Model Matematika Pencegahan Pertambahan Jumlah Perokok dengan Penerapan Denda

Fitri Yessi Jami[1], Muhammad Subhan[2], Riry Sriningsih[3]

[1] Student of Mathematics Department State University of Padang, Indonesia

[2,3] Lecturers of Mathematics Department State University of Padang, Indonesia

[1]fitriyessi@gmail.com

***Abstract* -** Consumption of a large ammount of cigarettes in a public society is one of the main concern in every countries since cigarettes may become the source of all dangerous disease like heart attack, cancer and many other health and social problems. This research was started by forming mathematical model of the smoker population growth by applying fine. This model divide the population consist of three groups, they are the potential smoker, smoker and quit smoker. We find that increase of a number of smokers mainly depends on three parameters, how big interaction between an active and potential smoker, probability people become to smoker and quited rate from the smoking. From the model analysis we get two kinds of fixed points: smoker free fixed point, that's stable on on $R_0<1$ and unstable on $R_0>1$ and smoker endemic, that's stable on $R_0>1$.

***Keywords* –** Smoker population, Mathematical models, Reproduction number

***Abstrak* –** konsumsi rokok dalam jumlah besar oleh masyarakat merupakan salah satu perhatian utama di setiap Negara karena rokok mengandung bahan-bahan berbahaya yang dapat memicu timbulnya berbagai penyakit seperti serangan jantung, kanker dan banyak lagi masalah kesehatan dan social lainnya. Penelitian ini dimulai dengan membentuk model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan denda. Model ini membagi populasi menjadi tiga kelompok yaitu prokok potensial, perokok aktif, dan yang telah berhenti merokok. Peningkatan jumlah perokok dipengaruhi oleh tiga parameter, seberapa besar interaksi antara perokok aktif dan potensial, peluang seseorang menjadi perokok dan tingkat seseorang berhenti merokok. Dari analisis model diperoleh dua titik tetap yaitu titik tetap bebas perokok, stabil pada saat $R_0 < 1$ dan tidak stabil pada saat $R_0 >1$, dan titik tetap endemikperokok stabil saat $R_0 >1$.

***Kata Kunci* –** populasi perokok, model matematika, bilangan reproduksi.

PENDAHULUAN

Perilaku merokok dilihat dari berbagai sudut pandang sangat merugikan, baik untuk diri sendiri, maupun orang disekelilingnya. Dilihat dari segi kesehatan, pengaruh bahan kimia yang dikandung rokok seperti tar, nkotin dan karbon monoksida akan memacu kerja sistem syaraf pusat dan susunan syaraf simpatis sehingga mengakibatkan tekanan darah meningkat dan detak jantung bertambah cepat, menstimulasi penyakit kanker dan berbagai penyakit lain[4].

Badan kesehatan dunia (WHO) menganggap bahwa merokok telah menjadi masalah kesehatan masyarakat yang penting bagi seluruh dunia sejak satu dekade yang lalu. Saat ini populasi perokok di dunia mencapai 1,1 miliar. Diperkirakan pada tahun 2025, jumlah ini akan meningkat menjadi 1,6 miliar, hal ini disebabkan karena perdagangan rokok yang bebas[1]. Indonesia merupakan salah satu negara berkembang yang memiliki tingkat produksi dan konsumsi rokok yang tinggi. Menurut Bank Dunia yang dikutip Depkes RI (2002) konsumsi rokok di Indonesia sekitar 6,6% dari konsumsi rokok dunia[6].

Meskipun telah banyak penilitian menyebutkan mengenai jenis penyakit yang ditimbulkan akibat merokok, namun merokok tetap menjadi kebiasaan yang tidak bisa ditinggalkan oleh banyak orang[6]. Hal ini dipengaruhi oleh beberapa faktor diantaranya pengaruh orang tua yang merokok, pengaruh teman, pengaruh iklan dan lain-lain[5]. Hal ini mengakibatkan jumlah perokok terus bertambah.

