Journal Of Mathematics UNP Vol. 6 No 3 September 2021
P-ISSN/E-ISSN: 2355-1658/2807-3460 38-44

Pemodelan Matematika SITRS Penyebaran Pengguna Narkoba dengan *Treatment*

Fathiya Putri Dayustin#1, Media Rosha*2

#Student of Mathematics Departement Universitas Negeri Padang, Indonesia
*Lecturer of Mathematics Departement Universitas Negeri Padang, Indonesia
[1]fathiya1845@gmail.com
[2]mediarosha_mat@fmipa.unp.ac.id

***Abstract* —** Drugs are compounds that can affect the brain's functioning system. To slow the spread of drug users, which continues to rise, holistic treatment is used. The goal of this study was to determine the form of the SITRS mathematical model of drug user distribution by treatment and to interpret the results of the analysis. This is a fundamental or theoretical study. According to the model analysis, there are one equilibrium point free of drug users and one endemic equilibrium point with treatment for drug users. The stability analysis of the system resulted in a basic reproduction ratio of 0.1751824818 for the equilibrium point free and 4.61528461 for the endemic equilibrium point. Stability using eigenvalue criteria. The results obtained by each individual who becomes a drug user when receiving treatment on a regular basis can help to reduce the spread of drug users.

Keywords — Model of the distribution drug users, Treatment, Holistic, Equilibrium point

***Abstrak* —** Narkoba adalah zat yang dapat memberikan dampak pada sistem kerja otak. Untuk menekan laju penyebaran pengguna narkoba yang terus meningkat, dilakukan pengobatan dengan *treatment* holistik. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui bentuk model matematika SITRS penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* dan menginterpretasikan hasil analisisnya. Penelitian ini merupakan penelitian dasar atau teoritis. Berdasarkan analisis model terdapat satu titik ekuilibrium bebas pengguna narkoba dan satu titik ekuilibrium endemik pengguna narkoba dengan *treatment*. Analisis kestabilan sistem menghasilkan rasio reproduksi dasar sebesar 0,1751824818 untuk titik ekuilibrium bebas dan sebesar 4,61538461 untuk titik ekuilibrium endemik. Hasil yang diperoleh setiap individu yang menjadi pengguna narkoba apabila melakukan *treatment* dengan teratur dapat mengurangi pertumbuhan penyebaran pengguna narkoba.

Kata kunci — Model Penyebaran Pengguna Narkoba, *Treatment*, Holistik, Titik Ekuilibrium

PENDAHULUAN

Pemodelan matematika adalah salah satu cabang ilmu matematika yang bertujuan untuk mempresentasikan serta menjelaskan sistem-sistem fisik atau permasalahan dunia nyata, ke dalam pernyataan-pernyataan matematika sehingga diperoleh pemahaman problem dunia nyata menjadi lebih tepat [1]. Representasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal sebagai "Model Matematika" [2].

Salah satu permasalahan dunia nyata adalah penyebaran yang terus meningkat dari penyalahgunaan narkotika, psikotropika, dan zat berbahaya lainnya (narkoba). Menurut Kepala Badan Narkotika Nasional (BNN) Komisaris Jenderal Polisi Heru Winarko, terjadi peningkatan sebesar 24 hingga 28 persen remaja yang menggunakan narkoba setiap tahunnya [3].

Usaha yang harus dilakukan untuk mencegah penyebaran pengguna narkoba adalah menjauh dari lingkungan yang akan menejerumuskan ke dalam lingkaran narkoba. Apabila seseorang sudah menjadi pengguna narkoba untuk mencegah penyebaran penggunaan narkoba itu sendiri adalah melakukan *treatment* holistik yang diantaranya meliputi aspek biologi, psikologi, sosial, dan spiritual [4].

Salah satu peranan penting dalam perkembangan di bidang matematika yaitu mencegah meluasnya penyebaran penyakit [5]. Salah satunya pemodelan matematika memiliki keragaman aplikasi dan berbagai kemungkinan pendekatan. Secara khusus, banyak proses dapat dijelaskan dengan persamaan matematika, yaitu dengan model matematika [6].

Model matematika ini digunakan untuk membantu agar lebih memahami suatu perilaku dan bereksperimen secara matematis dengan berbagai kondisi yang mempengaruhinya [7]. Selain itu, model matematika ini juga dibentuk untuk melihat penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* dan mengurangi laju penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* serta mencarikan solusi bagi penyebaran pengguna narkoba yang terus meningkat. Tujuan lain dari dibentuknya model matematika ini adalah untuk melihat perilaku dan pengaruh *treatment* atau pengobatan dalam penyebaran pengguna narkoba.

