Model Matematika SEIRS Penyebaran Penyakit Pneumonia pada Balita dengan Pengaruh Vaksinasi

Aly Muhammad Zhafran[1], Arnellis[2]
[1,2],Prodi Matematika,Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan dan Alam Universitas Negeri Padang (UNP)

Article Info

Article history:

Received February 02, 2022
Revised September 12, 2022
Accepted September 15, 2022

Keywords:

Mathematical Model
SEIRS Model
Pneumonia
Vaccinatioan

Kata Kuncis:

Model Matematika
Model SEIRS
Pneumonia
Vaksinasi

ABSTRACT

This study aims to establish a mathematical model of the distribution of pneumonia in children under five using the SEIRS (Susceptible-Exposed-Infected-Recovered-Susceptible) model, model analysis, and comparison of minimal vaccinations. This model consists of several classes, namely susceptible, infected but not yet infectious, infected, and cured. Analysis of the stability of the model is obtained by finding a disease-free fixed point whose analysis results are asymptotically stable and an endemic fixed point whose analysis results are asymptotically stable if the value of $A > \frac{C\alpha\beta m\sigma - C\alpha\beta\sigma}{BCm - Bm\rho}$ and $A > \frac{\beta\gamma\rho}{BC}$.

ABSTRAK

Pada penelitian ini memiliki tujuan untuk membentuk sebuah model matematika dari sebaran penyakit pneumonia pada balita dengn model bertipe SElRS *(SusceptibIe-Exposed-lnfected-Recovered-SusceptibIe)*, analisis modelnya, dan didapatkan perbandingan minimum vaksinasinya. Model ini terdiri dari beberapa keIas yaitu rentan, terinfeksi namun belum dapat menularkan, terinfeksi, dan sembuh. Analisis kestabilan model didapat dengan mencari titik tetap bebas penyakit yang hasil analisisnya bersifat stabil asimtotik dan titik tetap endemik yang hasil analisisnya bersifat stabil asimtotik jika nilai $A > \frac{C\alpha\beta m\sigma - C\alpha\beta\sigma}{BCm - Bm\rho}$ dan $A > \frac{\beta\gamma\rho}{BC}$.

Penulis pertama:

(Aly Muhammad Zhafran)
Prodi Matematika,Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negari Padang, Jl.Prof.Dr. Hamka,Air Tawar barat,Padang Utara, Padang, 25171 Padang,Sumatera Barat
Email: zhafranm69@gmail.com.

1. PENDAHULUAN

Pneumonia merupakan istilah untuk menunjukkan kondisi paru-paru, di alveolus biasanya berisi cairan dan sel darah [1]. Pneumonia ialah penyakit yang disebabkan oleh infeksi pada *parenkim* paru-paru, *distal* dari *bronkiolus terminalis* yang terdiri dari *bronkiolus respiratorious* dan *alveoli*, serta ini menimbulkan penggabungan pada jaringan paru-paru dan terganggu pada perpindahan gasnya [2]. Pneumonia terjadi pada parenkim paru-paru paling sering terjadi pada saat bayi dan anak-anak [3]. Pneumonia sendiri menjadi suatu masalah yang paling umum dan telah menjadi menyebabkan kematian di dunia [4].

Pneumonia menjadi salah satu pembunuh anak terbanyak di dunia. Dan juga menjadi kematian banyak balita di Indonesia. Menurut WHO ada lebih kurang 808.694 kasus kematian anak di bawah lima tahun akibat pneumonia. Pneumonia salah satu penyakit menular yang tersebar hampir disebagian besar negara berkembang dimana pneumonia bersifat endemik. Menurut Kementrian Kesehatan Republik Indonesia pada tahun 2018 ada 20,06% kematian akibat pneumonia dari total kematian balita diseluruh Indonesia [5].

