

Model Matematika Pengelolaan Perikanan Terbarukan

Nani Susilawati¹, Muhammad Subhan²

^{1,2} Program Studi Matematika, Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan dan Alam, Universitas Negeri Padang (UNP)

Article Info

Article history:

Received May 30, 2025

Revised June 10, 2025

Accepted June 23, 2025

Keywords:

Mathematical Model

Predator-prey

Renewable Resource

Fishery

Kata Kunci:

Model Matematika

Model Mangsa-Pemangsa

Sumber Daya Terbarukan

Perikanan

ABSTRACT

Fisheries are limited renewable natural resources. The current state of fisheries is threatened with extinction due to overexploitation. The purpose of this study was to determine the mathematical model of renewable fisheries management and to interpret the results of the analysis of the model. This research is a basic or theoretical research. The model is in form of a non-linear system of differential equations. using the Holling II response function and the logistic growth model. From the analysis of the model, there are three equilibrium points: two extinction points that are conditionally asymptotically stable and one co-existence equilibrium point that is always asymptotically stable.

ABSTRAK

Perikanan merupakan sumber daya alam terbarukan namun bersifat terbatas. Keadaan perikanan pada saat ini terancam kepunahan akibat eksploitasi yang berlebihan. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk membentuk model matematika pengelolaan perikanan terbarukan dan menginterpretasi hasil dari analisis model. Jenis penelitian ini merupakan penelitian dasar atau teoritis. Model ini membentuk sistem persamaan diferensial non linear. Model ini mempelajari dinamika antara dua komponen yaitu udang windu (mangsa) dan populasi mengkonsumsi spesies mangsa sebagai makanan alternatif (pemangsa) dengan dua wilayah yaitu wilayah dilindungi dan wilayah yang tidak dilindungi. Model ini menggunakan fungsi respon Holling II dan model pertumbuhan logistik. Dari hasil analisis model terdapat dua titik tetap kepunahan spesies yang stabil asimtotik untuk kondisi tertentu dan satu titik tetap koeksistensi yang selalu stabil asimtotik.

This is an open access article under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



Nani Susilawati

Program Studi Matematika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Padang, Jl. Prof. Dr. Hamka, Air Tawar barat, Padang Utara, Padang, Indonesia. Kode Pos: 25131
Email: ns22091999@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Indonesia merupakan negara yang mengandung sumber daya alam yang luar biasa banyaknya. Salah satunya adalah sumber daya terbarukan seperti kehutanan dan perikanan. Pada sektor perikanan, Indonesia memiliki potensi sumber daya yang sangat besar. Dimana, garis pantai Indonesia merupakan garis pantai terpanjang kedua setelah Kanada. Selain itu, Indonesia adalah salah satu negara yang memiliki kepulauan terbesar di Asia Tenggara bahkan di dunia. Indonesia disebut negara maritim, sebagian besar wilayah Indonesia terdiri dari luas laut 71% dan luas daratan 29%. Indonesia mempunyai potensi sumber daya laut dan pantai yang amatlah besar. Di Indonesia, perikanan tangkap mempunyai peran yang sangat penting dan strategis dapat kita lihat setidaknya ada tiga peran



perikanan tangkap di Indonesia ini yaitu, sumber pertumbuhan ekonomi, sumber pangan khususnya protein hewani, dan penyedia lapangan kerja [1]

Tidak heran banyak pihak tidak bertanggung jawab melakukan eksploitasi secara besar-besaran pada sumber daya alam. Sehingga, sumber daya terbarukan pada saat ini berada di bawah tekanan ekstrim di dunia, walaupun telah melakukan upaya membuat peraturan untuk mencegah atau mengendalikan eksploitasi yang berlebihan dan tidak berkelanjutan. Akibat dari pesatnya pertumbuhan industrialisasi dan pertambangan di perairan laut, maka banyak terjadi pengeksploitasian terhadap sektor perikanan yang meningkat secara signifikan. Walaupun eksploitasi sumber daya sangat penting untuk perkembangan serta pertumbuhan suatu negara, tetapi eksploitasi yang tidak sesuai ataupun tidak direncanakan akan menyebabkan kepunahan sumber daya terbarukan ini. Jadi permasalahan diatas merupakan tantangan besar untuk mengelola sumber daya terbarukan terhadap pembangunan suatu negara salah satunya di Indonesia.

