

# Perbandingan Metode *Branch and Bound* dan Metode *Cutting Plane* dalam Optimasi Jumlah Produksi di BSL Store

Tri Rahmayani<sup>1</sup>, Devni Prima Sari<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Jurusan Matematika, Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan dan Alam Universitas Negeri Padang (UNP)

## Article Info

### Article history:

Received February 10, 2022

Revised July 15, 2022

Accepted July 16, 2022

### Keywords:

Integer Programming

Optimization

*Branch and Bound*

*Cutting plane*

### Kata Kunci:

Program integer

Optimasi

*Branch and Bound*

*Cutting plane*

## ABSTRACT

BSL Store is one of the Small and Medium Enterprises (SME) in Tangerang Regency. The UKM produces various types of footwear, including leather shoes, sports shoes, casual shoes, and sandals. In order to increase sales profits and avoid product buildup resulting from a decline in market demand. BSL Store needs to optimize the amount of production to maximize profits or minimize losses by using the Branch and Bound and Cutting Plane methods in solving linear integer programming problems. Based on the research, we get the same results for Branch and Bound method and the Cutting Plane method. BSL Store must produce 531 pairs of leather shoes, 744 pairs of sports shoes, 676 pairs of casual shoes, and 826 pairs of sandals get an optimum profit of Rp.62,080,000.00 it means that these two methods can be used by BSL Store in determining the amount of production BSL Store.

## ABSTRAK

BSL Store merupakan salah satu Usaha Kecil dan Menengah (UKM) di Kabupaten Tangerang. UKM ini memproduksi berbagai jenis alas kaki, diantaranya sepatu kulit, sepatu olahraga, sepatu kasual, dan sandal. Guna meningkatkan keuntungan penjualan dan menghindari penumpukan produk yang ditimbulkan dari penurunan permintaan pasar. Sehingga BSL Store ini perlu mengoptimalkan jumlah produksi produk untuk memaksimalkan keuntungan serta meminimalkan kerugian dengan menggunakan metode Branch and Bound dan Cutting Plane dalam menyelesaikan masalah program linier integer dimana variabel-variabel keputusan akan berupa bilangan bulat. Berdasarkan penelitian diperoleh hasil yang sama antara metode Branch and Bound dan metode Cutting Plane yaitu BSL Store harus memproduksi 531 pasang sepatu kulit, 744 pasang sepatu olahraga, 676 pasang sepatu kasual, dan 826 pasang sandal untuk dapat menghasilkan keuntungan yang optimum sebesar Rp62.080.000,00 yang berarti kedua metode ini dapat digunakan oleh BSL Store dalam menentukan jumlah produksi BSL Store dalam menentukan jumlah produksi.

This is an open access article under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



## Penulis pertama

(Tri Rahmayani)

Jurusan Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Universitas Negeri Padang, Jl. Prof. Dr. Hamka, Air Tawar barat, Padang Utara, Padang, 25171

Email: [trirahmayani@gmail.com](mailto:trirahmayani@gmail.com)

Padang, Sumatera Barat

## 1. PENDAHULUAN

Pemrograman linier berurusan dengan masalah optimasi fungsi tujuan linier yang berbentuk persamaan linier dan kendala ketidaksetaraan pada variabel keputusan, pemrograman linier juga memiliki banyak aplikasi praktisi (dalam transportasi, perencanaan produksi, dll)[1].



Dalam menyelesaikan persamaan linier, terdapat dua solusi yang dapat ditemukan, yaitu solusi bilangan bulat dan solusi bilangan tidak bulat. Namun dalam memproduksi suatu produk, nilai yang akan dihasilkan adalah nilai bilangan bulat. Penyelesaian persamaan linier bilangan bulat dapat dilakukan dengan dua metode yaitu branch and bound dan cutting plane. Metode branch and bound merupakan pengembangan dari program linier dimana beberapa atau semua variabel keputusannya harus integer. Metode ini membatasi penyelesaian optimum yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing-masing solusi yang bernilai pecahan agar bernilai bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru. Sedangkan metode cutting plane menggunakan penambahan batasan baru yang disebut gomory dalam menyelesaikan persamaan linier yang memiliki solusi tidak bulat atau pecahan agar bernilai bulat.