Banyak cara dapat dilakukan untuk menahan penyebaran pneumonia, diantaranta dengan pemberian vaksina. Dimana vaksinas yaitu antigenik yang dipakai untuk membentuk sebuah kekebalan aktif atau anti bodi akan sebuah penyakit, maka dari itu dengan pemberian vaksin bisa menahan dan menghilangkan pengaruh infeksi akibat pneumonia.

Model matematika pada penyakit epidemik memang tidak dapat gambarkan secara tepat pada semua aspek epidemik realnya, sehingga dengan membuat model matematikanya bisa memberikan harapan yang baik untuk mebandingkan apa saja hal yang dapat dilakukan untuk memgurangi laju infeksi. Meskipun model matematika sendiri tidak bisa dalam memperkirakan serta menuntun sebuah penyakit epidemik dimasa mendatang [6]. Pemodelan matematika ialah salah satu dari bidang ilmu matematika yang bisa merepresentasikan sertra menjelaskan suatu masalah pada dunia nyata dalam sebuah bentuk pernyataan matematika, sehingga didapat pemahaman dari dunia nyata menjadi tepat [7]. Contoh dari pengaplikasian model matematika yaitu untuk menentukan apakah suatu penyakit ini bisa menular pada suatu daerah atau wilayah tertentu. Model-model tersebut diantaranya SIR, SIRS, SEIR dan SEIRS [8].

Penelitian tentang penyebaran pneumonia pada balita dengan pengaruh vaksinasi sebelumnya telah dilakukan oleh Side, Sanusi dan Bohari (2021) dengan mengembangkan model SEIR sebaran penyakit pneumonia baIita dengan adanya pengaruh vaksinasi dikota makasar. Penelitian ini memodifikasi model dari penelitian sebelumnya. Pneumonia pada balita memiliki masa inkubasi yaitu sekitar 7 – 14 hari. Karenanya penyebaran pneumonia pada balita dikaji dengan menggunakan model SEIR. Penyebaran pneumonia melibatkan pemberian vaksinasi maka pemodelan harus memperhatikan faktor vaksinasi sebagai parameternya. Tujuan penelitian ini membangun model matematika SEIRS penyebaran penyakit pneumonia pada balita dengan pengaruh vaksinasi, mencari titik ekuilibrium, menganalisis kestabilan model, bilangan reproduksi dasar dan mensimulasikan modelnya.

2. METODE

Pada peneIitian kali ini masuk daIam penelitian dasar (teoritis). Metode yang akan dipakai ialah metode deskriptif yaitu analisis teori-teori yang relevan sesuai permasalahan yang dibahas dan berlandaskan studi kepustakaan untuk membentuk model matematikanya yang merepresentasikan dinamika sebaran pneumonia pada balita dengan pengaruh vaksinasi [9]. Adapun langkah-langkah yang digunakan untuk membangun modelnya adalah;

1. Melakukan studi literatur berkaitan masalah penyakit pneumonia pada balita
2. Menentukan asumsi, variabel, dan parameter terkait penyakit pneumonia pada balita
3. Membentuk model matematika SEIRS penyebaran pneumonia pada balita dengan pengaruh vaksinasi
4. Menganalisis model matematika SEIRS penyebaran pneumonia pada balita dengan pengaruh vaksinasi.
5. Membuat interpretasi model matematika SEIRS penyebaran pneumonia pada balita dengan pengaruh vaksinasi
6. Melakukan simulasi numeric dengan menggunakan *Software* Maple 18
7. Membuat kesimpulan dari model matematika SEIRS penyebaran pneumonia pada balita dengan pengaruh vaksinasi

3. HASIL DAN PAMBAHASAN

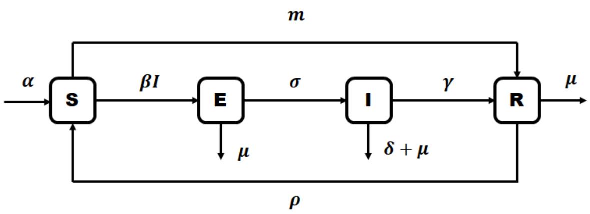
a. Pembentukan Model SEIRS Penyebaran Penyakit Pneumonia