Pemodelan matematika adalah satu diantara bidang matematika yang dipakai untuk menjelaskan suatu problematik dalam kehidupan kita kedalam bentuk bahasa matematika, yang mana representasi matematika dari masalah tersebut akan dihasil dari suatu proses analisis yang valid dan sesuai dengan permasalahan tersebut. Model matematika ini dapat diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu dan dalam bidang ilmu lainnya seperti pengaplikasian dalam ilmu perikanan. Pemodelan matematika dapat juga berperan penting dalam pengelolaan sumber daya terbarukan yang lebih efisien dan berkelanjutan, dimana pemodelan matematika ini dapat kita gunakan untuk menggambarkan atau mendeskripsikan kejadian-kejadian nyata untuk merencanakan bagaimana teknik prediksi, pencegahan, manajemen, dan pengendalian yang lebih baik terhadap permasalahan yang ada pada sumber daya terbarukan ini.

Pemodelan matematika tentang pengelolaan sumber daya perikanan terbarukan telah banyak dikaji oleh para peneliti. Diantaranya, model matematika pengelolaan perikanan yang mempelajari dan memantau dinamika sistem yang terdiri dari dua wilayah: satu wilayah yang dilindungi dan yang lainnya adalah wilayah yang tidak dilindungi [2], model sumber daya perikanan dengan adanya kawasan cadangan dimana dipelajari perubahan atau dinamika sumber daya perikanan yang berada pada dua lingkungan yaitu zona penangkapan ikan bebas dan zona cadangan yaitu zona yang tidak diperbolehkan penangkapan ikan [3], model matematika dalam sumber daya perikanan berupa model mangsa pemangsa pada area reservasi [4], model sumber daya perikanan untuk menyelidiki efek dari dua predator pada populasi mangsa dan mempertimbangkan berbagai jenis tanggapan fungsional [5], model mangsa-pemangsa dengan fungsi respon Holling II dengan struktur usia dan perilaku anti pemangsa yang menyimpulkan bahwa kepunahan pemangsa dan eksistensi populasi dapat terjadi [6], dan model mangsa-pemangsa dengan *protection zone* menggunakan fungsi respon Holling II yang menyimpulkan bahwa keadaan pemangsa punah dan eksistensi dapat terjadi [7]. Selanjutnya, ada juga penelitian yang menyajikan model sumber daya perikanan dengan kawasan cadangan dan interaksi mangsa-pemangsa dengan asumsi bahwa predasi terjadi di zona yang tidak dilindungi oleh undang-undang [8] dan model mangsa pemangsa dengan area reservasi dan pemanenan pemangsa [9]. Dengan demikian, penelitian ini merujuk kepada penelitian-penelitian terdahulu dan mengacu referensi-referensi untuk memperkaya bahan kajian berupa jurnal-jurnal terkait yang sudah dijelaskan sebelumnya.

Konseptualisasi matematika dari pengelolaan sumber daya perikanan terbarukan dapat membantu memahami berbagai masalah pada sumber daya alam seperti dalam sektor perikanan sebagai sumber daya terbarukan yang bersifat terbatas. Dalam pemodelan matematika tentang pengelolaan sumber daya perikanan terbarukan berguna menyelidiki bagaimana dinamika perikanan spesies tunggal di zona dilindungi dan zona tidak dilindungi. Dengan menggunakan respon fungsional tipe Holling II untuk merumuskan bentuk model ini. Dalam pemodelan ini berfokus pada dinamika populasi spesies ikan mangsa dan dinamika spesies ikan pemangsa.