METODE

Penelitian ini adalah penelitian dasar dengan menggunakan teori yang relevan berdasarkan studi kepustakaan. Langkah kerja yang akan dilakukan adalah meninjau masalah yang dihadapi, mengumpulkan dan mengaitkan teori-teori yang diperoleh dengan permasalahan model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan denda.

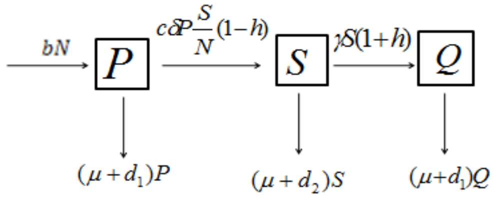
HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam membentuk model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan denda digunakan beberapa variabel yaitu P kelompok individu potensial merokok, yaitu orang yang belum pernah merokok dan berpotensi menjadi perokok. S kelompok individu perokok, orang yang melakukan kebiasaan atau aktifitas merokok dan dapat menjadi penyebab bertambahnya jumlah perokok. Q kelompok individu yang telah berhenti merokok, yaitu orang yang benar-benar telah meninggalkan kebiasaan merokok. Parameter yang digunakan yaitu b tingkat kelahiran, μ tingkat kematian alami, d_1 tingkat kematian karena penyakit yang disebabkan oleh rokok pada individu perokok pasif, d_2 tingkat kematian karena penyakit yang disebabkan oleh rokok pada individu perokok aktif, γ tingkat keinsyafan dari kebiasaan merokok, h tingkat efektifitas denda yang diberikan kepada perokok, c rata- rata banyaknya kontak tiap satuan waktu, δ peluang individu menjadi perokok

Asumsi yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Populasi bersifat tertutup, yang berarti tidak ada perpindahan baik masuk maupun keluar dari populasi tersebut
2. Setiap individu yang lahir dalam populasi diasumsikan berpotensi menjadi perokok.
3. Adanya kematian alami pada masing-masing populasi serta adanya kematian yang disebabkan karena penyakit yang yang ditimbulkan oleh rokok.
4. Penularan kebiasaan merokok terjadi karena adanya interaksi antara kelompok potensial merokok dengan populasi perokok.
5. Efektifitas denda yang diberikan konstan.

Dengan adanya variabel, parameter dan asumsi di atas, maka dinamika populasi perokok dapat dilihat pada gambar 1.



Gambar 1. Diagram transmisi model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok

Sehingga model matematika dari diagram di atas adalah:

$$
\begin{aligned}
\frac{dP}{dt} &= bN - c\delta P\frac{S}{N}(1-h) - (\mu + d_1)P \\
\frac{dS}{dt} &= c\delta P\frac{S}{N}(1-h) - (\mu + d_2)S - \big(\gamma S(1+h)\big) \qquad (1)\\
\frac{dQ}{dt} &= \gamma S(1+h) - (\mu + d_1)Q
\end{aligned}
$$

Dari model di atas diperoleh bilangan reproduksi dasar (R_0) sebagai berikut[3]:

$$R_0 = \frac{c\delta(1-h)}{(\mu+d_2+\gamma(1+h))} \qquad (2)$$

Dari analisis model (1) diperoleh dua titik tetap yaitu: $E_0 = \left(\frac{bN}{(\mu+d_1)}, 0, 0\right)$, titik E_0 dinamakan titik tetap bebas perokok dan $E_1 = (x, y, z)$, titik E_1 dinamakan titik tetap endemik perokok. Dimana,

$$x = \frac{\big((\mu+d_2+\gamma(1+h))N\big)}{(1-h)c\delta}$$

$$y = \left(\frac{\big((1-h)c\delta b-(\mu+d_1)(\mu+d_2+\gamma(1+h))N\big)}{(1-h)c\delta(\mu+d_2+\gamma(1+h))}\right)$$

$$z = \frac{\gamma(1+h))}{(\mu+d_1)}\left(\frac{\big((1-h)c\delta b-(\mu+d_1)(\mu+d_2+\gamma(1+h))N\big)}{(1-h)c\delta(\mu+d_2+\gamma(1+h))}\right)$$

Titik E_1 ada pada saat R_0>1.

