$ , persamaan (16) memiliki persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$|J(E^*) - \lambda I| = \begin{vmatrix} M_{11} - \lambda & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & M_{32} & M_{33} - \lambda & 0 \\ 0 & M_{42} & M_{43} & M_{44} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (M_{33} - \lambda)(M_{44} - \lambda)[(M_{11} - \lambda)(M_{22} - \lambda) - M_{12}M_{21}] = 0 \quad (18)$$

dimana,

$$\begin{aligned} M_{11} &= -c_1 s_* - b \\ M_{12} &= -c_1 p_* \\ M_{21} &= \beta s_* \\ M_{22} &= \beta p_* - c_2 + 2ds_* \\ M_{32} &= a + \theta + dr_* \\ M_{33} &= -c_2 + ds_* \\ M_{42} &= dq_* \\ M_{43} &= \gamma \\ M_{44} &= -b + ds_* \end{aligned}$$



Dari persamaan (18) diperoleh:

$$\lambda_1 = M_{33} \text{ atau } \lambda_1 = -c_2 + ds_* < 0 \text{ jika } c_2 > ds_*$$

$$\lambda_2 = M_{44} \text{ atau } \lambda_2 = -b + ds_* < 0 \text{ jika } b > ds_*$$

$$[(M_{11} - \lambda)(M_{22} - \lambda) - M_{12}M_{21}] = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 + (-M_{11} - M_{22})\lambda + (M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}) = 0$$

Misalkan

$$G = 1$$

$$H = -M_{11} - M_{22}$$

$$K = M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}$$

Diperoleh

$$\Leftrightarrow \lambda^2 + H\lambda + K = 0$$

(19)

Solusi dari persamaan (19), yaitu:

$$\Leftrightarrow \lambda_{3,4} = \frac{-H \pm \sqrt{H^2 - 4GK}}{2} < 0$$

Diperoleh,

$$\lambda_3 = \frac{-H + \sqrt{H^2 - 4K}}{2} < 0$$

Agar  $\lambda_3 < 0$  dan bernilai real maka

$$\sqrt{H^2 - 4K} < H$$

$$\Leftrightarrow H^2 - 4K < H^2$$

$$\Leftrightarrow -4K < 0$$

$$\Leftrightarrow K > 0$$

$$\Leftrightarrow M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21} > 0$$

$$\Leftrightarrow M_{11}M_{22} > M_{12}M_{21}$$

$$\Leftrightarrow (-c_1s^* - b)(\beta p^* - c_2 + 2ds^*) > (-c_1p^*)(\beta s^*)$$

$$\Leftrightarrow b < \frac{c_1\beta p^*s^*}{\beta p^* - c_2 + 2ds^*} - c_1s^*$$

(20)

$$\lambda_4 = \frac{H - \sqrt{H^2 - 4K}}{2} < 0$$

Agar  $\lambda_4 < 0$  dan bernilai real maka

$$\sqrt{H^2 - 4K} > -H$$

$$\Leftrightarrow H^2 - 4K > H^2$$

$$\Leftrightarrow -4K > 0$$

$$\Leftrightarrow K < 0$$

$$\Leftrightarrow M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21} < 0$$

$$\Leftrightarrow M_{11}M_{22} < M_{12}M_{21}$$

$$\Leftrightarrow (-c_1s^* - b)(\beta p^* - c_2 + 2ds^*) < (-c_1p^*)(\beta s^*)$$

$$\Leftrightarrow b > \frac{c_1\beta p^*s^*}{\beta p^* - c_2 + 2ds^*} - c_1s^*$$

(21)

**Teorema:**

Diberikan  $E^* = (p^*, s^*, r^*, q^*)$  titik tetap endemik dari sistem (27)–(30), jika