2. METODE

Jenis penelitian ini adalah penelitian dasar atau teoritis. Metode penelitian ini adalah metode

deskriptif yaitu menganalisis teori-teori yang relevan dengan problematik yang dibahas dan penelitian ini berlandaskan pada studi kepustakaan.

Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji dan mempelajari buku-buku dan sumber yang lainnya
2. Mengidentifikasi masalah yang akan dibahas
3. Membuat asumsi-asumsi, variabel, dan parameter yang membantu dalam membentuk dan menganalisis model matematika
4. Membentuk model matematika pada pengelolaan perikanan terbarukan.
5. Menganalisis titik kesetimbangan pada model matematika
6. Menginterpretasi hasil analisis yang didapat.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Model Matematika Pengelolaan Perikanan Terbarukan

Berdasarkan tahap-tahapan dalam membangun sebuah model matematika, tahapan awal yang dilakukan adalah mengidentifikasi masalah yang diperoleh dari berbagai pertanyaan yang berhubungan dengan masalah tersebut dan digunakan untuk menentukan komponen-komponen yang diduga sesuai dengan problematika yang meliputi identifikasi variabel, parameter, dan asumsi.

Asumsi-asumsi model matematika pengelolaan perikanan terbarukan adalah sebagai berikut:

1. Populasi mangsa adalah kelompok spesies udang windu
2. Populasi pemangsa dianggap mengkonsumsi populasi mangsa sebagai makanan alternatif
3. Pada perikanan ini ada dua area yaitu: area dilindungi dan area tidak dilindungi
4. Spesies mangsa hanya dapat bermigrasi dari zona tidak dilindungi ke zona dilindungi
5. Migrasi spesies mangsapada zona dilindungi ke zona yang tidak dilindungi diabaikan
6. Pemangsa mengikuti fungsi respon tipe Holling II dan fungsi logistik
7. Pada pemanenan hanya diperbolehkan pada zona tidak dilindungi
8. Predasi dan pemanenan dibatasi di daerah yang dilindungi undang-undang
9. Tingkat kematian mangsa karena predasi lebih besar dari pada tingkat pertumbuhan pemangsa karena predasi

Variabel dan parameter yang diperlukan untuk membentuk model matematika pengelolaan perikanan terbarukan dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2.

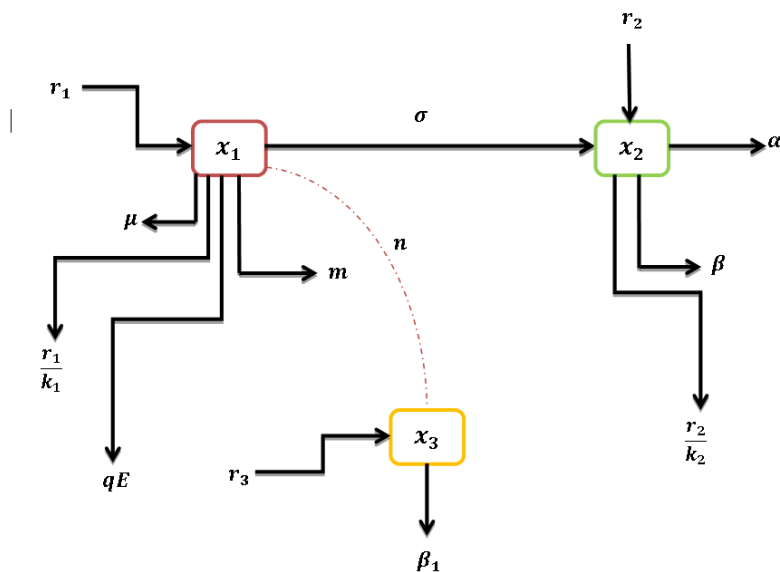
Tabel 1. Variabel dan parameter yang digunakan dalam model