Model SEIRS pada sebaran pneumonia pada balita dengan pengaruh vaksinasi terbentuk dari beberapa kelompok diantaranya subpopuIasi *SusceptibIe(S), Exposed(E), lnfected(I),* dan *Recoverred(R).* Pada penelitian kali ini, didapat sejumlah asumsi yang bisa dipakai untuk modelnya yaitu:

1) Adanya keIahiran dan kematian daIam suatu popuIasi
2) Penyakit menyebabkan kematian.

3) Setiap adanya kelahiran akan rentan,
4) Setiap ada yang terdeteksi penyakit akan terinfeksi.
5) Tidak terdapat migrasi.
6) Masa inkubasi pneumonia 7 – 14 hari.
7) Individu rentan yang sudah vaksin lengkap masuk kedalam kelompok sembuh *(Recoverred)*.
8) Individu belum melakukan vaksin, atau baru melakukan sekali atau dua kali vaksin dimasukkan kedalam kelompok rentan.
9) Individu sembuh, baik sudah vaksin lengkap maupun belum lengkap dapat kembali menjadi rentan karena menurunnya sistem imun atau tidak menjaga pola hidup sehat atau tidak menjaga kebersihan lingkungan sekitar.

Berdasarkan asumsi maka model dapat dibentuk diagram alir pada Gambar a.



Gambar a. Diagram Alir Model SEIRS Penyebaran Pneumonia

Model SEIRS pada Gambar a bisa dibentuk dalam system persamaan differensial nonliniear berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \alpha(1-m) + \rho R - (m + \beta I)S \\ \frac{dE}{dt} &= \beta SI - (\sigma + \mu)E \\ \frac{dI}{dt} &= \sigma E - (\delta + \mu + \gamma)I \\ \frac{dR}{dt} &= (mS + \gamma I) - (\mu + \rho)R\end{aligned} \tag{1}$$

serta $N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t)$.

Variabel beserta parameternya dibentuk dalam model bisa dilihat pada Tabel a.

Tabel a. Deskripsi variabel beserta parameter pada modelnya

Variabel / Parameter	Keterangan
$N(t)$	Jumlah populasi individu pada waktu t
$S(t)$	JumIah individu rentan terinfeksi saat waktu ke t
$E(t)$	Jumlah individu laten saat waktu ke t
$I(t)$	JumIah individu terinfeksi ke t
$R(t)$	JumIah individu yang teIah sembuh saat waktu ke t
t	Satuan waktu dalam populasi
α	Laju kelahiran
m	Proporsi dari individu rentan menjadi individu yang telah di vaksin
β	Laju perpindahan dari individu rentan berubah jadi individu laten sesudah terinfeksi oleh individu terinfeksi
σ	Laju perpindahan dari individu laten menjadi individu terinfeksi
γ	Laju perpindahan individu yang terinfeksi berpindah individu sembuh.
μ	Laju kematian alami
δ	Laju kematian akibat penyakit
ρ	Laju perpindahan individu yang sembuh baik telah vaksin lengkap ataupun belum lengkap menjadi individu rentan kembali.