Pemodelan matematika terhadap penyebaran pengguna narkoba dilakukan pertama kali oleh peneliti White dan Comiskey pada tahun 2007 yang mendapatkan model penyebaran pengguna narkoba dari pengembangan model SIRS (Susceptible, Infected, Removed, Susceptible) dengan ketergantungan narkoba dapat dianggap sebuah penyakit yang dapat menular ke individu lain [8]. Selanjutnya, peneliti oleh Lestari (2012) yang mengembangkan model penyebaran pengguna narkoba dari White dan Comiskey dengan menambahkan asumsi terdapat pengguna narkoba yang belum melakukan pengobatan berhenti menggunakan narkoba dan terdapat pengguna narkoba sedang pengobatan berhenti menggunakan narkoba [9].

Oleh karena itu, dalam penelitian ini dibangun model matematika penyebaran pengguna narkoba menggunakan *treatment* dengan memodifikasi SIRS yaitu dengan menambahkan variabel T (*Treatment*) untuk melihat perilaku penyebaran pengguna narkoba ketika seseorang pengguna narkoba tersebut melakukan *treatment*. *Treatment* yang diambil peneliti adalah *treatment* holistik, yaitu pengobatan terhadap pecandu narkoba yang diantaranya meliputi aspek biologi, psikologi, sosial, dan spiritual. Sehingga dengan adanya model matematika ini dapat menjadi acuan pengobatan bagi para pecandu narkoba.

Dengan adanya *treatment* yang dapat mengurangi laju pertumbuhan pengguna narkoba maka dapat memunculkan variabel dan parameter serta akan dianalisis di titik manakah pengaruh pada perilaku individu yang melakukan *treatment* terhadap penyebaran pengguna narkoba ini akan stabil sehingga permasalahan ini dapat dimodelkan ke dalam bentuk matematika guna mengenali perilaku suatu objek dengan cara mencari keterkaitan antar unsur-unsurnya serta mengadakan prediksi (pendugaan) untuk memperbaiki keadaan objek. Sehingga peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul "**Model Matematika SITRS Penyebaran Pengguna Narkoba dengan *Treatment***".

METODE

Penelitian yang dilakukan adalah penelitian dasar yang menggunakan metode deskriptif. Peneliti mengidentifikasi masalah pada penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment*. Setelah peneliti mengidentifikasi masalah dan mencari teori-teori, maka selanjutnya adalah memilih metode yang sesuai dengan permasalahan penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* yaitu pemodelan matematika yang dapat menjelaskan pengaruh perilaku individu yang melakukan *treatment* terhadap penyebaran pengguna narkoba.

Langkah selanjutnya dalam proses tersebut adalah:

1. Menentukan asumsi, variabel, dan parameter model matematika SITRS penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment*.
2. Membentuk model matematika SITRS penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment*.
3. Menganalisis titik ekuilibrium penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment*.
4. Menganalisis kestabilan lokal dan sekitar titik ekuilibrium penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment*.
5. Menginterpretasi hasil analisis model matematika SITRS penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment*.
6. Melakukan simulasi model matematika SITRS penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* menggunakan software Maple.
7. Membuat kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. *Model Matematika SITRS Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment*

Berdasarkan tahapan-tahapan dalam membangun sebuah model matematika, tahapan pertama yaitu mengidentifikasi masalah yang diperoleh dari berbagai pertanyaan yang berhubungan dengan masalah tersebut. Tahapan ini dilakukan dengan menentukan faktor-faktor yang dianggap penting atau sesuai dengan permasalahan yang meliputi identifikasi variabel, parameter, dan membentuk hubungan antara variabel dan parameter tersebut.