Variabel	Keterangan	Satuan
$x_1(t)$	Kepadatan biomasa spesies mangsa (udang windu) pada zona tidak dilindungi pada waktu t	$\frac{ekor}{m^3}$
$x_2(t)$	Kepadatan biomasa spesies mangsa (udang windu) pada zona dilindungi pada waktu t	$\frac{ekor}{m^3}$
$x_3(t)$	Kepadatan biomasa spesies ikan pemangsa pada zona tidak dilindungi pada waktu t	$\frac{ekor}{m^3}$
t	Waktu	$hari$

Tabel 2. Parameter Model Matematika Pengelolaan Perikanan Terbarukan



Parameter	Keterangan	Satuan
r_1	Laju pertumbuhan intrinsik udang windu di zona yang tidak dilindungi	$\left(\frac{1}{\text{hari}}\right)$
r_2	Laju pertumbuhan intrinsik udang windu di zona yang dilindungi	$\left(\frac{1}{\text{hari}}\right)$
r_3	Laju intrinsik populasi pemangsa di zona yang tidak dilindungi	$\left(\frac{1}{\text{hari}}\right)$
σ	Tingkat migrasi spesies mangsa dari zona yang tidak dilindungi ke zona yang dilindungi	$\left(\frac{1}{\text{hari}}\right)$
α	Tingkat pengurangan karena dicuri spesies mangsa di zona yang dilindungi	$\left(\frac{1}{\text{hari}}\right)$
β	Tingkat kematian mangsa karena penyakit spesies pemangsa di zona yang dilindungi	$\left(\frac{1}{\text{hari}}\right)$
β_1	Tingkat kematian pemangsa di zona yang tidak dilindungi	$\left(\frac{1}{\text{hari}}\right)$
μ	Tingkat kematian mangsa di zona yang tidak dilindungi	$\left(\frac{1}{\text{hari}}\right)$
m	Tingkat penipisan mangsa akibat predasi pada zona yang tidak dilindungi	$\left(\frac{1}{\text{hari}}\right)$
n	Tingkat pertumbuhan pemangsa akibat predasi	$\left(\frac{1}{\text{hari}}\right)$
a	Konstanta saturasi	$\frac{\text{ekor}}{m^3}$
k_1	Kapasitas batas spesies udang windu di zona tidak dilindungi	(ekor)
k_2	Kapasitas batas spesies udang windu di zona dilindungi	(ekor)
k_3	Kapasitas batas spesies pemangsa di zona tidak dilindungi	(ekor)
q	Koefisien kemampuan penangkapan spesies mangsa pada zona yang tidak dilindungi	$\left(\frac{\text{ekor}}{\text{hari}}\right)$
E	Waktu	$\left(\frac{1}{\text{ekor}}\right)$



Gambar 1. Diagram Model Matematika

Berdasarkan Gambar 1 didapat bentuk model matematika merupakan sistem persamaan non diferensial :

$$\frac{dx_1}{dt} = r_1 x_1 \left(1 - \frac{x_1}{k_1}\right) - (\mu + \sigma + qE)x_1 - \frac{mx_1 x_3}{a+x_1} \quad (1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = r_2 x_2 \left(1 - \frac{x_2}{k_2}\right) - \beta x_2 - \alpha x_2 + \sigma x_1 \quad (2)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = r_3 x_3 \left(1 - \frac{x_3}{k_3}\right) + \frac{nx_1 x_3}{a+x_1} - \beta_1 x_3 \quad (3)$$