b. Analisis Model SEIRS Penyebaran Pneumonia Pada Balita

1) Titik Ekuilibrium

Titik ekuilibrium di persamaan (1) dapat dibentuk dengan memenuhi kondisi ketika $\left(\frac{dS}{dt},\frac{dE}{dt},\frac{dI}{dt},\frac{dR}{dt}\right) = (0,0,0,0)$. Pada persamaann (1) terdapat dua titik ekulibrium, yaitu bebas penyakit dinotasikan dengan T_0 dan endemik yang dinotasiikan dengen T_1. Titik ekuiIibrium bebas penyakitnya diasumsikan bahwa $e = 0$ dan $i = 0$, yng artinya tidak terdapat sebaran penyakit menularnya pada popuIasi. Dari sistem (1) didapat titik tetap bebas penyakit $T_0 = (s,e,i,r) = \left(\frac{\alpha C(1-m)}{m(C-\rho)},0,0,0\right)$. Untuk mengatahui titik tetap endemiknya dengan memisalkan $T_1(s^*,e^*,i^*,r^*)$ sehingga diasumsikan bahwa $s^*,e^*,i^*,r^* \neq 0$ sehingga didapat $T_1 = (s^*,e^*,i^*,r^*)$ dengan memisalkan $A = \sigma + \mu$, $B = \delta + \mu + \gamma$ dan $C = \mu + \rho$ maka diperoleh $s^* = \frac{AB}{\beta\sigma}$, $e^* = \frac{B\left(C\alpha\beta\sigma+m\left(\rho AB-(ABC-C\alpha\beta\sigma)\right)\right)}{\beta\sigma(ABC-\rho\gamma\sigma)}$, $i^* = \frac{C\alpha\beta\sigma+m(\rho AB-ABC-C\alpha\beta\sigma)}{\beta(ABC-\rho\gamma\sigma)}$, $r^* = \frac{AB\beta m(ABC-\gamma\rho\sigma)+\beta\sigma\gamma\left(C\alpha\beta\sigma+m(\rho AB-ABC-C\alpha\beta\sigma)\right)}{C\beta^2\sigma(ABC-\rho\gamma\sigma)}$.

2) Kestabilan pada Titik Ekuilibrium

Mencari kestabilannya bisa ditentukan dengan cara menentukan nilai eigen dari sebuah matriks jacobi dari persamaan (1), sehingga matriks jacobinya sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -(m+\beta i) & 0 & \beta s & \rho \\ \beta i & -(\sigma+\mu) & \beta s & 0 \\ 0 & \sigma & -(\delta+\mu+\gamma) & 0 \\ m & 0 & \gamma & -(\mu+\rho) \end{bmatrix} \tag{2}$$

a) Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

Diketahui matriks jacobinya titik tetap bebas penyakitnya $T_0 = \left(\frac{\alpha C(1-m)}{m(C-\rho)},0,0,0\right)$ adalah berikut ini:

$$J = \begin{bmatrix} -m & 0 & \beta s & \rho \\ 0 & -(\sigma+\mu) & \beta s & 0 \\ 0 & \sigma & -(\delta+\mu+\gamma) & 0 \\ m & 0 & \gamma & -(\mu+\rho) \end{bmatrix}$$

Agar mendapatkan kestabilan T_0 maka didapat nilai eigen dari matriks $J(T_0)$ dengen menetapkan det $(\lambda I - JT_0) = 0$, yang mana λ adalah nilai eigennya serta I adalah matriks identitasnya maka diperoleh:

$$det\left(\begin{bmatrix} \lambda+m & 0 & \beta s & \rho \\ 0 & \lambda+\sigma+\mu & \beta s & 0 \\ 0 & \sigma & \lambda+\delta+\mu+\gamma & 0 \\ m & 0 & \gamma & \lambda+\mu+\rho \end{bmatrix}\right) = 0$$

Diperoleh nilai eigen yaitu $\lambda_{1,2,3,4}$ adalah negatif maka titik ekuilibrium bebas penyakit T_0 bersifat stabil asimtotik.

b) Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik

Diketahui matriks jacobinya titik ekuilibrium endemic $T_1 = (S^*,E^*,I^*,R^*)$ adalah sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -(m+\beta i) & 0 & \beta s & \rho \\ \beta i & -(\sigma+\mu) & \beta s & 0 \\ 0 & \sigma & -(\delta+\mu+\gamma) & 0 \\ m & 0 & \gamma & -(\mu+\rho) \end{bmatrix}$$