Penelitian tentang optimasi hasil produksi menggunakan metode branch and bound dan metode cutting plane juga sudah dilakukan oleh Raudhatul Jannah yang membahas tentang “Optimasi Hasil Produksi Tahu dan Tempe dengan Metode Branch and Bound dan Metode Cutting Plane”[2], Sri Basriati membahas mengenai “Integer Linear Programming dengan Pendekatan Metode Cutting Plane dan Branch and Bound untuk Optimasi Produksi Tahu”[3], dan penelitian lain juga dilakukan oleh Wahyudin Nur membahas mengenai “Penggunaan Metode Branch and Bound dan Gomory Cut dalam Menentukan Solusi Integer Linearr Programming”[4]. Dari hasil penelitian tersebut bahwa hasil optimasi produksi menggunakan metode branch and bound memberikan keuntungan yang lebih baik. Namun, hasil penelitian Wahyudin Nur memperlihatkan bahwa hasil optimasi produksi menggunakan metode branch and bound dan metode cutting plane memperoleh hasil yang sama, tetapi metode branch and bound memerlukan iterasi yang lebih banyak dan waktu yang lebih lama[4].

Bentuk standar dari model-model program linier terdiri dari beberapa fungsi yaitu fungsi tujuan dan fungsi batasan. Fungsi tujuan adalah fungsi yang menggambarkan tujuan dari pengalokasian secara optimal sumberdaya-sumberdaya untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya yang paling minimal. Sedangkan fungsi batasan adalah kapasitas yang tersedia yang akan dialokasikan secara optimal ke berbagai kegiatan-kegiatan operasi perusahaan.

Fungsi Tujuan :

Memaksimalkan atau meminumkan

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Fungsi Batasan :

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \text{atau} \geq b_i$$

$$x_j \geq 0$$

untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, m$  dan  $j = 1, 2, 3, \dots, n$

Keterangan :

$m$  = Macam batasan sumberdaya atau fasilitas yang tersedia

$n$  = Macam kegiatan-kegiatan yang menggunakan sumberdaya yang tersedia.

$i$  = Nomor setiap macam sumberdaya yang tersedia.

$j$  = Nomor setiap macam kegiatan yang menggunakan sumberdaya.

$x_j$  = Tingkat kegiatan ke-  $j$ .

$a_{ij}$  = Banyaknya sumberdaya  $i$  yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unit output dari kegiatan  $j$ .

$b_i$  = Banyak sumber daya  $i$  yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap kegiatan.

$Z$  = Nilai yang dioptimalkan (maksimum atau minimum).

$c_j$  = Kenaikan nilai  $Z$  apabila ada pertambahan tingkat kegiatan ( $x_j$ ) dengan satu satuan(unit) atau merupakan kontribusi setiap satu output kegiatan  $j$  terhadap nilai  $Z$ .



Metode *Branch and Bound* adalah metode yang digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah program *integer*. Adapun langkah-langkah penyelesaian masalah optimasi dengan metode *Branch and Bound* :

