

## Model Matematika Pengaruh Lingkungan Terhadap Dinamika Jumlah Populasi Pejudi

Rozi Wahyudi<sup>#1</sup>, Media Rosha<sup>\*2</sup>, Riry Sriningsih<sup>\*3</sup>

*#Student of Mathematics Departement Universitas Negeri Padang, Indonesia*

*\*Lectures of Mathematics Departement Universitas Negeri Padang, Indonesia*

<sup>1</sup>[roziwhyd@gmail.com](mailto:roziwhyd@gmail.com)

<sup>2</sup>[mediarosha@gmail.com](mailto:mediarosha@gmail.com)

<sup>3</sup>[srirysriningsih@yahoo.com](mailto:srirysriningsih@yahoo.com)

**Abstract** – The article discussed mathematical model of the environmental influences to dynamics of gambler population. This research was started with forming mathematical model of the environmental influences to dynamics of gambler population in non-linear differential equations system. Based on analysis model, there are two types of equilibrium point that are free equilibrium point of gambler and endemic equilibrium point. Existence and stability of the equilibrium points are determined by the basic reproduction number. By analyzing the model, obtained the stability of each equilibrium points.

**Keywords** – mathematical model, gambler, equilibrium, stability, basic reproductive number

**Abstrak** – Pada artikel ini dibahas model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi. Penelitian ini dimulai dengan membentuk model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi berupa sistem persamaan diferensial non linear. Berdasarkan analisis model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi diperoleh dua jenis titik tetap, yaitu titik tetap bebas dari pejudi dan titik tetap adanya pejudi. Syarat keberadaan dan kestabilan titik kesetimbangan ditentukan oleh bilangan reproduksi dasar. Dengan menganalisis model, diperoleh syarat-syarat kestabilan titik-titik tetap.

**Kata kunci** – model matematika, pejudi, titik kesetimbangan, kestabilan, bilangan reproduksi dasar

### PENDAHULUAN

bentuk kata kerja, berarti mempertaruhkan harta dalam permainan tebak berdasarkan kebetulan dengan tujuan mendapatkan sejumlah uang atau harta yang lebih besar dari harta atau uang semula. Dalam pengertian lain judi adalah termasuk permainan yang diciptakan oleh seseorang atau kelompok orang yang kemudian tersosialisasi dengan baik pada masyarakat.

Apabila orang sudah kecanduan berjudi, maka segala macam cara akan ditempuh untuk memuaskan keinginannya tersebut, bahkan orang tidak segan-segan akan berbuat kejahatan. Selain itu judi juga akan mendorong orang untuk menjadi malas bekerja, karena judi membuat orang berangan-angan untuk tidak usah bekerja keras namun mendapatkan hasil yang banyak. Kenyataannya yang terjadi adalah sebaliknya, karena judi banyak orang yang menjadi sengsara, termasuk tua yang otoriter dan kurangnya individu yang menjadi teladan dalam hidupnya[3].

Dengan memodelkan pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi ke dalam bentuk model matematika, akan dilihat seberapa besar pengaruh lingkungan dapat menyebabkan perubahan jumlah populasi pejudi karena model matematika merupakan

Kamus Besar Bahasa Indonesia, mengartikan judi adalah permainan dengan memakai uang sebagai taruhan, seperti main dadu dan kartu sedang judi dalam didalamnya keretakan rumah tangga yang disebabkan karena perekonomian keluarga yang kacau akibat perjudian tersebut.

Fenomena berjudi selain disebabkan oleh keinginan dari dalam diri sendiri, yaitu ingin mencoba hal-hal baru juga dipengaruhi oleh lingkungan, karena manusia dan lingkungan saling berinteraksi dan saling mempengaruhi, perilaku manusia bisa mengubah lingkungan sebaliknya lingkungan sangat berpengaruh terhadap bagaimana manusia berperilaku. Faktor lingkungan yang mempengaruhi seseorang berjudi adalah lingkungan social, yaitu keluarga yang kurang harmonis, lingkungan pergaulan, kurangnya pengawasan orang tua, orang tua yang bercerai atau menikah lagi, orang tua yang acuh atau orang

representasi dari sistem-sistem fisik atau problem dunia nyata dalam pernyataan matematika sehingga diperoleh pemahaman yang lebih tepat tentang dunia nyata[7]. Dari analisis diperoleh dua jenis titik tetap, yaitu titik tetap bebas dari pejudi dan titik tetap adanya pejudi. Titik tetap tersebut digunakan untuk menentukan kestabilan model yaitu berdasarkan nilai-nilai eigen dari matiks *Jacobi* [5].

Syarat keberadaan dan kestabilan titik kesetimbangan dipengaruhi oleh bilangan reproduksi dasar, karena bilangan reproduksi dasar adalah rata-rata banyaknya individu rentan yang terinfeksi secara langsung oleh individu lain yang sudah terinfeksi bila individu yang terinfeksi tersebut masuk ke dalam populasi yang seluruhnya masih rentan [1]. Pada akhirnya diharapkan dapat memberikan solusi yang dapat ditempuh untuk mengendalikan perubahan jumlah populasi pejudi. Oleh karena itu penulis tertarik melakukan penelitian dengan judul Model Matematika Pengaruh Lingkungan Terhadap Dinamika Jumlah Populasi Pejudi.