Asumsi-asumsi digunakan pada model ini adalah sebagai berikut:

1. Total populasi N dianggap konstan dalam periode waktu pemodelan dan diasumsikan $\Lambda = \mu S + (\mu + \delta_1)I + \mu R + (\mu + \delta_2)T + \varepsilon T$.
2. Populasi bersifat tertutup (tidak ada imigrasi dan emigrasi).
3. Terdapat proporsi pengguna narkoba yang masuk pengobatan di setiap periode waktu pemodelan.
4. Pengguna narkoba yang tidak dalam masa pengobatan dapat menginfeksi individu yang rentan dan pengguna narkoba dalam masa pengobatan dengan *treatment* holistik.
5. Pengguna narkoba dalam masa pengobatan dapat menjadi kambuh jika melakukan kontak dengan pengguna narkoba yang tidak dalam masa pengobatan.
6. Pengguna narkoba dalam masa pengobatan tidak dapat menginfeksi individu yang rentan.
7. Seluruh individu dalam populasi diasumsikan sama-sama rentan terhadap kecanduan narkoba.
8. Individu yang sudah sembuh tidak bisa menjadi individu pengguna narkoba sebelum menjadi individu rentan terlebih dahulu.
9. Individu pengguna narkoba dapat sembuh tanpa melalui masa pengobatan.
10. Persediaan dan transaksi narkoba terus berjalan.

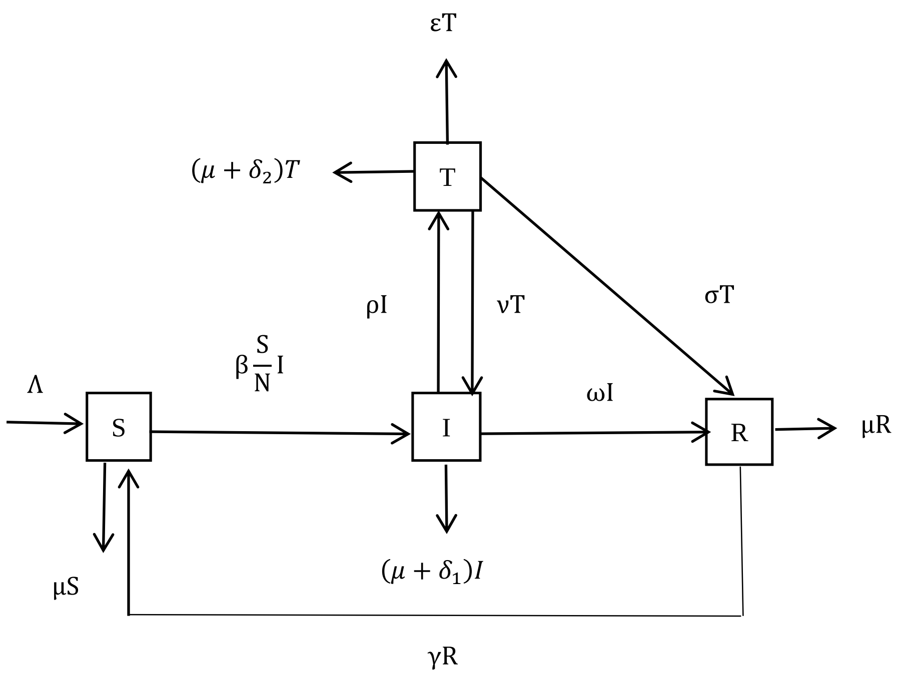
Variabel-variabel yang digunakan untuk membentuk model matematika penyebaran pengguna narkoba adalah:

1. *Susceptible* (S), kelompok individu yang rentan menjadi pengguna narkoba. Individu yang rentan yang menjadi pengguna narkoba adalah usia 15-64 tahun.
2. *Infected* (I), kelompok individu yang menjadi pengguna narkoba dan belum melakukan pengobatan.
3. *Treatment* (T), kelompok individu pengguna narkoba yang melakukan pengobatan.
4. *Removed* (R), kelompok individu yang sembuh dari pengguna narkoba.

Parameter yang digunakan adalah:

1. Λ adalah jumlah individu dalam populasi yang memasuki populasi rentan.
2. μ adalah tingkat kematian alami dari populasi.
3. δ_1 adalah tingkat kematian pengguna narkoba tidak dalam masa pengobatan.
4. δ_2 adalah tingkat kematian pengguna narkoba dalam masa pengobatan.
5. βadalah tingkat penyebaran individu menjadi pengguna narkoba.
6. ν adalah tingkat pengguna narkoba dalam masa pengobatan yang kambuh menggunakan narkoba.
7. ρ adalah tingkat pengguna narkoba yang memasuki *treatment*.
8. ε adalah tingkat kematian karena tidak patuh menjalani *treatment*.
9. ω adalah tingkat individu pengguna narkoba yang sembuh tanpa melakukan *treatment*.
10. σadalah tingkat perpindahan individu yang sembuh setelah melakukan *treatment*.
11. γ adalah tingkat perpindahan individu yang telah sembuh dari pengguna narkoba menjadi individu yang rentan kembali menjadi pengguna narkoba.

