

Sifat-Sifat yang Berhubungan dengan Sudut dan Sisi Pada Segitiga Spheris

Mellysa Putri Anggraini¹, Yusmet Rizal², Helma³

¹ Student of Mathematics Department State University of Padang, Indonesia

^{2,3} Lecturers of Mathematics Department State University of Padang, Indonesia

¹icha.anggraini@gmail.com.co.id

Abstract-- The portion of the surface of a sphere bounded by the arcs of three great circles on it is called a Spherical triangle. The bounding arcs are called the sides and the vertices of the three spherical angles are called the vertices of the Spherical triangle. In Euclid Triangle are the properties and rules such as the rule sine, cosine, and the formula $1/2$ corner. Based on this, the research aimed to examine the properties of the Spherical triangle, especially those related to angles and sides. Finally, the result of this research obtained The properties associated with the angles and sides of the Spherical triangle, and Right Triangle Method of solving an Spherical triangle.

Keywords -- Euclid Triangle, Spherical triangles

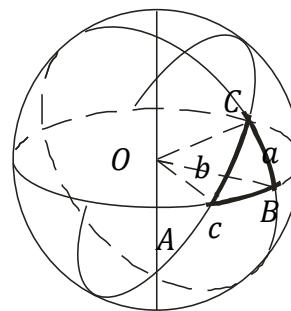
Abstrak -- Bagian dari permukaan suatu lapisan yang dibatasi dengan busur dari tiga lingkaran besar disebut dengan segitiga berbentuk bola. Busur pembatas disebut dengan sisi dan titik puncak dari tiga sudut yang berbentuk bola disebut dengan titik-titik puncak dari segitiga spheris. Dalam segitiga Euclid terdapat properties dan aturan seperti aturan sinus, cosinus, dan rumus $1/2$ sudut. Berdasarkan itu, penelitian ini bertujuan untuk menentukan properties dari segitiga spheris, khususnya berhubungan dengan sudut dan sisi. Hasil dari penelitian ini diperoleh properties yang berhubungan dengan sudut dan sisi dari segitiga spheris, dan metode segitiga siku-siku dari penyelesaian segitiga spheris.

Kata Kunci --- segitiga Euclid, segitiga spheris.

PENDAHULUAN

Menurut Kusno (2004:71), pada Geometri Euclid, segitiga merupakan gabungan tiga segmen garis yang menghubungkan tiga titik yang tidak segaris pada bidang. Pada Geometri Spheris dikenal dengan Segitiga Spheris. Adapun Geometri Spheris merupakan geometri yang mengkaji mengenai permukaan suatu bola (Brannan dkk.,1999:328). Menurut Kusno (2004:209), apabila sebuah bola dipotong oleh sebuah bidang, maka akan membentuk sebuah lingkaran. Lingkaran akibat perpotongan bola oleh bidang ini dibedakan atas dua jenis yaitu lingkaran besar dan lingkaran kecil. Lingkaran besar merupakan lingkaran yang terbentuk dari perpotongan bidang melewati pusat bola. Sebaliknya, jika tidak memotong pusat bola disebut lingkaran kecil.

Menurut Ayres (1954:148), apabila suatu bagian dari permukaan bola diperoleh dari perpotongan tiga lingkaran besar pada bola, maka dapat membentuk segitiga spheris. Segmen busur yang membatasi segitiga tersebut disebut sisi dan titik sudut spheris yang terbentuk merupakan titik sudut dari segitiga spheris.



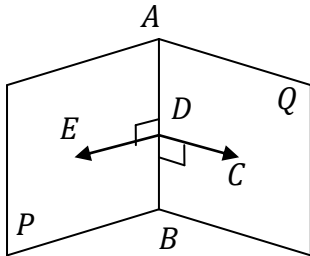
Gambar 1. Segitiga Spheris

Titik sudut Segitiga Spheris biasanya dilambangkan dengan huruf kapital, misal sudut A, B, C dan untuk sisinya dilambangkan dengan huruf kecil seperti a, b, c . Sisi a, b, c dari Segitiga Spheris (Gambar 1.) diukur dengan sudut pusat dihadapannya yaitu masing-masing sama dengan besar sudut BOC, AOC dan AOB . Dengan demikian, sisi pada Segitiga Spheris bukanlah berbentuk garis lurus seperti pada Segitiga Euclid, akan tetapi besaran sisi pada Segitiga Spheris dinyatakan dalam sudut atau radian.