Untuk menentukan kestabilan model digunakan matriks Jacobian. Dari model (1) diperoleh matriks Jacobiannya sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -\frac{c\delta S}{N}(1-h) - (\mu + d_1) & -\frac{c\delta P}{N}(1-h) & 0 \\ \frac{c\delta S}{N}(1-h) & \frac{c\delta P}{N}(1-h) - \mu - d_2 - \gamma - \gamma h & 0 \\ 0 & \gamma(1+h) & -(\mu + d_1) \end{bmatrix}$$

Dari matriks Jacobian di atas diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$(-(\mu + d_1) - \lambda)\left(c\delta(1-h)\frac{b}{(\mu + d_1)} - \mu - d_2 - \gamma(1+h) - \lambda\right)(-(\mu + d_1) - \lambda) = 0 \qquad (3)$$

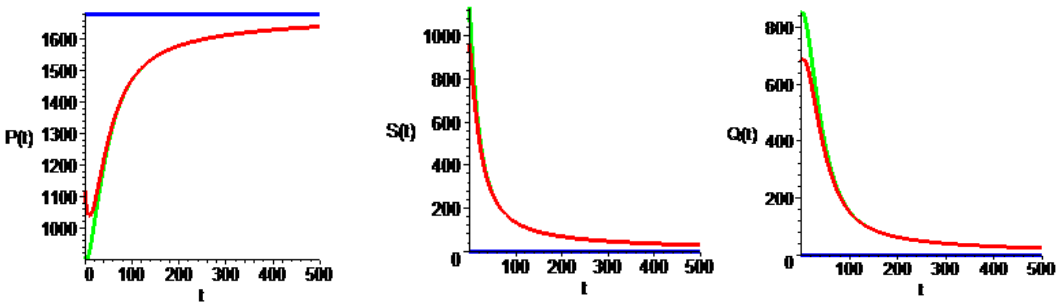
Dari persamaan (3) diperoleh tiga nilai eigen yaitu:

$$\lambda_1 = -(\mu + d_1)$$

$$\lambda_2 = c\delta(1-h)\frac{b}{(\mu + d_1)} - \mu - d_2 - \gamma(1+h)$$

$$\lambda_3 = -(\mu + d_1)$$

Pada saat $R_0 < 1$, diperoleh nilai λ_2<0, $c\delta(1-h)\frac{b}{(\mu+d_1)} - \mu - d_2 - \gamma(1+h) < 0$.Jadi pada saat $R_0 < 1$, λ_2 bernilai negatif, maka titik tetap bebas perokoknya stabil seperti terlihat pada Gambar 2.

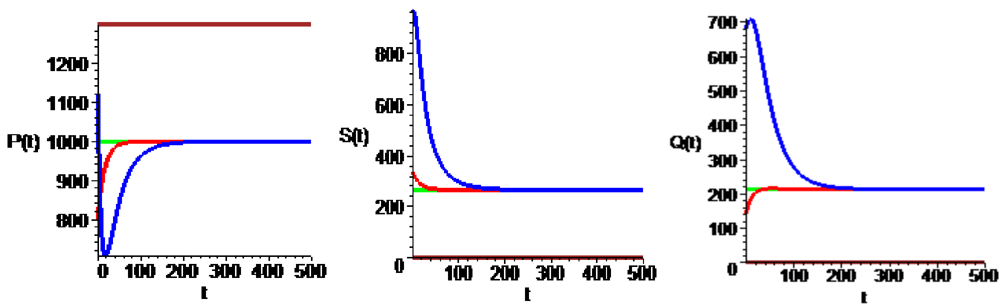


Grafik *P(t)* Grafik *S(t)* Grafik *Q(t)*

Gambar 2. Trayektori disekitar titik tetap bebas perokok

Parameter yang digunakan pada Gambar 2 adalah, b = 0,091 pertahun, μ = 0,031 pertahun, *c* = 0,025 pertahun, δ =0,25 pertahun, γ = 0,051 pertahun, d_1 = 0,067 pertahun, d_2 = 0,045 pertahun, h = 0,25, *N* =1000 orang. Dari parameter tersebut diperoleh R_0=0,9999682942 dan E_0 = (1682,0,0).