1. Menyelesaikan masalah program linier dengan metode simpleks selesaikan masalah tanpa pembatasan bilangan bulat.
2. Meneliti solusi optimalnya, jika variabel keputusan yang diharapkan adalah bilangan bulat, solusi optimum bilangan bulat telah tercapai. Jika satu atau lebih variabel keputusan yang diharapkan ternyata bukan bilangan bulat, lanjutkan ke langkah 3.
3. Menjadikan solusi pada penyelesaian langkah 1 menjadi batas atas dan untuk batas bawahnya merupakan solusi yang variabel keputusannya telah di integer kan (rounded – down).
4. Memilih variabel yang mempunyai nilai pecahan terbesar (artinya bilangan desimal terbesar dari masing-masing variabel untuk dijadikan pencabangan ke dalam sub-sub masalah. Tujuannya adalah untuk menghilangkan solusi yang tidak memenuhi persyaratan integer dalam masalah itu. Pencabangan itu dilakukan secara mutually exclusive untuk memenuhi persyaratan integer dengan jaminan tidak ada solusi fisibel (layak) yang diikutsertakan. Hasilnya adalah sebuah sub masalah dengan batasan  $\leq$  atau batasan  $\geq$  .
5. Setiap sub-masalah, nilai optimum fungsi tujuan ditetapkan sebagai batas atas. Solusi optimum yang di integer kan menjadi batas bawah (solusi yang sebelumnya tidak integer kemudian di integer kan). Sub-sub masalah yang memiliki batas atas kurang dari batas bawah yang ada, tidak diikutsertakan pada analisa selanjutnya. Suatu solusi integer fisibel (layak) adalah sama baik atau lebih baik dari batas atas untuk setiap sub masalah yang dicari. Jika solusi yang demikian terjadi, suatu sub masalah dengan batas atas terbaik dipilih untuk dicabangkan. Kembali ke langkah 4.

Metode *Cutting plane* memiliki variabel  $x_i (i = 1, 2, \dots, m)$  mewakili variabel dasar dan variabel  $w_j (j = 1, 2, \dots, n)$  mewakili variabel nondasar. Variabel-variabel ini telah diatur demikian untuk kemudahan. Pertimbangkan persamaan ke- $i$  dimana variabel dasar  $x_i$  memiliki nilai *non integer*.

$$x_i = \beta_i - \sum_{j=1}^n \alpha_i^j w_j \quad \beta_i \text{ noninteger (baris sumber)}$$

Kemudian pisahkan  $\beta_i$  dan  $\alpha_i^j$  menjadi bagian yang bulat dan bagian pecahan non negatif seperti berikut :

$$\begin{aligned} \beta_i &= [\beta_i] = f_i \\ \alpha_i^j &= [\alpha_i^j] + f_i \end{aligned}$$

Batasan terakhir dapat ditulis :

$$S_i = \sum_{j=1}^n f_{ij} w_j - f_i$$

Keterangan :

$S_i$  = Variabel slack *nonnegatif*

$f_i$  = Bagian pecahan dari  $\beta_i$

$f_{ij}$  = Koefisien variabel non basis

## 2. METODE

Penelitian ini merupakan penelitian terapan dengan menggunakan data primer. Penelitian ini dilakukan di BSL Store yang berlokasi di Jl. Anjelin II blok D14/01 RT.005/RW.008, Kutabaru, Kecamatan Pasar Kemis, Kabupaten Tangerang, Banten. Penelitian dilakukan mulai 11 Desember 2021 - 10 Januari 2022. Teknik analisis data dalam penelitian ini sebagai berikut :

- a. Pengumpulan data yang terdiri dari jenis produk, data bahan baku produksi, sumber daya mesin, biaya produksi, total waktu kerja masing-masing mesin, total waktu kerja masing-masing karyawan dan keuntungan yang diperoleh dari masing masing produksi.
- b. Data tersebut kemudian diolah dengan metode simpleks untuk mendapatkan jumlah optimal produk yang diproduksi agar memperoleh keuntungan maksimum.



- c. Jumlah produk tidak integer yang diperoleh dari metode simpleks diubah ke dalam bentuk integer dengan menggunakan metode *Branch and Bound* dan metode *cutting plane*.
- d. Setelah jumlah produk optimal bertipe integer diperoleh, maka dilakukan penarikan kesimpulan dari perhitungan yang akan diberikan sebagai saran bagi perusahaan.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

- a. Penyelesaian Optimasi Jumlah Produksi di BSL Store dengan Metode *Branch and Bound*

- 1) Menentukan variabel keputusan

$$\begin{aligned}x_1 &= \text{Jumlah Pasang Sepatu Kulit} \\x_2 &= \text{Jumlah Pasang Sepatu Olahraga} \\x_3 &= \text{Jumlah Pasang Sepatu kasual} \\x_4 &= \text{Jumlah Pasang Sandal}\end{aligned}$$

- 2) Membentuk Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan digunakan untuk memaksimalkan keuntungan dari setiap produksi sepatu dan sandal.