a)  $c_2 > ds^*$

b)  $b > ds^*$

c)  $b < \frac{c_1\beta p^*s^*}{\beta p^* - c_2 + 2ds^*} - c_1s^*$

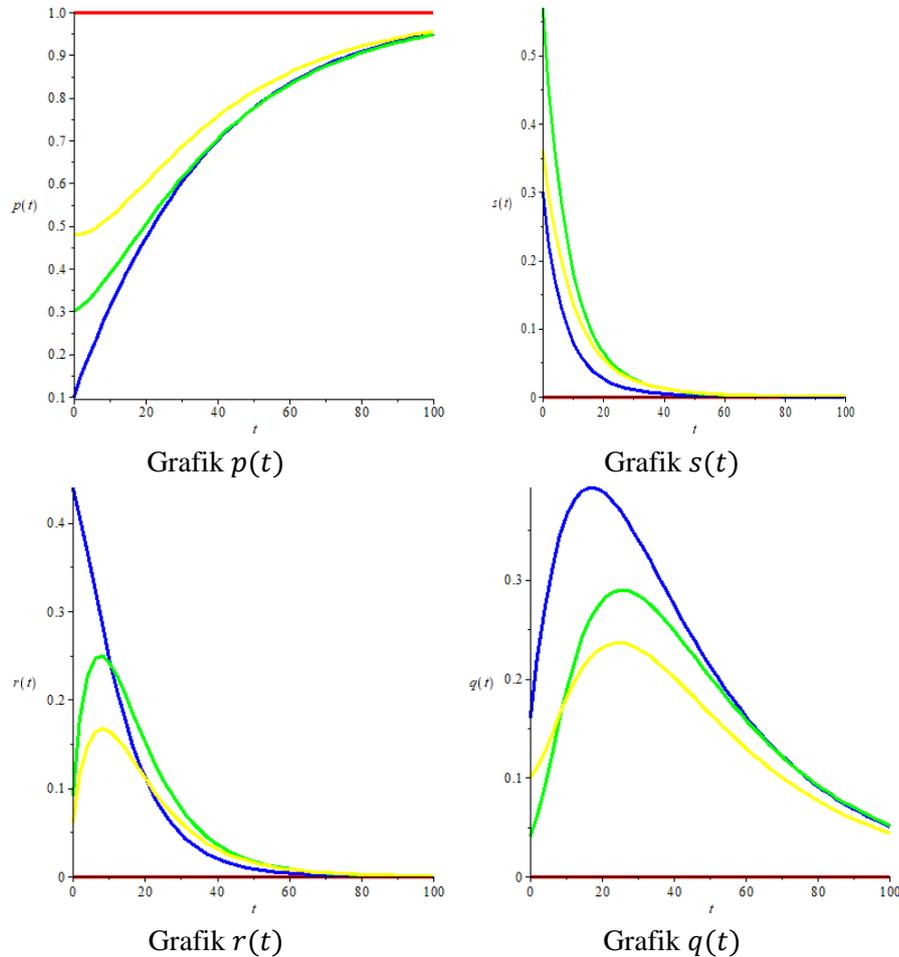
d)  $b > \frac{c_1\beta p^*s^*}{\beta p^* - c_2 + 2ds^*} - c_1s^*$

maka titik tetap endemik kebiasaan merokok  $E^* = (p^*, s^*, r^*, q^*)$  stabil asimtotik.

### 3.2.4 Simulasi Model Matematika Pencegahan Penyebaran Kebiasaan Merokok dengan Penerapan Terapi Pengganti Nikotin

Simulasi numerik akan dilakukan untuk memberikan gambaran yang lebih jelas pada model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin menggunakan *software* Maple 2018.