3.2. Analisis Model

Untuk mempermudah dalam analisis sistem persamaan, maka kita misalkan:

$$\varphi_1 = r_1 - \mu - \sigma - qE;$$

$$\varphi_2 = r_2 - \alpha - \beta;$$

$$\varphi_3 = r_3 - \beta_1$$

sehingga diperoleh:

$$\frac{dx_1}{dt} = \varphi_1 x_1 - \frac{r_1 x_1^2}{k_1} - \frac{mx_1 x_3}{a+x_1} \quad (4)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \varphi_2 x_2 - \frac{r_2 x_2^2}{k_2} + \sigma x_1 \quad (5)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \varphi_3 x_3 - \frac{r_3 x_3^2}{k_3} + \frac{nx_1 x_3}{a+x_1} \quad (6)$$

Titik tetap dari suatu sistem persamaan diperoleh pada saat $\frac{dx_1}{dt} = 0$, $\frac{dx_2}{dt} = 0$, dan $\frac{dx_3}{dt} = 0$.

Sehingga diperoleh tiga titik tetap sebagai berikut:

i. $P_1 = (x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 0)$

ii. $P_2 = (x_1, x_2, 0) = \left(\frac{\varphi_1 k_1}{r_1}, \frac{\varphi_2 + \sqrt{\varphi_2^2 + 4 \left(\frac{r_2}{k_2}\right) \left(\sigma \frac{\varphi_1 k_1}{r_1}\right)}}{2 \frac{r_2}{k_2}}, 0 \right)$

iii. $P_3 = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$, dimana:

$$x_1^* = \frac{r_3 x_3 a - \varphi_3 k_3 a}{\varphi_3 k_3 - r_3 x_3 + n k_3}$$

$$x_2^* = \frac{\varphi_2 + \sqrt{\varphi_2^2 + 4 \left(\frac{r_2}{k_2}\right) \left[\sigma \left(\frac{a r_3 x_3^* - a \varphi_3 k_3}{\varphi_3 k_3 - r_3 x_3^* + n k_3}\right)\right]}}{2 \left(\frac{r_2}{k_2}\right)}$$

$$x_3^* = \frac{a+x_1^*}{m} \left(\varphi_1 - \frac{r_1 x_1^*}{k_1} \right)$$

Kestabilan titik tetap diselidiki dari hasil linearisasi pada sistem persamaan (1), (2), dan (3) disekitar titik tetapnya yang merupakan matriks Jacobi berbentuk:

$$J = \begin{bmatrix} \varphi_1 - \frac{2r_1 x_1}{k_1} - \frac{mx_3}{(a+x_1)^2} & 0 & -\frac{mx_1}{a+x_1} \\ \sigma & \varphi_2 - \frac{2r_2 x_2}{k_2} & 0 \\ \frac{anx_3}{(a+x_1)^2} & 0 & \varphi_3 - \frac{2r_3 x_3}{k_3} + \frac{nx_1}{a+x_1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan nilai titik tetap tersebut matriks Jacobi dan menentukan tanda dari nilai eigen-nilai eigen pada masing-masing matriks Jacobi tersebut diperoleh perilaku dinamik dari sistem di sekitar titik tetap tersebut.



3.2.1. Analisis Kestabilan Titik Tetap $P_1(0, 0, 0)$

Matriks Jacobi pada titik tetap $P_1(0,0,0)$ yaitu:

$$J(P_1) = \begin{bmatrix} r_1 - (\mu + \sigma + qE) & 0 & 0 \\ \sigma & r_2 - \alpha - \beta & 0 \\ 0 & 0 & r_3 - \beta_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

yang memberikan persamaan karakteristik:

$$(\lambda - r_1 + \mu + \sigma + qE)(\lambda - r_2 + \alpha + \beta)(\lambda - r_3 + \beta_1) = 0 \quad (9)$$

dengan nilai eigen

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= r_1 - \mu - \sigma - qE \\ \lambda_2 &= r_2 - \alpha - \beta \\ \lambda_3 &= r_3 - \beta_1 \end{aligned}$$