Berdasarkan asumsi-asumsi yang diberikan, maka dapat disusun diagram model matematika SITRS penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment*, seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Model Matematika SITRS Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment

Berdasarkan Gambar 1 dapat dibentuk model matematika berupa sistem persamaan diferensial:

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda - \frac{\beta IS}{N} - \mu S + \gamma R$$
$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \rho I + \nu T - (\mu + \delta_1)I - \omega I$$
$$\frac{dT}{dt} = \rho I - \nu T - (\mu + \delta_2)T - \varepsilon T - \sigma T$$
$$\frac{dR}{dt} = \omega I + \sigma T - \gamma R - \mu R$$

Untuk mempermudah analisis maka akan dimisalkan sebagai berikut:

$$A_1 = \rho + (\mu + \delta_1) + \omega$$
$$A_2 = \nu + \varepsilon + (\mu + \delta_2) + \sigma$$
$$A_3 = \gamma + \mu$$

Sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda - \frac{\beta IS}{N} - \mu S + \gamma R \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} + \nu T - A_1 I \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dt} = \rho I - A_2 T \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \omega I + \sigma T - A_3 R \quad (4)$$

B. *Analisis Model Matematika Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment*

1) Titik Ekuilibrium Bebas Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment $e_0 = (S, 0,0,0)$

Titik ekuilibrium bebas penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* yaitu suatu keadaan yang tidak terjadi penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* dalam populasi. Secara matematis dapat diekspresikan dengan: $S > 0, I = 0, T = 0$, dan $R = 0$. Maka titik bebas penyebaran pengguna narkoba adalah:

$$e_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0,0,0\right)$$

2) Titik Ekuilibrium Endemik Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment $e_1 = (S^*, I^*, T^*, R^*)$

Titik ekuilibrium endemik dapat diartikan bahwa terdapat sejumlah individu yang terpengaruh penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* pada populasi. Secara matematis dapat diekspresikan dengan: $\mathrm{S} > 0, \mathrm{I} > 0, \mathrm{T} > 0$, dan $\mathrm{R} > 0$. Maka diperoleh titik ekuilibrium endemik penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* adalah:

$$e_1 = (S^*, I^*, T^*, R^*)$$

$$S^* = \frac{N(A_1A_2 - \nu\rho)}{A_2\beta}$$

$$I^* = \frac{A_3(\mu N(A_1A_2 - \nu\rho) - \Lambda A_2\beta)}{\beta\big(\gamma(\omega A_2 + \rho\sigma) - A_3(A_1A_2 - \nu\rho)\big)}$$

$$T^* = \frac{\rho A_3(\mu N(A_1A_2 - \nu\rho) - \Lambda A_2\beta)}{A_2\beta\big(\gamma(\omega A_2 + \rho\sigma) - A_3(A_1A_2 - \nu\rho)\big)}$$

$$R^* = \frac{(\omega A_2 + \rho\sigma)(\mu N(A_1A_2 - \nu\rho) - \Lambda A_2\beta)}{A_2\beta\big(\gamma(\omega A_2 + \rho\sigma) - A_3(A_1A_2 - \nu\rho)\big)}$$

3) Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Bilangan reproduksi dasar (R_0) dilakukan untuk mengetahui penyebaran penyakit dalam suatu kelas populasi yang melakukan *treatment*. Faktor yang menyebabkan infeksi pada kelompok individu yang rentan menjadi pengguna narkoba adalah tingkat infeksi pada kelompok individu yang terinfeksi menjadi pengguna narkoba. Semakin tinggi penyebaran individu menjadi pengguna narkoba maka penyebaran pennggun narkoba akan mewabah. Sehingga didapatkan Bilangan Reproduksi sebesar:

$$R_0 = \frac{\beta\Lambda}{(N\rho + N\mu + N\delta_1 + N\omega)\mu}$$

$$R_0 = \frac{\beta\Lambda}{N(\rho + \mu + \delta_1 + \omega)\mu}$$

4) Kestabilan Model Matematika SITRS Penyebaran Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment

Analisis pada kestabilan titik tetap dapat ditentukan dengan cara mencari nilai eigen dari matriks Jacobian pada sistem (1), (2), (3), dan (4). Sehingga matriks Jacobian yang akan terbentuk adalah sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -\frac{\beta I}{N} - \mu & -\frac{\beta S}{N} & 0 & \gamma \\ \frac{\beta I}{N} & \frac{\beta S}{N} - A_1 & \nu & 0 \\ 0 & \rho & -A_2 & 0 \\ 0 & \omega & \sigma & -A_3 \end{bmatrix}$$

Karena terdapat dua jenis titik ekuilibrium, maka analisis kestabilan titik ekuilibrium juga dilakukan pada kedua titik ekuilibrium tersebut.

a. Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment

Kestabilan titik ekuilibrium bebas pada penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* dibutuhkan nilai eigen. Titik ekuilibrium dikatakan stabil jika semua nilai eigennya bernilai begatif. Matriks Jacobian pada titik bebas penyakit ini adalah:

$$J(e_0) = \begin{bmatrix} -\mu & -\frac{\beta\Lambda}{N\mu} & 0 & \gamma \\ 0 & \frac{\beta\Lambda}{N\mu} - A_1 & \nu & 0 \\ 0 & \rho & -A_2 & 0 \\ 0 & \omega & \sigma & -A_3 \end{bmatrix}$$

Misalkan λ adalah nilai eigen dari matriks J, maka berlaku:

$$\det(\lambda\mathrm{I} - \mathrm{J}) = 0 \text{atau } |\lambda I - J| = 0$$

Pandang $|\lambda I - J| = 0$

$$|\lambda I - J| = \begin{vmatrix} \lambda + \mu & \frac{\beta\Lambda}{\mu N} & 0 & -\gamma \\ 0 & \lambda - \frac{\beta\Lambda}{N\mu} + A_1 & -\nu & 0 \\ 0 & -\rho & \lambda + A_2 & 0 \\ 0 & -\omega & -\sigma & \lambda + A_3 \end{vmatrix} = 0$$

Sehingga persamaan yang terbentuk karakteristik dari matriks $\mathrm{J}(\mathrm{e}_0)$ adalah:

$$(\lambda + \mu)\left(\lambda + A_1 - \frac{\beta\Lambda}{N\mu}\right)(\lambda + A_2)(\lambda + A_3) - (0 + 0 + 0 + 0) = 0$$

Maka nilai eigen yang didapatkan dari matriks jacobian tersebut adalah:

$\lambda_1 = -\mu$ maka $\lambda_1 < 0$
$\lambda_2 = -A_2$ maka $\lambda_2 < 0$
$\lambda_3 = -A_3$ maka $\lambda_3 < 0$
$\lambda_4 = \frac{\beta\Lambda}{N\mu} - A_1$ maka $\lambda_1 < 0$

Jadi, λ_4 akan bernilai negatif jika $A_1 > \frac{\beta\Lambda}{N\mu}$. Hal ini berarti bahwa titik tetap bebas dari pengaruh penyebaran pengguna narkoba ini stabil asimtotik. Sehingga dapat disimpulkan pada titik tetap bebas tidak terjadi penyebaran pengguna narkoba.

b. Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment

Titik ekuilibrium akan stabil jika semua nilai eigen dari matriks jacobian bernilai negatif.

$$J(e_1)=\begin{bmatrix} -\frac{A_3(\mu N(A_1A_2-\nu\rho)-\Lambda A_2\beta)}{N(\gamma(\omega A_2+\rho\sigma)-A_3(A_1A_2-\nu\rho))}-\mu & -\left(\frac{A_1A_2-\nu\rho}{A_2}\right) & 0 & \gamma \\ \frac{A_3(\mu N(A_1A_2-\nu\rho)-\Lambda A_2\beta)}{N(\gamma(\omega A_2+\rho\sigma)-A_3(A_1A_2-\nu\rho))} & \frac{A_1A_2-\nu\rho}{A_2}-A_1 & \nu & 0 \\ 0 & \rho & -A_2 & 0 \\ 0 & \omega & \sigma & -A_3 \end{bmatrix}$$