Pada tulisan ini akan dikaji bagaimana dengan sifat-sifat yang berhubungan dengan sudut dan sisi pada Segitiga Spheris.

1. Sudut Dihedral

Sudut dihedral adalah sudut yang terbentuk oleh perpotongan dua buah bidang dan membentuk sebuah garis persekutuan atau garis potong (Lewis,1973:376). Perhatikan Gambar 2. berikut ini.

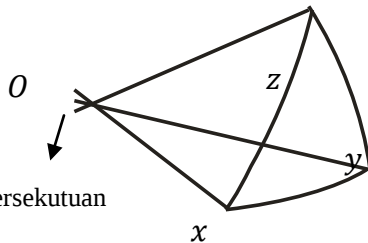


Gambar 2. Sudut Dihedral

Perpotongan bidang P dan Q membentuk sebuah garis persekutuan atau garis potong AB . Perpotongan dua bidang ini membentuk sudut dihedral $P - AB - Q$.

2. Sudut Trihedral

Menurut Ayres (1954,146), sudut trihedral adalah sudut yang terbentuk dari perpotongan tiga bidang yang mempunyai satu dan hanya satu titik persekutuan. Perhatikan gambar 3.



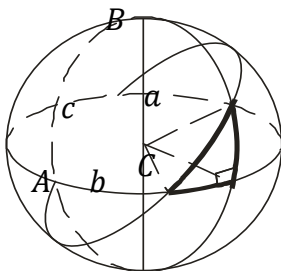
Gambar 3. Sudut Trihedral

Perpotongan bidang oxy , oyz dan ozx dengan titik persekutuan O membentuk sudut trihedral $o - xyz$.

Dengan demikian, untuk sudut dari Segitiga Spheris dapat diukur berdasarkan sudut dihedral sedangkan untuk sisi diukur berdasarkan sudut trihedral .

3. Segitiga Siku-Siku Spheris

Sebuah segitiga spheris yang salah satu sudutnya terdapat sudut siku-siku disebut dengan segitiga siku-siku spheris (Ayres, 1954: 147). Perhatikan Gambar 4.



Gambar 4. segitiga siku-siku spheris

Untuk setiap segitiga spheris ABC dengan sudut siku-sikunya di C , maka berlaku 10 formula berikut ini.

- $\sin a = \sin A \sin c$
- $\tan a = \tan A \sin b$
- $\tan a = \cos B \tan c$
- $\cos c = \cos b \cos a$
- $\cos A = \sin B \cos a$

METODE

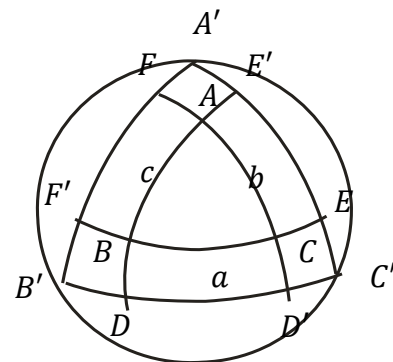
Penelitian ini termasuk penelitian dasar. Metode yang digunakan adalah analisis teori-teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dengan berlandaskan pada kajian kepustakaan.

Adapun langkah-langkah untuk mendapatkan jawaban dari permasalahan adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari literatur yang mengkaji sifat-sifat yang berlaku pada Segitiga Euclid dan pembuktiannya. Seperti hukum sinus, cosinus dan rumus $\frac{1}{2}$ sudut.
2. Menelaah tentang definisi Segitiga Spheris.
3. Menelaah tentang sudut dihedral dan trihedral beserta teorema-teorema yang berlaku pada sudut tersebut. Kemudian mengkaitkan antara sudut dihedral dan trihedral tersebut dengan definisi Segitiga Spheris.
4. Menelaah hubungan sudut dan sisi berdasarkan teorema ataupun sifat dasar yang telah diperoleh sebelumnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Misalkan O pusat sebuah bola, dan ABC merupakan Segitiga Spheris, dengan sisi a, b dan c serta besar sudut-sudutnya adalah $\angle A = \alpha, \angle B = \beta$ dan $\angle C = \gamma$, seperti terlihat pada Gambar 5.