**Tabel 1. Keuntungan Masing-masing Produk**

No	Produk	Harga Jual	Keuntungan
1	Sepatu Kulit	130.000/pasang	20.000/pasang
2	Sepatu Olahraga	90.000/pasang	40.000/pasang
3	Sepatu Kasual	100.000/pasang	10.000/pasang
4	Sandal	40.000/pasang	18.000/pasang

Berdasarkan data, diperoleh fungsi tujuan untuk optimasi jumlah produksi sepatu dan sandal di BSL Store adalah :

$$f(x) = 20.000x_1 + 40.000x_2 + 10.000x_3 + 18.000x_4$$

- 3) Membentuk Fungsi Kendala

Fungsi kendala diperoleh dari keterbatasan sumber daya mesin yang digunakan dan keterbatasan karyawan dalam membuat sepasang produk, sehingga diperoleh fungsi kendala sebagai berikut :

$$\begin{aligned}3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 &\leq 14880 \\x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &\leq 14880 \\x_2 + x_3 &\leq 14880 \\2x_1 + x_4 &\leq 14880 \\2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 &\leq 14880 \\x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\leq 14880 \\2x_2 + 2x_3 &\leq 14880 \\x_1 &\leq 531 \\x_2 &\leq 744 \\x_3 &\leq 676 \\x_4 &\leq 826\end{aligned}$$

- 4) Memodelkan Masalah ke dalam Bentuk Pemrograman Linier (LP)

Bentuk umum pemrograman linier pada masalah optimasi jumlah produksi di BSL Store adalah sebagai berikut :

Maksimalkan :

$$Z = 20.000x_1 + 40.000x_2 + 10.000x_3 + 18.000x_4$$

dengan Kendala:

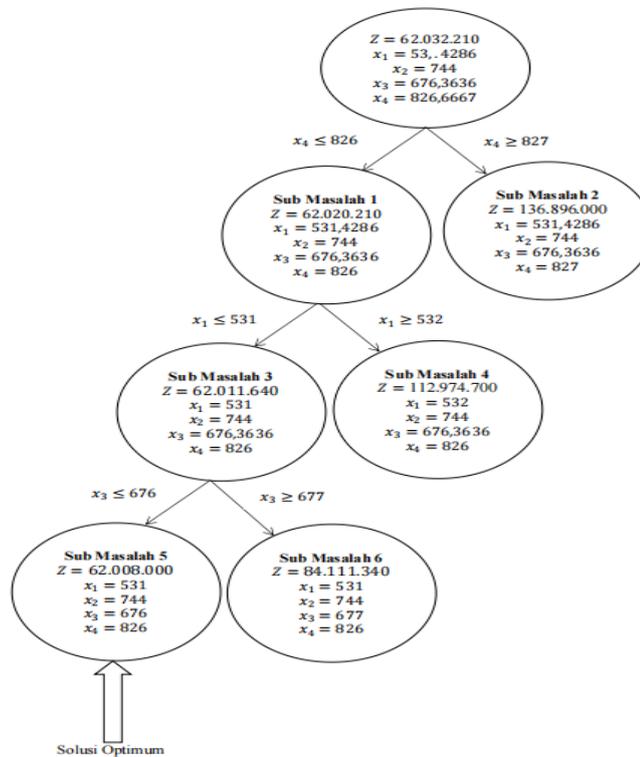
$$\begin{aligned}3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 &\leq 14880 \\x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &\leq 14880 \\x_2 + x_3 &\leq 14880 \\2x_1 + x_4 &\leq 14880\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 &\leq 14880 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\leq 14880 \\
 2x_2 + 2x_3 &\leq 14880 \\
 x_1 &\leq 531 \\
 x_2 &\leq 744 \\
 x_3 &\leq 676 \\
 x_4 &\leq 826 \\
 x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0
 \end{aligned}$$

Berdasarkan fungsi tujuan dan kendala di atas dapat digambarkan pohon penyelesaian dengan metode *Branch and Bound* dan metode *cutting plane* seperti pada gambar 1.