bernilai negatif jika

1. $r_1 < \mu + \sigma + qE$
2. $r_2 < \alpha + \beta$,
3. $r_3 < \beta_1$

3.2.2. Analisis Kestabilan Titik Tetap $P_2 = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, 0)$

Matriks Jacobi dari titik tetap P_2 yaitu:

$$J(P_2) = \begin{pmatrix} r_1 - (\mu + \sigma + qE) - \frac{2r_1\bar{x}_1}{k_1} & 0 & \frac{-m\bar{x}_1}{a+\bar{x}_1} \\ \sigma & r_2 - \alpha - \beta - \frac{2r_2\bar{x}_2}{k_2} & 0 \\ 0 & 0 & r_3 - \beta_1 + \frac{n\bar{x}_1}{a+\bar{x}_1} \end{pmatrix} \quad (11)$$

yang memberikan persamaan karakteristik:

$$\left(\lambda - r_1 + (\mu + \sigma + qE) + \frac{2r_1\bar{x}_1}{k_1}\right)\left(\lambda - r_2 + \alpha + \beta + \frac{2r_2\bar{x}_2}{k_2}\right)\left(\lambda - r_3 + \beta_1 - \frac{n\bar{x}_1}{a+\bar{x}_1}\right) = 0 \quad (12)$$

dengan nilai eigen

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= r_1 - \mu - \sigma - qE - \frac{2r_1\bar{x}_1}{k_1} \\ \lambda_2 &= r_2 - \alpha - \beta - \frac{2r_2\bar{x}_2}{k_2} \\ \lambda_3 &= r_3 - \beta_1 + \frac{n\bar{x}_1}{a+\bar{x}_1} \end{aligned}$$

bernilai negatif jika

1. $r_1 < \mu + \sigma + qE + \frac{2r_1\bar{x}_1}{k_1}$
2. $r_2 < \alpha + \beta + \frac{2r_2\bar{x}_2}{k_2}$,
3. $r_3 < \beta_1 - \frac{n\bar{x}_1}{a+\bar{x}_1}$

3.2.3. Analisis Kestabilan Titik Tetap $P_3 = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$,

Matriks Jacobi dari titik tetap P_3 yaitu:

$$J(P_3) = \begin{pmatrix} r_1 - \frac{2r_1x_1^*}{k_1} - (\mu + \sigma + qE) - \frac{max_3^*}{(a+x_1^*)^2} & 0 & \frac{-mx_1^*}{a+x_1^*} \\ \sigma & r_2 - \frac{2r_2x_2^*}{k_2} - \alpha - \beta & 0 \\ \frac{anx_3^*}{(a+x_1^*)^2} & 0 & r_3 - \frac{2r_3x_3^*}{k_3} - \beta_1 + \frac{nx_1^*}{a+x_1^*} \end{pmatrix} \quad (14)$$

dan dengan memisalkan

$$A_1 = r_1 - \frac{2r_1x_1^*}{k_1} - (\mu + \sigma + qE) - \frac{max_3^*}{(a+x_1^*)^2}$$

$$A_2 = r_2 - \frac{2r_2x_2^*}{k_2} - \alpha - \beta$$

$$A_3 = r_3 - \frac{2r_3x_3^*}{k_3} - \beta_1 + \frac{nx_1^*}{a + x_1^*}$$

$$A_4 = \left(\frac{mx_1^*}{a + x_1^*} \right) \left(\frac{-anx_3^*}{(a + x_1^*)^2} \right)$$

diperoleh persamaan karakteristik:

$$\lambda^3 - \lambda^2(A_1 + A_2 + A_3) + \lambda(A_1A_2 + A_2A_3 + A_1A_3 + A_4) - (A_1A_2A_3 + A_2A_4) = 0 \quad (15)$$