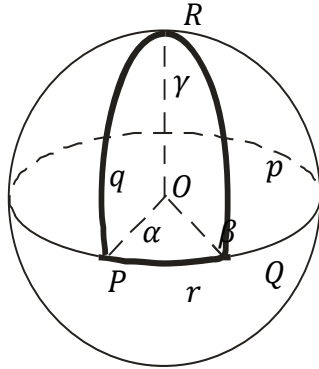
Gambar 5. segitiga polar

Pada gambar, $\Delta A'B'C'$ adalah segitiga Spheris yang dinamakan segitiga polar dari segitiga spheris ABC , besar sudutnya masing-masing $A' = \pi - a, B' = \pi - b, C' = \pi - c$. Serta panjang sisinya $A'B' = \pi - \gamma, B'C' = \pi - \alpha, C'A' = \pi - \beta$. Dengan demikian, pada dua segitiga spheris, dimana salah satu segitiga merupakan segitiga polar dari yang lainnya maka setiap sudut dari salah satu segitiga sama dengan pelurus dari sisi yang bersesuaian pada segitiga lainnya.

A. Sifat-Sifat yang Berhubungan dengan Sudut & Sisi Pada Segitiga Spheris

1. Sifat-Sifat yang Berkaitan dengan Sudut dan Sisi Pada Segitiga Spheris

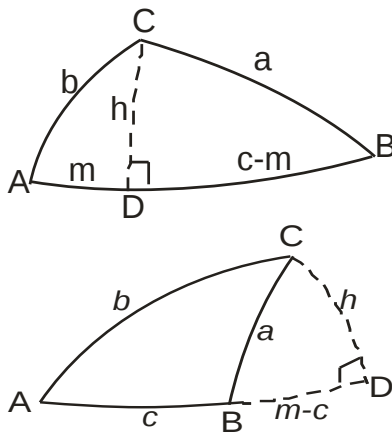
Misalkan segitiga PQR adalah Segitiga Spheris, dengan sisi $PQ = r$, $QR = p$ dan $RP = q$, serta besar sudut-sudutnya $\angle P = \alpha$, $\angle Q = \beta$ dan $\angle R = \gamma$, seperti diperlihatkan pada Gambar 6.



Gambar 6. segitiga spheris

Jika $p = q$, α dan β masing-masing sudut yang berada di depan sisi p dan q . Dengan memperhatikan pencerminan pada lingkaran besar yang membagi dua $\angle PRQ$. Dapat diperoleh, apabila panjang dua sisi pada sebuah segitiga spheris sama, maka besar sudut di hadapan kedua sisi tersebut juga sama (Sifat 1).

Selanjutnya, Hal berikut berlaku untuk dua keadaan, yaitu untuk sudut lancip B dan sudut tumpul B, seperti terlihat pada Gambar 7.



Gambar 7. segitiga spheris

Melalui C dibuat sebuah lingkaran besar tegak lurus terhadap AB dan memotong AB di D. Misalkan $CD = h$. Dengan menggunakan 10 formula pada segitiga siku-siku spheris, dapat diperoleh hal berikut ini.

Pada segitiga siku-siku ACD

$$\sin h = \sin b \sin A \quad (1)$$

Pada segitiga siku-siku BCD

$$\sin h = \sin a \sin B \quad (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$\sin b \sin A = \sin a \sin B$$

Atau

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} \quad (3)$$

Dengan cara yang sama, dengan menggambar sebuah lingkaran besar yang melalui B tegak lurus AC di D.

Diperoleh persamaan berikut:

$$\sin a \sin C = \sin c \sin A$$

Atau

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin c}{\sin C} \quad (4)$$

Maka, dari persamaan (3) dan (4) diperoleh

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

Dengan demikian dapat diketahui bahwa, perbandingan sinus sisi dengan sinus sudut yang menghadap sisi itu adalah sama untuk setiap sisi dan sudut yang terdapat pada sebuah Segitiga Spheris (Sifat 2). Sehingga, diperoleh hubungan sebagai berikut, yang disebut dengan aturan sinus pada Segitiga Spheris.