#### METODE

Penelitian ini merupakan penelitian dasar. Metode yang digunakan adalah metode deskriptif dengan menganalisis teori-teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan studi kepustakaan.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam menjawab permasalahan adalah sebagai berikut:

1. Membentuk model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi.
  - a. Mempelajari permasalahan dinamika jumlah populasi pejudi.
  - b. Menentukan variabel-variabel dan parameter yang terkait.
  - c. Menentukan asumsi-asumsi model.
  - d. Membentuk model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi.
2. Menentukan bilangan reproduksi dasar.
3. Menganalisis model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi.
  - a. Menentukan titik kesetimbangan dari model.
  - b. Menentukan kestabilan dari titik kesetimbangan model.
4. Menginterpretasikan hasil analisis dari model.
5. Membuat kesimpulan.

#### HASIL DAN PEMBAHASAN

##### A. Proses Pembentukan Model

Variabel yang digunakan untuk membentuk model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi ini adalah:

- S : Kelompok individu yang belum pernah berjudi, yaitu individu yang berpotensi berjudi.
- $I_1$  : Kelompok individu yang berjudi tapi belum kecanduan berjudi, yaitu individu yang hanya sekedarnya berjudi dalam hal ini adalah *social gambler* dan *problem gambler*.
- $I_2$  : Kelompok individu yang kecanduan berjudi, yaitu individu yang melakukan kebiasaan atau aktivitas berjudi dalam hal ini adalah kelompok *pathological gambler*.

R : Kelompok individu yang berhenti dari perjudian, namun bisa kembali lagi berjudi  
dan total populasi adalah  $N=S + I_1 + I_2 + R$

- Parameter yang digunakan adalah:
- $\lambda$  : tingkat kelahiran
  - $\beta$  : tingkat pengaruh lingkungan untuk berjudi
  - $\mu$  : tingkat kematian
  - $\alpha$  : tingkat bertambahnya pecandu judi
  - $\beta$  : tingkat pejudi yang bebas dari penjara
  - $\nu$  : rasio pejudi tertangkap polisi
  - $\delta$  : tingkat berhenti berjudi
  - $\sigma$  : tingkat perpindahan individu berhenti berjudi menjadi berjudi kembali

Asumsi yang akan digunakan dalam membentuk model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi adalah sebagai berikut:

1. Populasi bersifat tertutup, yang berarti tidak ada perpindahan baik masuk maupun keluar dari populasi tersebut.
2. Penularan kebiasaan berjudi terjadi karena adanya interaksi berupa ajakan, dorongan yang kuat dari individu yang berjudi kepada individu yang rentan berjudi dan keinginan mencoba individu yang rentan berjudi tersebut.
3. Individu yang rentan berjudi terpengaruh untuk berjudi masuk ke individu yang belum kecanduan berjudi.
4. Individu berjudi yang berhenti berjudi tidak punya kemauan tetap untuk tidak berjudi kembali sehingga pejudi yang telah berhenti berjudi bisa berjudi kembali.
5. Adanya kematian alami pada masing-masing populasi serta adanya pengurangan populasi pejudi karena alasan tertangkap oleh polisi.
6. Laju kelahiran sama dengan laju kematian.
7. Laju pejudi tertangkap polisi sama dengan laju pejudi keluar dari penjara.
8. Pejudi yang bebas dari penjara masuk kedalam populasi individu yang berhenti berjudi.

Sehingga model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi dimodelkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= N - \frac{S(I_1 + I_2)}{N} - S \\ \frac{dI_1}{dt} &= \frac{S(I_1 + I_2)}{N} + R - \frac{I_1 I_2}{N} - (\lambda + \nu) I_1 \\ \frac{dI_2}{dt} &= \frac{I_2 I_1}{N} - (\lambda + \nu) I_2 \\ \frac{dR}{dt} &= (I_1 + I_2) (\lambda + \nu) - (\lambda + \nu) R \end{aligned} \quad (1)$$

##### B. Bilangan Reproduksi Dasar dan Titik Kesetimbangan

Bilangan reproduksi dasar didefinisikan sebagai rasio yang menunjukkan jumlah individu rentan yang dapat menjadi pejudi.

Bilangan reproduksi dasar yang diperoleh dari model (1) yaitu:

$$R_0 = \frac{\dots}{\mu + \nu + \dots} \quad (2)$$

Model mempunyai titik tetap bebas dari pejudi

$$E_0 = (1,0,0,0) \quad (3)$$

model juga memiliki titik tetap adanya pejudi

$$E^* = (s^*, i_1^*, i_2^*, r^*)$$

dengan

$$s^* = \frac{A_1 A_2 - A_3}{A_3 + A_2 - A_3}$$

$$i_1^* = \frac{A_1}{\dots}$$

$$i_2^* = \frac{A_3 + A_2 + A_1 A_3 - A_1 A_2 - A_1 A_1 A_2}{A_1 A_2 - A_3}$$

$$r^* = \frac{A_3 A_3 + A_2 A_3 - A_1 A_2 A_3}{A_1 A_2 A_2 - A_2 A_3} \quad (4)$$

C. Analisis Kestabilan Titik Tetap

Untuk melihat kestabilan dari titik tetap sistem dapat ditentukan berdasarkan nilai-nilai eigen dari matriks Jacobinya.