Selanjutnya, dengan memisalkan

$$a_1 = -(A_1 + A_2 + A_3)$$

$$a_2 = A_1A_2 + A_2A_3 + A_1A_3 + A_4$$

$$a_3 = -(A_1A_2A_3 + A_2A_4)$$

Diperoleh persamaan karakteristik

$$\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0 \quad (16)$$

Dengan menggunakan Kriteria Routh-Hurwitz, maka akan ditentukan kestabilan sistem dengan membentuk matriks berikut:

$$H_1 = [a_1], H_2 = \begin{bmatrix} a_1 & 1 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix}, H_3 = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & a_3 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan Kriteria Routh-Hurwitz [10], mempunyai real negatif jika dan hanya jika $\det(H_1) > 0$, $\det(H_2) > 0$ dan $\det(H_3) > 0$.

Dengan demikian, diperoleh kondisi sebagai berikut:

1. $\det(H_1) > 0 = |a_1| > 0$ atau $a_1 > 0$
2. $\det(H_2) > 0 = \begin{vmatrix} a_1 & 1 \\ 0 & a_2 \end{vmatrix} > 0$, yaitu $a_1a_2 > 0$, karena $a_1 > 0$, maka $a_2 > 0$
3. $\det(H_3) > 0 = \begin{vmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix} > 0$, sehingga $(a_1a_2 - a_3)a_3 > 0$ atau diperoleh dua

kondisi, yaitu:

- a. $a_3 > 0$ dan $(a_1a_2 - a_3) > 0$
- b. $a_3 < 0$ dan $(a_1a_2 - a_3) < 0$

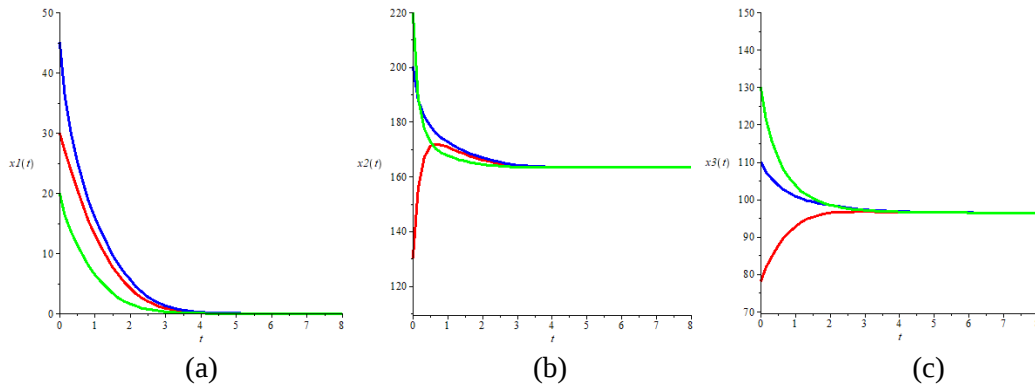
Untuk kondisi $a_3 < 0$ dan $(a_1a_2 - a_3) < 0$, tidak mungkin terjadi karena jika $a_3 < 0$, maka tidak mungkin $(a_1a_2 - a_3) < 0$, sebab $a_1a_2 > 0$. Dengan demikian, akar dari persamaan (16) bernilai negatif jika dan hanya jika $a_3 > 0$ dan $(a_1a_2 - a_3) > 0$.

Analisis parameter pada persamaan karakteristik (16) memenuhi kondisi:

- i. $a_1 > 0$
- ii. $a_2 > 0$
- iii. $a_3 > 0$
- iv. $a_1a_2 > a_3$

sehingga diperoleh bahwa titik tetap $P_3 = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$ stabil asimtotik lokal.