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

Seperti yang telah diperoleh sebelumnya, hal berikut juga berlaku untuk dua keadaan yaitu untuk sudut lancip B dan sudut tumpul B, seperti terlihat pada Gambar 7. Melalui C dibuat sebuah lingkaran besar tegak lurus terhadap AB dan memotong AB di D dan misalkan $AD = m$.

Perhatikan segitiga ACD

$$\sin m = \tan h \cot A \quad (5)$$

$$\sin h = \sin A \sin b \quad (6)$$

$$\cos b = \cos m \cos h \quad (7)$$

Perhatikan segitiga CBD

$$\cos a = \cos h \cos(c - m)$$

$$\cos a = \cos h (\cos c \cos m + \sin c \sin m) \quad (8)$$

Substitusikan persamaan (5) ke persamaan (8), dan $\cos m$ pada persamaan (7), maka persamaan (8) menjadi

$$\cos a = \cos c \cos b + \sin c \sin h \cot A \quad (9)$$

Substitusikan persamaan (6) ke persamaan (9) maka diperoleh

$$\cos a = \cos c \cos b + \sin c \sin A \sin b \cot A$$

Karena $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$, maka diperoleh

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

Untuk rumus-rumus pada sisi yang lainnya dapat diperoleh dengan perputaran pergantian huruf-huruf, sehingga diperoleh rumus sebagai berikut:

$$\cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

Dengan demikian, jika besar dua sisi pada sebuah Segitiga Spheris diketahui, beserta sudut apit dua sisi tersebut, maka besar sisi yang berada di depan sudut apit tersebut dapat diperoleh menggunakan aturan cosinus untuk sisi (Sifat 3).

Selanjutnya, berdasarkan sifat-sifat pada segitiga polar $A'B'C'$ dari Segitiga Spheris ABC . Maka aturan cosinus untuk sisi dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\cos a' = \cos b' \cos c' + \sin b' \sin c' \cos A$$

Karena $a' = 180 - A$ dan $A' = 180 - a$

Maka dengan menggunakan sudut-sudut berelasi, aturan cosinus untuk sisi di atas dapat ditulis sebagai berikut

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$$

Untuk rumus-rumus pada sudut yang lainnya dapat diperoleh dengan perputaran pergantian huruf-huruf, sehingga diperoleh rumus sebagai berikut

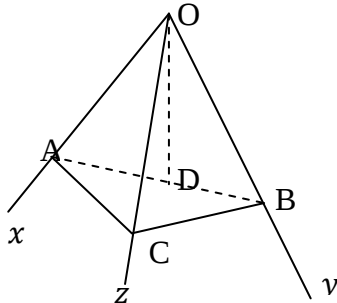
$$\cos B = -\cos C \cos A + \sin C \sin A \cos b$$

$$\cos C = -\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c$$

Dengan demikian diperoleh, jika besar dua sudut pada sebuah segitiga spheris diketahui, beserta sisi yang diapit dua sudut tersebut. Maka besar sudut yang berada di depan sisi apit tersebut dapat diperoleh menggunakan aturan cosinus untuk sudut (Sifat 4).

2. Sifat-Sifat Yang Berkaitan dengan Sisi Pada Segitiga Spheris

Perhatikan sudut trihedral $O - xyz$ pada Gambar 8. $\angle xoy$ lebih besar dari pada dua sudut sisi lainnya. $\angle AOD = \angle xoz$. C titik pada oz dengan $OC = OD$. Sehingga, $\triangle AOC$ dan $\triangle AOD$ kongruen.



Gambar 8. Sudut Trihedral

Pada $\triangle ABC$, $AC + CB > AB$

Karena $AB = AD + BD$

Maka $AC + CB > AD + BD$

Karena $\triangle AOC$ dan $\triangle AOD$ kongruen, maka $AC = AD$

Sehingga diperoleh, $CB > BD$

Karena sisi OD dan OB pada $\triangle ODB$ masing-masing sama dengan OC dan OB pada $\triangle OCB$ sehingga $\angle COB > \angle DOB$