Misalkan λ adalah nilai eigen dari matriks J, maka berlaku:

$$\det(\lambda I - J) = 0 \text{atau } |\lambda I - J| = 0$$

Pandang $|\lambda I - J| = 0$

$$|\lambda I - J| = \begin{vmatrix} \lambda+\frac{A_3(\mu N(A_1A_2-\nu\rho)-\Lambda A_2\beta)}{N(\gamma(\omega A_2+\rho\sigma)-A_3(A_1A_2-\nu\rho))}+\mu & \frac{A_1A_2-\nu\rho}{A_2} & 0 & -\gamma \\ -\frac{A_3(\mu N(A_1A_2-\nu\rho)-\Lambda A_2\beta)}{N(\gamma(\omega A_2+\rho\sigma)-A_3(A_1A_2-\nu\rho))} & \lambda+A_1-\frac{A_1A_2-\nu\rho}{A_2} & -\nu & 0 \\ 0 & -\rho & \lambda+A_2 & 0 \\ 0 & -\omega & -\sigma & \lambda+A_3 \end{vmatrix}$$

$$|\lambda I - J| = 0$$

Misalkan,

$$A_4 = \frac{A_3(\mu N(A_1A_2-\nu\rho)-\Lambda A_2\beta)}{N(\gamma(\omega A_2+\rho\sigma)-A_3(A_1A_2-\nu\rho))}$$

$$A_5 = \frac{A_1A_2-\nu\rho}{A_2}$$

Maka,

$$|\lambda I - J| = \begin{vmatrix} \lambda+A_4+\mu & A_5 & 0 & -\gamma \\ -A_4 & \lambda+A_1-A_5 & -\nu & 0 \\ 0 & -\rho & \lambda+A_2 & 0 \\ 0 & -\omega & -\sigma & \lambda+A_3 \end{vmatrix}$$

Selanjutnya analisis kestabilan dapat dicari dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz tetapi analisis analitik belum bisa dilakukan, sehingga untuk melihat kestabilannya menggunakan analisis numerik/simulasi.

5) Simulasi Model Matematika SITRS Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment

Simulasi numerik model matematika SITRS pada penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* menggunakan software Maple 17 memberikan nilai untuk masing-masing parameter. Parameter ditetapkan berdasarkan data-data sekunder yang diperoleh dari Nyabadza dan Musekwa [10].

a. Simulasi Model Matematika dengan Titik Ekuilibrium Bebas Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment

TABEL I
PARAMETER UNTUK TITIK TETAP BEBAS PENGGUNA NARKOBA DENGAN *TREATMENT* [10]

Parameter	Nilai
N	10
Λ	2
μ	0,20
δ_1	0,02
δ_2	0,02
β	0,2
ν	0,2
ρ	0,3
ε	0,005
ω	0,8
σ	0,25
γ	0,011

Dari nilai parameter di atas terlebih dahulu dihitung nilai R_0 yang diperoleh:

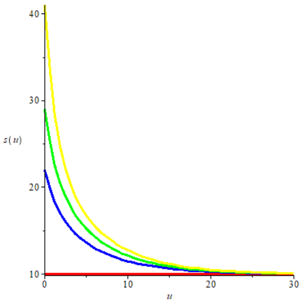
$$R_0 = 0{,}1515151515$$

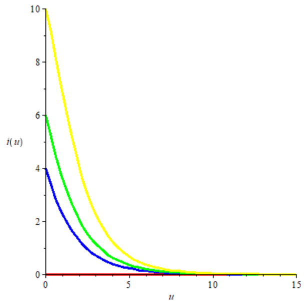
Diperoleh $R_0 < 1$. Kemudian dihitung nilai titik ekuilibrium bebas yaitu $e_0 = (10;0;0;0)$.

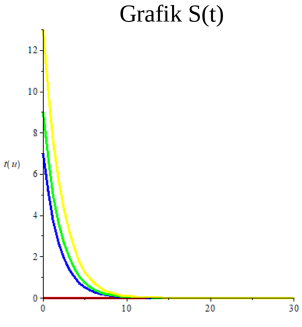
Dalam simulasi titik ekuilibrium bebas dari peyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* digunakan empat nilai awal sebagai berikut:

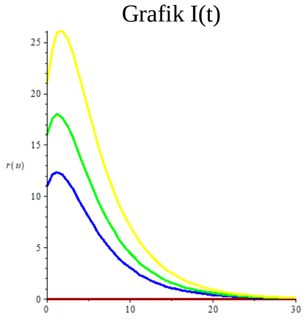
$$S(0)=10, I(0)=0, T(0)=0, R(0)=0$$
$$S(0)=22, I(0)=4, T(0)=7, R(0)=11$$
$$S(0)=29, I(0)=6, T(0)=9, R(0)=16$$
$$S(0)=41, I(0)=10, T(0)=13, R(0)=21$$