Pada saat $R_0 > 1$, diperoleh nilai λ_2>0, $\beta(1-h)\frac{b}{(\mu+d_1)} - \mu - d_2 - \gamma(1+h) > 0$.Jadi pada saat $R_0 > 1$, λ_2 bernilai positif, maka titik E_0 tidak stabil seperti terlihat pada Gambar 3.



Grafik *P(t)* Grafik *S(t)* Grafik *Q(t)*

Gambar 3. Trayektori titik tetap bebas perokok saat $R_0 > 1$

Parameter yang digunakan pada Gambar 3 adalah, b = 0,091 pertahun, μ = 0,031 pertahun, *c* = 0,515 pertahun, δ =0,211 pertahun, γ = 0,051 pertahun, d_1 = 0,067 pertahun, d_2 = 0,045 pertahun, h = 0,25, *N* =1000 orang. Dari parameter tersebut diperoleh R_0=1,0002653467 dan E_0 = (1682,0,0).

1. Kestabilan Titik Tetap Endemik Perokok

Matriks Jacobian dari titik tetap E_1 adalah:

$$J = \begin{bmatrix} a_{11} & -c\delta(1-h)\frac{(\mu+d_2+\gamma(1+h))}{(1-h)\,c\delta} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & \gamma(1+h) & -(\mu+d_1) \end{bmatrix}$$

Dimana

$$a_{11} = -c\delta(1-h)\frac{(1-h)c\delta b-(\mu+d_1)(\mu+d_2+\gamma(1+h))}{(1-h)c\delta(\mu+d_2+\gamma(1+h))} - (\mu+d_1)$$

$$a_{22} = c\delta(1-h)\frac{(\mu+d_2+\gamma+gh)}{(1-h)c\delta} - \mu - d_2 - \gamma(1+h)$$

$$a_{21} = c\delta(1-h)\frac{(1-h)c\delta b-(\mu+d_1)(\mu+d_2+\gamma(1+h))}{(1-h)c\delta(\mu+d_2+\gamma(1+h))}$$

Dari matriks Jacobian di atas diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$(-(\mu+d_1)-\lambda)(\lambda^2 + x\lambda - y) = 0$$

dimana

$$x = \frac{(1-h)c\delta b - (\mu+d_1)(\mu+d_2+\gamma(1+h))}{(\mu+d_2+\gamma(1+h))} + (\mu+d_1)$$

$y = (\mu + d_1)(\mu + d_2 + \gamma(1+h)) + (1-h)c\delta b$

Dari persamaan karakteristik di atas diperoleh sebagai berikut:

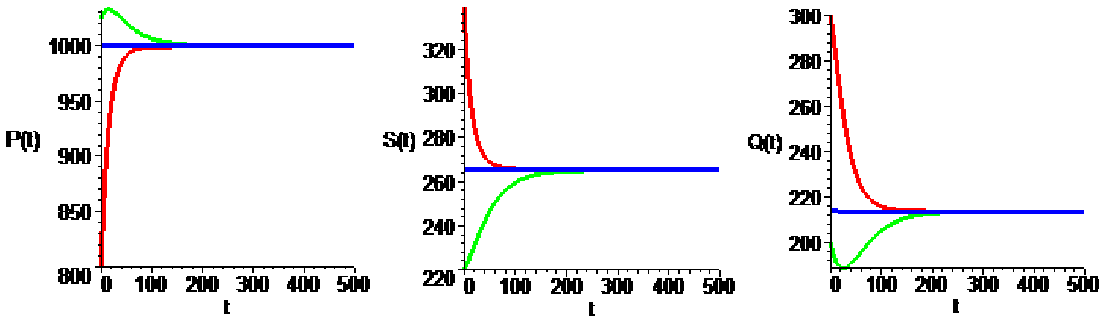
$\lambda_1 = -(\mu + d_1)$

$\lambda_2, \lambda_3 = \frac{-(B)}{2} \pm \frac{\sqrt{(B)^2 + 4((\mu+d_1)(\mu+d_2+\gamma(1+h)) - (1-h)c\delta b))}}{2}$

Dimana

$B = \frac{(1-h)c\delta b - (\mu+d_1)(\mu+d_2+\gamma(1+h)}{(\mu+d_2+\gamma(1+h))} + (\mu + d_1)$

Titik E_1 akan stabil jika masing-masing nilai eigennya bernilai negatif. Kedua nilai eigen di atas akan bernilai negatif jika$(\mu + d_1)$ $(\mu + d_2 + \gamma(1+h)) + (1-h)c\delta b < 0$. Titik E_1 stabil pada saat $R_0 > 1$ seperti terlihat pada Gambar 4.



Grafik *P(t)* Grafik *S(t)* Grafik *Q(t)*

Gambar 4. Trayektori di sekitar titik tetap endemik perokok

Parameter yang digunakan pada Gambar 4 adalah, b = 0,091 pertahun, μ = 0,031 pertahun, c = 0,515 pertahun, δ =0,211 pertahun, γ = 0,051 pertahun, d_1 = 0,067 pertahun, d_2 = 0,045 pertahun, h = 0,25, N =1000 orang. Dari parameter tersebut diperoleh R_0=1,0002653467 dan $E_1 = (1000{,}265{,}214)$

Interpretasi

Model matematika pencegahan pertambahan junlah perokok dengan penerapan denda *R₀*nya adalah:

$$\frac{c\delta(1-h)}{(\mu + d_2 + \gamma(1+h))}$$

Dari R_0 dapat kita lihat bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi terjadinya epidemi dalam suatu populasi, yaitu rata-rata banyaknya kontak(c), peluang individu menjadi perokok (δ), tingkat efektifitas denda yang diberikan (h), tingkat kematian alami (μ), tingkat kematian karena penyakit yang disebabkan oleh rokok (d_2), tingkat keinsyafan dari kebiasaan merokok. dari semua faktor tersebut, rata-rata banyaknya kontak(c), peluang individu menjadi perokok (δ), dan denda yang diberikan kepada perokok (h), merupakan faktor yang mempengaruhi terjadinya epidemi dalam populasi.

Hal ini berarti dengan mengontrol nilai c, δ dan γ kita dapat memperkecil terjadinya epidemi. Untuk memperkecil terjadinya epidemi dapat dilakukan dengan mengurangi kontak antara perokok dengan orang yang potensial menjadi perokok yaitunya dengan membatasi tempat-tempat bagi orang untuk merokok dan memperkecil tingkat berhasilnya kontak serta meningkatkan tingkat keinsyafan seseorang dari kebiasaan merokok dengan memberikan penyuluhan tentang dampak rokok bagi kesehatan. Karena h berbanding terbalik dengan R_0 maka dengan memperbesar tingkat efektifitas dari denda yang diberikan kepada perokok dapat memperkecil terjadinya epidemi karena orang memiliki keengganan untuk merokok. sehingga semakin besar tinkat efektfitas denda yang diberikan maka R_0 akan semakin kecil.

Semakin kecil peluang berhasilnya kontak antara perokok dengan orang yang potensial menjadi perokok dan semakin besar efektifitas denda yang diberikan kepada perokok serta semakin banyak orang yang insyaf dari kebiasaan merokok maka dengan bertambahnya waktu populasi perokok akan berkurang dan sebaliknya.