Karena $\angle AOC = \angle AOD$

Maka $\angle AOC + \angle COB > \angle AOD + \angle DOB$

$$\angle AOC + \angle COB > \angle AOB \quad (10)$$

Seperti yang telah dijelaskan pada pendahuluan, sudut suatu segitiga spheris diukur berdasarkan sudut trihedral. Maka $\angle AOC = b$, $\angle COB = a$ dan $\angle AOB = c$ (mengacu pada Gambar 1). Sehingga pertidaksamaan (10) dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$a + b > c$$

Apabila dilakukan perputaran pergantian huruf- huruf, dapat diperoleh pertidaksamaan sisi yang lainnya yaitu:

$$b + c > a$$

$$a + c > b$$

Berdasarkan hal di atas, diketahui bahwa jumlah dari dua sisi pada Sebarang Segitiga spheris lebih besar dari sisi ketiga (Sifat 5).

Selanjutnya, Perhatikan sudut trihedral $o - xyz$ (Gambar 8), titik A,B,C masing-masing terletak pada rusuk ox, oy, oz . Terdapat tiga buah segitiga dengan titik puncak O yaitu $\triangle AOC, \triangle BOC$ dan $\triangle AOB$ dimana jumlah sudut dalam ketiga segitiga tersebut yaitu 540° .

Jadi,

$$\angle AOC + \angle OAC + \angle OCA + \angle BOC + \angle BCO + \angle OBC + \angle AOB + \angle ABO + \angle OAB = 540^\circ$$

Berdasarkan sifat 5.

$$(\angle OAB + \angle OAC) > \angle BAC$$

$$(\angle OBA + \angle OBC) > \angle ABC$$

$$(\angle OCA + \angle OCB) > \angle ACB$$

Sehingga,

$$\angle AOB + \angle BOC + \angle COA + \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB < 540^\circ$$

$$\angle AOB + \angle BOC + \angle COA < 360^\circ \quad (11)$$

Berdasarkan yang telah diperoleh sebelumnya yaitu $\angle AOB = c$, $\angle BOC = a$ dan $\angle COA = b$. Maka pertidaksamaan (11) dapat dinyatakan sebagai berikut

$$a + b + c < 360^\circ$$

Dengan demikian diperoleh, jumlah ketiga sisi pada sebuah segitiga spheris kurang dari 360° (Sifat 6).

Selanjutnya, Jika panjang tiga sisi suatu segitiga spheris diketahui, yaitu sisi a, b dan c , maka berdasarkan aturan cosinus untuk sisi pada segitiga Spheris diperoleh

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c} \quad (12)$$

Berdasarkan aturan yang berlaku pada trigonometri yaitu, $\sin^2 \frac{1}{2} A = \frac{1 - \cos A}{2}$ substitusikan aturan cosinus pada persamaan (12), sehingga diperoleh persamaan berikut

$$\sin^2 \frac{1}{2} A = \frac{-2 \sin \frac{1}{2}(b-c+a) \sin \frac{1}{2}(b-c-a)}{2 \sin b \sin c} \quad (13)$$

$$\text{Karena, } \frac{1}{2}(b-c+a) = s-c$$

$$\text{dan } \frac{1}{2}(a-b+c) = s-b$$

Maka persamaan (13) dapat ditulis sebagai berikut

$$\sin^2 \frac{1}{2} A = \frac{\sin(s-c) \sin(s-b)}{\sin b \sin c}$$

Dengan demikian diperoleh

$$\sin \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin(s-c) \sin(s-b)}{\sin b \sin c}}$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan persamaan (12) pada aturan trigonometri $\cos^2 \frac{1}{2} A = 1 - \sin^2 \frac{1}{2} A$ dapat diperoleh persamaan berikut

$$\cos^2 \frac{1}{2} A = \frac{2 \sin \frac{1}{2}(b+c-a) \sin \frac{1}{2}(a+b+c)}{2 \sin b \sin c} \quad (14)$$

Karena

$$\frac{1}{2}(b+c-a) = (s-a)$$

dan

$$\frac{1}{2}(a+b+c) = s.$$

Maka persamaan (14) dapat ditulis sebagai berikut

$$\cos^2 \frac{1}{2} A = \frac{\sin(s-a) \sin s}{\sin b \sin c}$$

Dengan demikian

$$\cos \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin s \sin(s-a)}{\sin b \sin c}}$$

Selanjutnya, dengan menggunakan persamaan yang telah diperoleh tersebut, Maka didapatkan

$$\tan \frac{1}{2} A = \frac{\tan r}{\sin(s-a)}$$

$$\text{Dimana, } \tan r = \sqrt{\frac{\sin(s-a) \sin(s-b) \sin(s-c)}{\sin s}}$$

Dengan demikian diperoleh, apabila besar ketiga sisi sebuah segitiga spheris diketahui, maka besar salah satu sudut segitiga tersebut dapat diperoleh menggunakan Rumus $\frac{1}{2}$ sudut seperti yang telah diperoleh di atas(Sifat 7).