Berdasarkan nilai parameter dan nilai awal di atas dengan menggunakan software Maple 17 diperoleh grafik dari masing-masing kelompok terhadap waktu *t*:


Grafik S(t)


Grafik I(t)


Grafik T(t)


Grafik R(t)

Gambar 2. Trayektori di Sekitar Titik Ekuilibrium Bebas Penyebaran Pengguna Narkoba dengan *Treatment*

Berdasarkan Gambar 2 di atas kurva merah mewakili titik tetap bebas dari penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment*, sedangkan kurva biru, hijau, dan kuning terhadap kurva merah yang nantinya akan menentukan stabil atau tidak pada titik tetap bebas dari penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* pada masing-masing grafik. Dapat dillihat bahwa titik tetap $e_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0{,}0{,}0\right)$ merupakan titik tetap yang stabil karena trayektori (kurva biru, hijau, dan kuning) dari masing-masing grafik bergerak mendekati titik tetap bebas dari penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* yang ditunjukkan oleh kurva merah. Jadi titik tetap $e_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0{,}0{,}0\right)$ yang stabil dapat diartikan bahwa tidak akan terjadi penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* dalam suatu populasi.

b. Simulasi Model Matematika dengan Titik Ekuilibrium Endemik Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment

Akan disimulasikan untuk keadaan ada individu yang terinfeksi penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* pada populasi yang sama sehingga parameter tersebut pada Tabel II.

TABEL III
PARAMETER UNTUK TITIK TETAP ENDEMIK PENGGUNA NARKOBA DENGAN *TREATMENT*

Parameter	Nilai
N	10
Λ	2
μ	0,1
δ_1	0,02
δ_2	0,02
β	0,9
ν	0,2
ρ	0,3
ε	0,005
ω	0,8
σ	0,25
γ	0,011

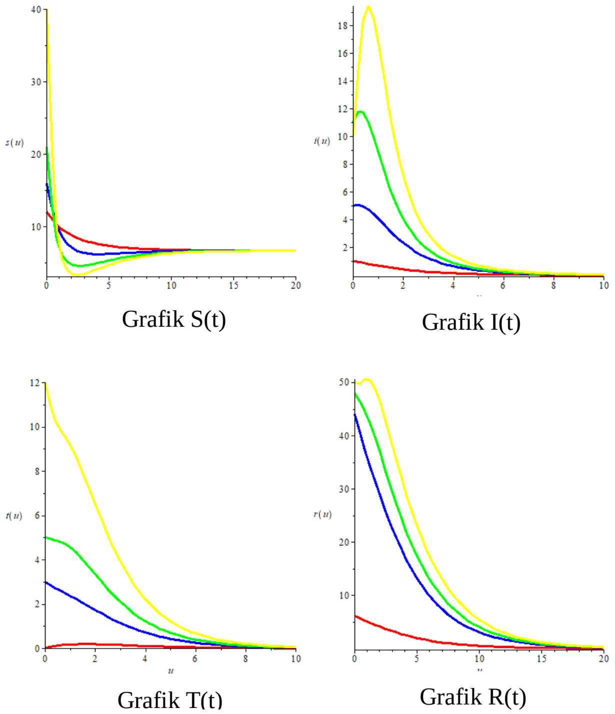
Dari nilai parameter di atas terlebih dahulu dihitung nilai R_0 yang diperoleh:

$$R_0 = 1{,}475409836$$

Diperoleh $R_0 > 1$. kemudian dihitung nilai titik tetap endemik dari penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* yaitu $e_1 = (12{,}3961;0{,}7429;0{,}3876;6{,}2277)$. Dalam simulasi titik tetap endemik dari penyebaran pengguna narkoba dengan menggunakan model SITRS digunakan empat nilai awal sebagai berikut:

$$S(0)=12, I(0)=1, T(0)=0, R(0)=6$$
$$S(0)=16, I(0)=5, T(0)=3, R(0)=44$$
$$S(0)=21, I(0)=11, T(0)=5, R(0)=48$$
$$S(0)=40, I(0)=10, T(0)=12, R(0)=50$$