#### 3.2.4.1 Simulasi Kestabilan Titik Tetap Bebas dari Kebiasaan Merokok

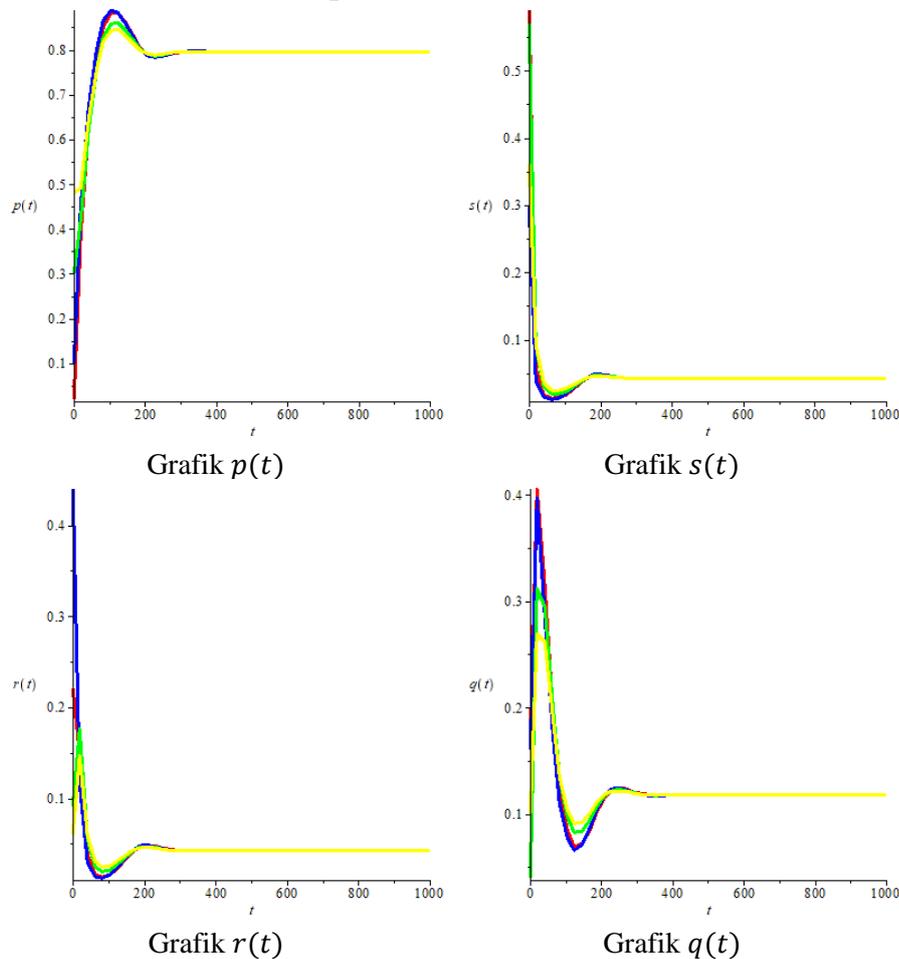


**Gambar 2. Trayektori di Sekitar Titik Tetap Bebas Kebiasaan Merokok**

Berdasarkan Gambar 2 memiliki 4 nilai awal, yaitu  $p(0) = 1, s(0) = 0, r(0) = 0, q(0) = 0$ ;  $p(0) = 0,1, s(0) = 0,3, r(0) = 0,44, q(0) = 0,16$ ;  $p(0) = 0,3, s(0) = 0,57, r(0) = 0,09, q(0) = 0,04$ ;  $p(0) = 0,48, s(0) = 0,36, r(0) = 0,06, q(0) = 0,1$ . Dengan menggunakan beberapa parameter yaitu  $b = 0,03, \mu = 0,01, \beta = 0,12, a = 0,07, \theta = 0,04, \gamma = 0,08, d = 0,02$ . Dari parameter tersebut diperoleh  $R_0 = 0,75$  dan  $E^0 = (1,0,0,0)$ . Dari Gambar 2 terlihat kurva biru, hijau, dan kuning bergerak mendekati kurva merah. Titik tetap  $E^0$  bersifat stabil yang dapat diartikan tidak terjadi penyebaran kebiasaan merokok dalam populasi sehingga seiring bertambahnya waktu maka populasi perokok, populasi dengan terapi pengganti nikotin, dan populasi perokok yang berhenti merokok akan semakin habis. Hal ini juga diperkuat oleh nilai  $R_0$  yang diperoleh lebih kecil dari 1.



### 3.2.4.2 Simulasi Kestabilan Titik Tetap Endemik dari Kebiasaan Merokok



**Gambar 3. Trayektori di Sekitar Titik Tetap Endemik Kebiasaan Merokok**

Berdasarkan Gambar 3 memiliki 4 nilai awal, yaitu  $p(0) = 0,02, s(0) = 0,59, r(0) = 0,22, q(0) = 0,17; p(0) = 0,1, s(0) = 0,3, r(0) = 0,44, q(0) = 0,16; p(0) = 0,3, s(0) = 0,57, r(0) = 0,09, q(0) = 0,04; p(0) = 0,48; s(0) = 0,36; r(0) = 0,06; q(0) = 0,1$ . Dengan menggunakan beberapa parameter yaitu  $b = 0,03, \mu = 0,01, \beta = 0,2, a = 0,07, \theta = 0,04, \gamma = 0,08, d = 0,02$ . Dari parameter tersebut diperoleh  $R_0 = 0,75$  dan  $E^* = (p^*, s^*, r^*, q^*)$ . Dari Gambar 3 terlihat kurva biru, hijau, dan kuning bergerak mendekati kurva merah. Pada kondisi tertentu, titik tetap  $E^*$  bersifat stabil asimtotik.