3. Sifat-Sifat Yang Berkaitan dengan Sudut Pada Segitiga Spheris

Berdasarkan teorema pada segitiga polar

$$\angle A = 180^\circ - a' \quad a = 180 - \angle A'$$

Sehingga,

$$\angle A + \angle B + \angle C + a' + b' + c' = 540^\circ$$

Menurut sifat 6,

$$0 < a' + b' + c' < 360^\circ$$

Maka jika

$$a. \quad a' + b' + c' > 0^\circ$$

Akibatnya

$$\angle A + \angle B + \angle C < 540^\circ$$

$$b. \quad a' + b' + c' < 360^\circ$$

Akibatnya

$$\angle A + \angle B + \angle C > 180^\circ$$

Dengan demikian diperoleh, jumlah ketiga sudut pada sebuah segitiga Spheris lebih dari 180° dan kurang dari 540° (Sifat8).

Selanjutnya, berdasarkan sifat pada segitiga polar $A'B'C'$ dari segitiga spheris ABC .

$$\text{Misalkan } s' = \frac{1}{2}(a' + b' + c')$$

Dan

$$\tan r' = \sqrt{\frac{\sin(s'-a') \sin(s'-b') \sin(s'-c')}{\sin s'}}$$

Karena

$$a' = 180 - A \quad A' = 180 - a$$

Dengan demikian,

$$s' = \frac{1}{2}((180 - A) + (180 - B) + (180 - C))$$

$$= 270 - \frac{1}{2}(A + B + C) = 270 - S$$

$$\text{Dimana, } S = \frac{1}{2}(A + B + C)$$

Maka

$$\sin(s' - a') = \cos(S - A)$$

Berdasarkan rumus $\frac{1}{2}$ sudut pada segitiga Spheris

$$a. \quad \sin \frac{1}{2} A' = \sqrt{\frac{\sin(s'-b') \sin(s'-c')}{\sin b' \sin c'}}$$

$$\sin \frac{1}{2} (180 - a) = \sqrt{\frac{\cos(S-B) \cos(S-C)}{\sin(180-B) \sin(180-C)}}$$

Dengan menggunakan sudut-sudut berelasi dapat diperoleh

$$\cos \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\cos(S-B) \cos(S-C)}{\sin B \sin C}}$$

$$b. \quad \cos \frac{1}{2} A' = \sqrt{\frac{\sin s' \sin(s'-a')}{\sin b' \sin c'}}$$

$$\cos \frac{1}{2} (180 - a) = \sqrt{\frac{-\cos S \cos(S-A)}{\sin(180-B) \sin(180-C)}}$$

Dengan menggunakan sudut-sudut berelasi dapat diperoleh

$$\sin \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{-\cos S \cos(S-A)}{\sin B \sin C}}$$

$$\text{Didefinisikan } \tan r' = \sqrt{\frac{\cos(S-A) \cos(S-B) \cos(S-C)}{-\cos S}} = \tan R$$

Berdasarkan rumus $\frac{1}{2}$ sudut pada segitiga spheris

$$\tan \frac{1}{2} A' = \frac{\tan r'}{\sin(s'-a')}$$

Karena $A' = 180 - a$ dan $\sin(s' - a') = \cos(S - A)$, maka rumus $\frac{1}{2}$ sudut di atas dapat ditulis sebagai berikut.

$$\tan \frac{1}{2} (180 - a) = \frac{\tan R}{\cos(S-A)}$$

Dengan menggunakan sudut-sudut berelasi diperoleh,

$$c. \cot \frac{1}{2} a = \frac{\tan R}{\cos(S-A)}$$

$$d. \tan \frac{1}{2} a = \frac{\cos(S-A)}{\tan R}$$

Dengan demikian diperoleh, jika besar ketiga sudut, sebuah segitiga spheris diketahui, maka besar salah satu sisi segitiga tersebut dapat diperoleh menggunakan Rumus $\frac{1}{2}$ Sisi (Sifat 9).