Berdasarkan nilai parameter dan nilai awal di atas diperoleh grafik dari masing-masing kelompok terhadap waktu t adalah sebagai berikut:



Gambar 3. Trayektori Sekitar Titik Ekuilibrium Endemik Penyebaran Pengguna Narkoba dengan *Treatment*

Berdasarkan Gambar 3 diatas kurva merah mewakili titik tetap endemik penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment*, sedangkan kurva biru, hijau, kuning terhadap kurva merah yang akan menentukan stabil atau tidak pada titik tetap endemik dari penyebaran pengguna narkoba dengan *treatmen*t masing-masing grafik. Dapat dilihat bahwa titik tetap $e_1 = (S^*, I^*, T^*, R^*)$ merupakan titik tetap yang stabil asimtotik karena trayektori (kurva biru, hijau, kuning) dari masing-masing grafik bergerak mendekati titik tetap endemik dari penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* yang ditujukan oleh kurva merah. Titik tetap $e_1 = (S^*, I^*, T^*, R^*)$ yang stabil dapat diartikan bahwa akan terjadi penyebaran pengguna narkoba dalam jangka waktu yang lama.

C. *Interpretasi Model Matematika SITRS Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Treatment*

Berdasarkan analisis yang dilakukan pada kestabilan titik tetap bebas penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* holistik didapatkan semua nilai eigen bernilai negatif yang artinya penyebaran pengguna narkoba tidak akan mewabah dan akhirnya akan menghilang. Sehingga pada kestabilan titik tetap endemik penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* juga didapatkan semua nilai eigen negatif yang artinya penyebaran pengguna narkoba akan tetap pada populasi dan menjadi wabah.

Tingkat penyebaran individu yang menjadi pengguna narkoba akan mempengaruhi penyebaran pengguna narkoba. Semakin tinggi penyebaran individu menjadi pengguna narkoba maka penyebaran pengguna narkoba akan mewabah. Selain itu, rendahnya tingkat kematian alami, tingkat kematian saat menjalankan *treatment* holistik, tingkat individu yang sembuh, dan jumlah individu yang memasuki *treatment* holistik maka penyebaran pengguna narkoba juga akan mewabah.

SIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan diperoleh model matematika SITRS penyebaran pengguna narkoba dengan *treatment* berbentuk sistem persamaan diferensial. Terdapat dua jenis titik tetap, yaitu titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik. Dari hasil simulasi dapat dilihat adanya pengaruh dari tingkat penyebaran individu menjadi pengguna narkoba. Semakin tinggi tingkat penyebaran individu menjadi pengguna narkoba maka penyebaran pengguna narkoba akan mewabah. Namun, semakin tinggi pengguna narkoba yang melakukan *treatment* holistik maka penyebaran pengguna narkoba akan menurun.

REFERENSI

[1] Rosha, Media. 2013. Pemodelan Matematika. Padang: UNP.
[2] Widowati dan Sutimin. 2007. Pemodelan Matematika. Semarang: Universitas Diponegoro.
[3] BNN. "Penggunaan Narkotika di Kalangan Remaja Meningkat". BNN.go.id.https://bnn.go.id/penggunaan-narkotika-kalangan-remajameningkat/ (Diakses Oktober 10, 2020).
[4] Mulkiyan, M., & Farid, A. Terapi Holistik terhadap Pecandu Narkoba. *Konseling Religi*, 8, 269-92.
[5] Cahyono, E. 2013. Pemodelan Matematika. Yogyakarta: Graha Ilmu.
[6] Giordano, F. R., Fox, W. P., & Horton, S. B. (2013). *A first course in mathematical modeling*. Cengage Learning.
[7] Barnes, B., & Fulford, G. R. (2011). *Mathematical modelling with case studies: a differential equations approach using Maple and MATLAB*. Chapman and Hall/CRC.
[8] White, E., & Comiskey, C. (2007). Heroin epidemics, treatment and ODE modelling. Mathematical bioscenes, 208(1), 312-324.
[9] Lestari, Riri. 2012. "Pengembangan Model Penyebaran Pengguna Narkoba White-Comiskey". Bogor: Tesis Program Studi Matematika Terapan IPB.
[10] Nyabadza, F., & Hove-Musekwa, S. D. (2010). From heroin epidemics to methamphetamine epidemics: Modelling substance abuse in a South African province. *Mathematical biosciences*, *225*(2), 132-14.