Agar memperoleh kestabilan T_1 maka didapat dari nilai eigen dari matriks $J(T_1)$ dengan menetapkan det $(\lambda I - JT_1) = 0$, yang mana λ adalah nilai eigennya serta I adalah matriks identitasnya maka diperoleh:

$$det\left(\begin{bmatrix} \lambda + m + \beta i & 0 & \beta s & \rho \\ \beta i & \lambda + \sigma + \mu & \beta s & 0 \\ 0 & \sigma & \lambda + \delta + \mu + \gamma & 0 \\ m & 0 & \gamma & \lambda + \mu + \rho \end{bmatrix}\right) = 0$$

Diperoleh nilai eigen yaitu $\lambda_{1,2,3,4}$ adalah negatif sehingga titik ekuiIibrium endemik T_1 bersifat stabiI asimtotik dengan syarat nilai $A > \frac{C\alpha\beta m\sigma - C\alpha\beta\sigma}{BCm - Bm\rho}$ dan $A > \frac{\beta\gamma\rho}{BC}$.

3) BiIangan Reproduksi Dasar

BiIangan reproduksi dasar, dilambangkan dengen R_0 agar mendapatkan perubahan penyebarannya. R_0 ialah hasil rata-rata dari indivdu yang terinfeksi sekunder akibat indivdu yang terinfeksi primer setelah bergabung dalam subpopuIasi rentan. R_0 dapat diketahui dengan cara metode *Next Generation Matriix*. Sehingga diperoleh bilangan reproduksi dasarnya adalah:

$$R_0 = \frac{\beta\sigma(\mu + \rho)(\alpha - \alpha m)}{m\mu(\mu + \beta)(\delta + \mu + \gamma)} \quad (3)$$

c. **Simulasi Model Matematika SEIRS Penyebaran Penyakit Pneumonia pada Balita dengan Pengaruh Vaksinasi**.

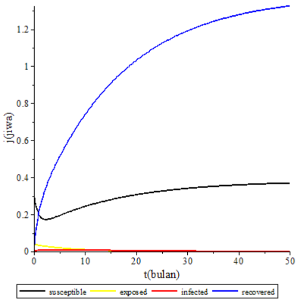
1) SimuIasi Titik EkuiIibrium Bebas Penyakit

Unntuk mensimulasikan titik ekuilibriumnya $T_0 = (S, E, I, R)$ bisa diketahui dengan diberikan niIai awalan serta nilai parameternya sebagai berikut:

Tabel 2. Nilai Parameter

Parameter	Nilai
α	10,0900
m	0,9900
β	0,0500
σ	0,0714
γ	0,0750
δ	0,0000
μ	0,0730
ρ	0,2000

Dari nilai parameter diatas disubtitusikan ke sistem persamaan (3) diperoleh nilai $R_0 = 0{,}02308913237 > 1$ yang diartikan bahwa seseorang telah terinfeksi pneumonia dapat menyebabkan seseorang terinfeksi karena pneumonia. Dalam simulasi model matematika digunakan satu nilai awal yaitu $S = 0{,}315, E = 0{,}038, I = 0{,}0038, R = 0{,}0035$ .Sehingga diperoleh grafik sebagai berikut untuk masing-masing kelompoknya terhadap waktu t sebagai berikut:



Gambar b. Trayektori di Sekitar Tititk Ekuilibrium Bebas Penyakit T_0

Berdasarkan Gambar 2 populasi individu rentan mengalami penurunan kemudian naik dan stabil di sekitar titik 0.3811, populasi individu laten mengalami penurunan dan stabil di sekitar titik 0, individu terinfeksi terlihat menurun menuju nilai 0 dan pada individu yang sembuh mengalami kenaikan lalu stabil di sekitar titik 1.383. Sehingga dapat dikatakan bahwa penyakit pneumonia tidak akan menyebar dalam waktu tertentu.