B. Metode Segitiga Siku-siku untuk Solusi Alternatif Segitiga Spheris

Pada setiap sisi dan sudut Segitiga Spheris terdapat beberapa kasus yang dapat terjadi.

Kasus I : Diketahui besar ketiga sisi

Kasus II : Diketahui besar ketiga sudut

Kasus III : Diketahui besar dua sisi dan sudut apit yang berada antara kedua sisi tersebut

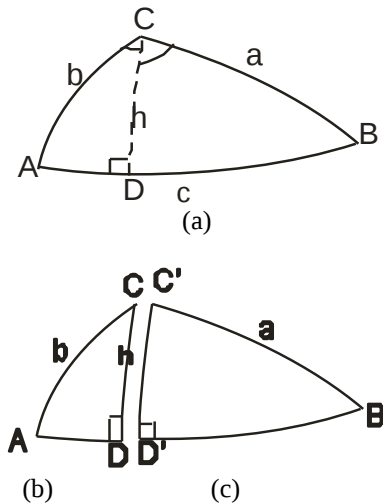
Kasus IV : Diketahui dua sudut dan sisi yang diapit oleh kedua sudut tersebut

Kasus V : Diketahui besar dua sisi dan satu sudut yang berada di depan salah satu kedua sisi tersebut

Kasus VI : Diketahui besar dua sudut dan satu sisi yang berada di depan salah satu kedua sudut tersebut

Untuk mendapatkan besar sudut-sudut beserta sisi pada setiap kasus-kasus di atas, selain menggunakan sifat-

sifat yang telah diperoleh sebelumnya, juga dapat diperoleh dengan membentuk setiap segitiga spheris menjadi dua buah segitiga siku-siku spheris, seperti terlihat pada Gambar 9.



Gambar 9. segitiga spheris

Pada gambar (a), melalui C di buat sebuah lingkaran besar tegak lurus AB di D. Misalkan $CD = h$. Sedemikian sehingga terbentuk segitiga siku-siku spheris ACD (b) dan segitiga BCD (c). Selanjutnya hal ini dapat dikatakan dengan metode Segitiga Siku-siku.

SIMPULAN

1. Sifat-sifat yang berhubungan dengan sudut dan sisi pada Segitiga Spheris
 - a. Sifat-Sifat yang berkaitan dengan sudut dan sisi pada Segitiga Spheris yaitu :
 - b. Sifat-sifat yang berkaitan dengan sisi pada Segitiga Spheris
 - c. Sifat-sifat yang berkaitan dengan sudut pada Segitiga Spheris
2. Metode Segitiga Siku-siku untuk Solusi Alternatif Segitiga Spheris

Untuk mendapatkan besar sudut beserta sisi yang belum diperoleh dari suatu Segitiga Spheris, selain menggunakan sifat-sifat yang telah diperoleh sebelumnya, juga dapat diperoleh dengan cara membentuk setiap Segitiga Spheris menjadi dua segitiga siku-siku.

REFERENSI

- [1] Ayres, JR. Frank. 1954. *Theory And Problems (of Plane and Spherical) Trigonometry*, New York: Schaum Publisning CO.
- [2] Barnelt, R. A., Ziegler, M. R., dan Byleen, K.E.(2007). *Analytic Trigonometry*, United States of America: John Wiley & Sons.
- [3] Brannan, D. A., Esplen, M. F., dan Gray, J.J. (1999). *Geometry*, Cambridge: University Press.
- [4] Budhi, W. S. 2004. *Matematika SMP Jilid 1B*, Jakarta: Erlangga.
- [5] Junaidi, S., dan Siswono, T.Y. 2004. *Matematika SMP untuk Kelas IX*, Jakarta: Erlangga.
- [6] Kusno. 2004. *Geometri*, Jember: Universitas Jember.
- [7] Lewis, H. 1973. *Geometry AContemporary Course 3rd.Edition*, New York: Mccormick-Mathers Publishing Company.