SIMPULAN

Model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan denda berbentuk persamaan diferensial non linear yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$P(t) = bN - c\delta P\frac{S}{N}(1-h) - (\mu + d_1)P$$

$$S(t) = c\delta P\frac{S}{N}(1-h) - \left(\mu + d_2 + \gamma(1+h)\right)S$$

$$Q(t) = \gamma S(1+h) - (\mu + d_1)Q$$

Dari model di atas diperoleh $R_0 = \frac{c\delta(1-h)}{(\mu+d_2+\gamma(1+h))}$ dan dua titik tetap, yaitu:

1. Titik tetap $E_0 = (\frac{bN}{\mu+d_1}, 0{,}0)$ adalah titik tetap stabil asimtotik lokal artinya untuk jangka waktu yang lama populasi bebas dari perokok.
2. Titik tetap E_1
   $P^* = \frac{(\mu+d_2+\gamma(1+h))}{(1-h)c\delta}$

$$S^* = \frac{(1-h)c\delta b-(\mu+d_1)(\mu+d_2+\gamma(1+h))}{(1-h)c\delta(\mu+d_2+\gamma(1+h))}$$

$$Q^* = \frac{\gamma(1+h)}{(\mu+d_1)}\left(\frac{(1-h)c\delta b-(\mu+d_1)(\mu+d_2+\gamma(1+h))}{(1-h)c\delta(\mu+d_2+\gamma(1+h))}\right)$$

Titik E_1 ada saat $R_0 > 1$. Dari analisis model diperoleh bahwa titik tetap bebas perokok stabil pada saat $R_0 < 1$ dan titik tetap endemik perokok stabil pada saat $R_0 > 1$.

Supaya tidak terjadi epidemi kita dapat mengontrol nilai c, δ dan γ kita dapat memperkecil terjadinya epidemi. Untuk memperkecil terjadinya epidemi dapat dilakukan dengan mengurangi kontak antara perokok dengan orang yang potensial menjadi perokok yaitunya dengan membatasi tempat-tempat bagi orang untuk merokok dan memperkecil tingkat berhasilnya kontak serta meningkatkan tingkat keinsyafan seseorang dari kebiasaan merokok dengan memberikan penyuluhan tentang dampak rokok bagi kesehatan. Karena h berbanding terbalik dengan R_0 maka dengan memperbesar tingkat efektifitas dari denda yang diberikan kepada perokok dapat memperkecil terjadinya epidemi karena orang memiliki keengganan untuk merokok. sehingga semakin besar tinkat efektfitas denda yang diberikan maka R_0 akan semakin kecil. Semakin kecil peluang berhasilnya kontak antara perokok dengan orang yang potensial menjadi perokok dan semakin besar efektifitas denda yang diberikan kepada perokok serta semakin banyak orang yang insyaf dari kebiasaan merokok maka dengan bertambahnya waktu populasi perokok akan berkurang dan sebaliknya

REFERENSI

[1] Chaloupka, Frank J. 2000. *Curbing the epidemic : Governments and the economics of tobacco control.* World Bank. Washington D.C.

[2]. Finizio, N. & Ladas, G. 1988 alih bahasa Widiarti, S. *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern.* Edisi ke-2. Jakarta: Erlangga.

[3] Jami, Fitri Yessi. 2013. *Model Matematika Pencegahan Pertambahan Jumlah Perokok dengan Penerapan Denda.* UNP. Padang.

[4] Kalelis, Mickey.J. 1996. *Tobacco Dependence, The everlasting Nightmare*. Seton Hall University.

[5] Komalasari, Dian & Avin Fadilla Helmi. *Faktor-faktor penyebab perilaku merokok pada remaja*. (Jurnal Penelitian) 2000.

[6] Lestari, Meisya. 2011. *Merokok Kejahatan yang Diizinkan*. Http://kompas.com. Diakses tanggal 4 Oktober 2012 pukul 20.30 WIB.