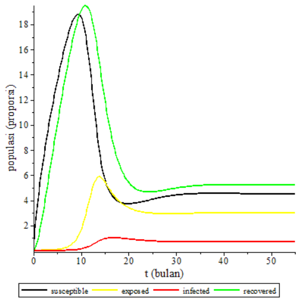
2) Simulasi titik ekulibrium endemik dengan pemberian vaksinasi sebesar 50% ($m = 0{,}5$)

Untuk mensimulasikan titik ekuilibrium $T_1 = (S^*, E^*, I^*, R^*)$ diketahui dengan diberikan nilai awal serta nilai parameternya sebagai berikut:

Tabel 3. Nilai Parameter

Parameter	Nilai
α	10,0900
m	0,5000
β	1,5000
σ	0,0714
γ	0,0750
δ	0,1600
μ	0,0730
ρ	0,2000

Dari nilai parameter diatas subtitusikan ke sistem persamaan (3) diperoleh nilai $R_0 = 12{,}14878179 > 1$. Dalam simulasi model matematika digunakan satu nilai awal yaitu $S = 0{,}315, E = 0{,}038, I = 0{,}0038, R = 0{,}0035$, sehingga diperoleh grafik sebagai berikut untuk masing-masing kelompoknya terhadap waktu t sebagai berikut:

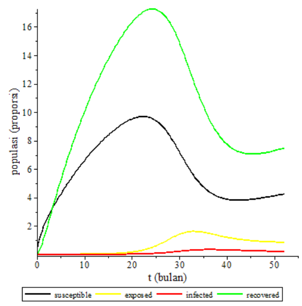


Gambar c. Trayektori di Sekitar Titik Ekuilibrium Endemik T_1 dengan ($m = 0, 5$)

Berdasarkan Gambar c populasi individu rentan mengalami kenaikan kemudian mengalami penurunan dan stabil di sekitar titik 4.64, populasi individu laten mengalami kenaikan kemudian mengalami penurunan lalu stabil di sekitar titik 2.87 individu terinfeksi terlihat mengalami kenaikan lalu stabil di sekitar titik 0.874, dan pada individu yang sembuh mengalami kenaikan kemudian mengalami penurunan lalu stabil di sekitar titik 5.15. Sehingga dapat dikatakan bahwa penyakit pneumonia akan tetap ada dalam waktu tertentu walaupun telah vaksin dua kali.

3) Simulasi titik ekulibrium endemik dengan pemberian vaksinasi sebesar 90% ($m = 0{,}9$)

Untuk mensimulasikan titik ekuilibrium $T_1 = (S^*, E^*, I^*, R^*)$ dapat didapat dengan diberikan nilai awal serta beberapa nilai parameter sama dengan Tabel 3, namun nilai parameter vaksinnya menjadi $m = 0{,}9$ sehingga nilai $R_0 = 4{,}859512718 > 1$. Dalam simulasi model matematika digunakan satu nilai awal yaitu $S = 0{,}315, E = 0{,}038, I = 0{,}0038, R = 0{,}0035$, Sehingga diperoleh grafik sebagai berikut untuk masing-masing kelompoknya terhadap waktu t sebagai berikut:



Gambar d. Trayektori di Sekitar Titik Ekuilibrium Endemik T_1 dengan $m = 0,9$

Berdasarkan Gambar d dapat dilihat bahwa populasi individu rentan mengalami kenaikan lalu mengalami penurunan dan stabil di sekitar titik 3.96, populasi individu laten terlihat mengalami kenaikan lalu stabil disekitar titik 0.86, populasi individu terinfeksi terlihat mengalami kenaikan lalu stabil disekirar titik 0.86, dan pada populasi individu yang sembuh terlihat mengalami kenaikan lalu terjadi penurunan dan stabil di sekitar titik 0.37. Sehingga dari Gambar 3.4 dapat dikatakan bahwa penyakit pneumonia akan tetap ada dalam waktu yang tertentu, walaupun sudah divaksin sebanyak tiga kali.