#### 4. KESIMPULAN

Dari hasil dan pembahasan yang telah dilakukan diperoleh model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin berbentuk sistem persamaan diferensial nonlinear. Terdapat dua jenis titik tetap, yaitu titik tetap bebas dari kebiasaan merokok dan titik tetap endemik dari kebiasaan merokok. Interpretasi dari model matematika pencegahan penyebaran kebiasaan merokok dengan penerapan terapi pengganti nikotin yaitu semakin kecil tingkat penularan akibat adanya kontak dengan perokok serta semakin besar tingkat perokok mulai menggunakan terapi nikotin *lozenge*, tekad kuat dari perokok ketika akan diterapi menggunakan nikotin *lozenge*, tingkat kelahiran, dan tingkat kematian akibat penyakit yang ditimbulkan dari rokok pada populasi perokok maka penyebaran kebiasaan merokok akan menghilang, begitupun sebaliknya.

**REFERENSI**

- [1] World Health Organization, "WHO Global Report: Mortality Attributable To Tobacco," *Who Glob. Rep.*, p. 392, 2012, [Online]. Available: [http://www.who.int/tobacco/publications/surveillance/fact\\_sheet\\_mortality\\_report.pdf](http://www.who.int/tobacco/publications/surveillance/fact_sheet_mortality_report.pdf).
- [2] Kementerian Kesehatan RI, *Profil Kesehatan Indonesia Tahun 2017*. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI, 2018.
- [3] World Health Organization, "Pernyataan: Hari Tanpa Tembakau Sedunia 2020," 2020. <https://www.who.int/indonesia/news/detail/30-05-2020-pernyataan-hari-tanpa-tembakau-sedunia-2020> (accessed Dec. 21, 2021).
- [4] J. H. Jung, A. Park, and I. H. Jung, "Qualitative and Sensitivity Analysis of the Effect of Electronic Cigarettes on Smoking Cessation," *Comput. Math. Methods Med.*, vol. 2018, pp. 1–11, Aug. 2018, doi: 10.1155/2018/3738584.
- [5] A. Cepeda-Benito, J. T. Reynoso, and S. Erath, "Meta-Analysis of the Efficacy of Nicotine Replacement Therapy for Smoking Cessation: Differences Between Men and Women.," *J. Consult. Clin. Psychol.*, vol. 72, no. 4, pp. 712–722, 2004, doi: 10.1037/0022-006X.72.4.712.
- [6] F. Anam, T. Sakhatmo, and Hartanto, *Remaja Indonesia Jauhi Rokok, Hidup Sehat, Masa Depan Bersahabat*. Solo: Metagraf, 2019.
- [7] A. Yadav, P. K. Srivastava, and A. Kumar, "Mathematical model for smoking: Effect of determination and education," *Int. J. Biomath.*, vol. 08, no. 01, p. 1550001, Jan. 2015, doi: 10.1142/S1793524515500011.
- [8] Z. Alkhudhari, S. Al-Sheikh, and S. Al-Tuwairqi, "Stability analysis of a giving up smoking model," *Int. J. Appl. Math. Res.*, vol. 3, no. 2, Mar. 2014, doi: 10.14419/ijamr.v3i2.2239.
- [9] A. D. Wijayanti, S. Nteseo, N. Aini, and D. Taha, "Model Matematika Dinamika Populasi Perokok dengan Faktor Edukasi dan Candy Treatment," 2020, doi: <https://doi.org/10.31219/osf.io/cxt2s>.
- [10] Sudaryono, *Metode Penelitian Pendidikan*. Jakarta: KENCANA, 2016.
- [11] S. Widowati, *Pemodelan Matematika Analisis dan Aplikasinya*. Semarang: UNDIP Press, 2013.
- [12] F. Brauer and C. Chavez, *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*, 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 2010.
- [13] V. A. Dobrushkin, *Applied Differential Equations The Primary Course*. New York: CRC Press, 2014.