Gambar 1. Pohon Penyelesaian dengan Metode *Branch and Bound* dan *Cutting plane*



Penyelesaian sub masalah metode *Branch and Bound* di atas menggunakan bantuan *software QM*.

b. Penyelesaian Optimasi Jumlah Produksi di BSL Store dengan Metode *Cutting plane*

Penyelesaian dengan metode *cutting plane* mula-mula dilakukan dengan metode simpleks, diperoleh hasil yaitu  $x_1 = 531,4285714$ ,  $x_2 = 744$ ,  $x_3 = 676,3636364$ ,  $x_4 = 826,6666667$ . Penyelesaian tersebut belum optimum dikarenakan masih ada solusi yang belum integer, sehingga selanjutnya diselesaikan dengan metode *cutting plane*. Kemudian pilih baris tabel optimal simpleks yang dalam kolom ruas kanannya memuat desimal terbesar, setelah itu tambahkan dengan kendala gomory.

Pilih  $\beta$  terbesar pada nilai variabel yang bukan integer yaitu  $x_4$ . Sehingga dari persamaan keempat didapatkan:

$$x_4 = 0,0556s_{15} = 826,6667$$

Buat kendala gomory:

$$\begin{aligned}
 826,6667 &= 826 + 0,6667 \\
 0,0556 &= 0 + 0,0556
 \end{aligned}$$



Sehingga:

$$0s_{15} + 0,0556s_{15} = 826 + 0,6667$$

Kemudian pisahkan integer dan non integer:

$$x_4 = -826 + 0s_{15} = -0,0556s_{15} + 0,6667$$

Terbentuk cut nya:  $-0,0556s_{15} + 0,6667$

Agar bisa lanjut iterasi, ubah bentuk kanonik dengan menambahkan slack gomory yaitu:

$$sg_1 = -0,0556s_{15} + s_{16} = -0,6667$$

Kemudian diselesaikan kembali dengan metode dual simpleks, lakukan yang sama berulang sampai semua variabel keputusan bernilai integer. Penyelesaian dengan metode cutting plane menghasilkan solusi optimal dengan jumlah produksi di BSL Store adalah 531 pasang sepatu kulit, 744 pasang sepatu olahraga, 676 pasang sepatu kasual, dan 826 pasang sandal dengan keuntungan optimalnya sebesar Rp62.080.000..

#### 4. KESIMPULAN

Metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane* dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah program linier integer dikarenakan memberi keuntungan yang sama besar yaitu Rp62.080.000,00 dimana BSL Store harus memproduksi sepatu kulit sebanyak 531 pasang, sepatu olahraga sebanyak 744 pasang, sepatu kasual sebanyak 676 pasang, dan sandal sebanyak 826 pasang. Namun dalam penyelesaiannya, metode *branch and bound* memerlukan iterasi yang banyak dan waktu yang lebih lama dibandingkan dengan metode *cutting plane*.

#### REFERENSI

- [1] Goemans, Michel. 2015. *Integer Programming and Combinatorial Optimization*. Valparaiso : Proceedings.
- [2] A.M. Raudhatul Jannah dkk. 2018. Optimasi Hasil Produksi Thau dan Tempe dengan menggunakan Metode *Branch and Bound* dan Metode *Cutting Plane*. Padang : UNP.
- [3] Basriati, Sri. 2018. *Integer Linear Programming* dengan Pendekatan Metode *Cutting Plane* dan *Branch and Bound* untuk Optimasi Produksi Tahu. *Jurnal Sains dan Matematika*, 4(2), 95-104
- [4] Nur, Wahyudin dan Nurul Mukhlisah Abdal. 2016. Penggunaan Metode *Branch and Bound* dan *Gomory Cut* dalam Menentukan Solusi *Integer Linear Programming*. *Jurnal Saintifik*, 2(1), 10-14.
- [5] Meflinda, Astuti, dan Mahyarni. 2011. *Operations Research (Riset Operasi)*. Pekanbaru: UR PRESS.
- [6] Syai Carter, Michael W dkk. 2019. *Operations Research A Practical Introduction Second Edition*. London : CRC Press.