4. KesimpuIan

Dari hasiI peneIitian yang teIah dijeIaskan bisa dibentuk model matematika SEIRS penyebaran pneumonia pada balita dengan pengaruh vaksinasi sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \alpha(1-m) + \rho R - (m + \beta I)S$$
$$\frac{dE}{dt} = \beta SI - (\sigma + \mu)E$$
$$\frac{dI}{dt} = \sigma E - (\delta + \mu + \gamma)I$$
$$\frac{dR}{dt} = (mS + \gamma I) - (\mu + \rho)R$$

AnaIisis kestabiIan untuk modeI matematika SEIRS penyebaran penyakit pneumonia pada balita dengan efek vaksinasi sebagai parameter pada modelnya, maka didapat biIangan reproduksi dasar $R_0 = \frac{\beta\alpha\sigma(\mu+\rho)(1-m)}{m\mu(\mu+\beta)(\delta+\mu+\gamma)}$, titik ekuilibrium bebas penyakit $T_0 = \left(\frac{\alpha C(1-m)}{m(C-\rho)}, 0,0,0\right)$ yang bersifat stabil asimtotik, dan titik ekuiIibrium endemiknya $T_1 = (S^*, E^*, I^*, R^*)$ bersifat stabil asimtotik. Berdasarkan analisis kestabilan titik tetap dilakukan didapatkan dua titik tetap yaitu satu titik tetap bebas penyakit (T_0) dan satu titik tetap endemik (T_1). Hasil analisis kestabilan titik tetap bebas penyakit bersifat stabil asimtotik sedangkan pada titik tetap endemik bersifat stabil asimtotik jika nilai $A > \frac{C\alpha\beta m\sigma - C\alpha\beta\sigma}{BCm - Bm\rho}$ dan $A > \frac{\beta\gamma\rho}{BC}$. Bilangan reproduksi dasar (R_0) pada saat bebas penyakit diperoleh $R_0 = 0.02308913237$, sedangkan bilangan reproduksi dasar pada saat endemik dengan diperoleh $R_0 = 12.14878179$ dan $R_0 = 4.859512718$. Pada simulasi numerik, R_0 digunakan untuk membantu menunjukkan kestabilan titik ekuilibriumnya.

REFERENSI

[1] A. C. Gyuton, *"Fisiologi Manusia dan Mekanisme Penyakit"*, 3th ed, Jakarta:Penerbit Buku Kedoketeran EGC, 1996.
[2] Z. Dahlan, *"Pneumonia : Buku Ajar Ilmu Penyakit Dalam"*, vol. 2, 6th ed, Jakarta:Fakultas Kedokteran Universitas Indonesia, 2014.
[3] A. A. A. Hidayat, *"Pengantar Ilmu Keperawatan Anak"*, Jakarta: Salemba Medika, 2006.
[4] L. M. Gessman, D. I. Rappaport, *"Approach to Community-Acquired Pneumonia in Children"*, Clinical Review Article, Hospital Physician p 1-5, 2009.
[5] Kementrian Kesehatan RI, *"Profil Kesehatan Indonesia"*, Jakarta : Kementrian Kesehatan Republik Indonesia.
[6] Marfianti, *"Model Epidemi MSEIR pada Penyebaran Penyakit Campak di Kota Makassar"*, Skripsi, Universitas Negeri Makassar, 2015.
[7] Widowati and Sutimin, *"Pemodelan Matematika Analisis dan Aplikasinya"*. Semarang: UNDIP Press, 2013.
[8] Hasrina, *"Model SIR (Susceptible, Infectious, And Recoverred) pada Penyebaran Penyakit Tuberkolosis di Kota Makassar"* Skripsi, Universitas Negeri Makassar, 2015.
[9] M. Jannah, M. A. Karim, Y. Yulida, *"Analisis Kestabilan Model SEIR untuk Penyebaran Covid-19 dengan Parameter Vaksinasi"*, Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan, vol. 15, no 3, p 535-542, September 2021, doi: 10.30598.