Simulasi numerik pada model matematika pengelolaan perikanan terbarukan memberikan gambaran lebih jelas untuk dapat melihat bagaimana dinamika perikanan dengan dua wilayah. Dengan menggunakan nilai parameter-parameter: $r_1=5$, $r_2=6$, $r_3=1.5$, $\sigma=2.5$, $\alpha=0.2$, $\beta=0.9$, $\beta_1=0.05$, $\mu=0.02$, $m=0.5$, $n=0.05$, $a=20$, $k_1=100$, $k_2=200$, dan $qE=0.2$, diperoleh trayektori untuk masing-masing variabel seperti terlihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Trayektori untuk variabel x_1 (a), variabel x_2 (b) dan variabel x_3 (c)

Simulasi numerik ini menegaskan bahwa jika spesies mangsa di zona tak dilindungi memiliki tingkat kematian alami spesies mangsa, tingkat migrasi spesies mangsa dari zona tak dilindungi ke zona dilindungi, tingkat penangkapan tidak lebih besar dibandingkan laju pertumbuhan spesies tersebut, dan interaksi antar mereka sendiri, maka spesies tidak akan mengalami kepunahan. Sementara, jika spesies mangsa di zona dilindungi memiliki tingkat pertumbuhan intrinsik spesies mangsa dan interaksi antar mangsa itu sendiri lebih kecil dari pada tingkat kematian alami spesies mangsa, tingkat penurunan populasi mangsa akibat dicuri, maka spesies tidak akan mengalami kepunahan.

4. KESIMPULAN

Model matematika pengelolaan perikanan terbarukan berbentuk sistem persamaan diferensial yang terdiri dari tiga persamaan diferensial yang memiliki tiga titik tetap, yaitu titik tetap kepunahan semua spesies, titik kepunahan pemangsa dan koeksistensi keduanya. Hasil analisis menunjukkan dua titik tetap kepunahan stabil untuk kondisi tertentu dan titik tetap koeksistensi selalu stabil asimtotik.

REFERENSI

- [1] Purnomo, B. H. (2012). *Peranan Perikanan Tangkap Berkelanjutan untuk Menunjang Ketahanan Pangan di Indonesia*. Artikel. Fakultas Teknologi Pertanian Universitas Jember.
- [2] Biswas, M. H. A., & Khatun, M. R. (2019). *Mathematical Modeling Applied to Renewable Fishery Management*. Vol. 6, No. 1, Maret, 2019, pp. 121-128
- [3] Biswas, M. H. A., Hossain, M. R., Mondal, M. K. (2017). *Mathematical Modelling Applied to Sustainable Management of Marine Resources*. *Procedia Engineering* 194: 337-344.
- [4] Dubey, B., Chandra, P., & Sinha, P. (2007). *A Prey-Predator Model with a Reserve Area*. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, Vol. 12 No. 4, 479-494.
- [5] Roy, B., Roy, S. K., & Biswas, M. H. A. (2017). *Effect on Prey-Predator with Different Functional Respons*. *Int. journal of Biomathematics* 10(8): 1750113-22
- [6] Idrus, A.S., Gani, A.P. & Zaid, N. (2022). *Analisis Model Dinamik Pemangsa-Mangsa dengan Struktur Usia dan Perilaku Anti-Pemangsa*, *Research in the Mathematical and Natural Sciences*, vol. 1, no. 2, pp. 22-29.
- [7] Sari, A.P., & Waluya, S. B. (2021). *Analisis Model Mangsa-Pemangsa dengan Protection Zone Menggunakan Respon Holling Tipe II*, *Prisma*, vol. 4, pp. 736-742.
- [8] Kar, T., K. (2006). *A Model for Fishery Resource with Reerve Area and Facing Prey-predator Interaction*. *Canadian Applied Mathematics Quarterly* 14(4): 385-388
- [9] Agus, S. Toaha, S. & Kasbawati. (2018). *Analisis Model Populasi Mangsa Pemangsa dengan Area Reservasi dan Pemanenan Pemangsa*. *Jurnal Matematika, Statistika & Komputasi*. Vol. 15, No. 1, 1-12, Juli 2018
- [10] Lugiato, L., Franco, P., Brambilla, M. (2015). *Nonlinear Optical Systems*. Cambridge University Press. 2015