1) Kestabilan Titik Tetap Bebas dari Pejudi :

Matriks Jacobian untuk titik tetap bebas dari pejudi adalah:

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} - & - & 0 \\ 0 & -A_1 & \\ 0 & A_3 & -A_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

untuk menentukan nilai eigen dari matriks Jacobian tersebut dapat dilakukan dengan menyelesaikan persamaan  $\det(\theta I - J(E_0)) = 0$ .

$$| I - J(E_0) | = \begin{vmatrix} + & - & 0 \\ 0 & - +A_1 & \\ 0 & A_3 & +A_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

dari hasil determinan diperoleh nilai eigen negatif jika  $A_1 < + \frac{A_3}{A_2}$ , dan  $A_1 + A_2 > \dots$ , hal ini berarti bahwa titik tetap bebas dari pejudi stabil. Sebaliknya, jika  $A_1 > + \frac{A_3}{A_2}$ , dan  $A_1 + A_2 < \dots$  maka titik tetap bebas dari pejudi tidak stabil.

2) Kestabilan Titik Tetap Adanya Pejudi

Kestabilan titik tetap adanya pejudi dapat ditentukan dengan mencari nilai eigen dari matriks Jacobian, dapat dilakukan dengan menyelesaikan persamaan  $\det(\theta I - J(E^*)) = 0$ .

$$| I - J(E^*) | = \begin{vmatrix} + i_1^* & - s^* & - s^* & 0 \\ i_1^* & - s^* + i_2^* + A_1 & s^* - i_1^* & \\ 0 & i_2^* & - i_1^* + A_1 & 0 \\ 0 & A_3 & A_3 & +A_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

Dari persamaan (7) diperoleh nilai eigen yang negatif pada kondisi  $A_1 > 0, A_2 > 0$  maka dapat disimpulkan titik tetap adanya pejudi stabil pada saat  $R_0 < 1$ .

D. Simulasi Model

1) Simulasi Kestabilan Titik Tetap Bebas Dari Pjudi :

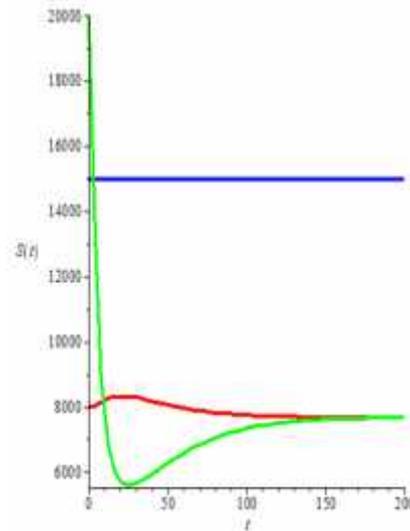
Parameter yang digunakan adalah  $\beta = 0,04$  pertahun,  $\gamma = 0,5$  pertahun,  $\mu = 0,06$  pertahun,  $\delta = 0,2$ ,  $\sigma = 0,04$  pertahun,  $\rho = 0,5$  pertahun dan  $\epsilon = 0,06$  pertahun. Berdasarkan nilai parameter diperoleh  $R_0 = 0,83333333$

Simulasi ini menggunakan nilai awal yaitu:

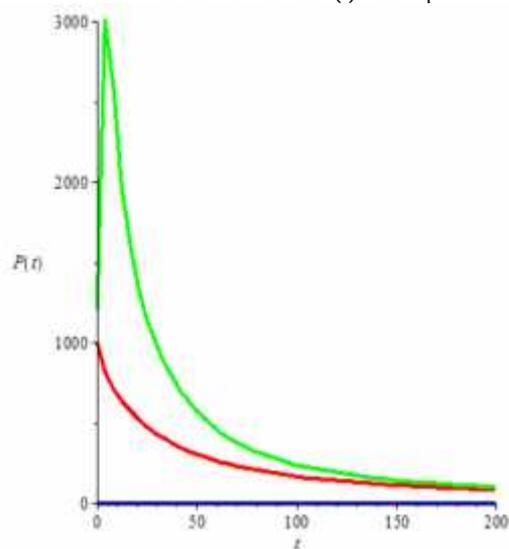
$S(0) = 15000$  orang,  $I_1(0) = 0$  orang,  $I_2(0) = 0$  orang,  $R(0) = 0$  orang.

$S(0) = 8000$  orang,  $I_1(0) = 1000$  orang,  $I_2(0) = 200$  orang,  $R(0) = 4000$  orang.

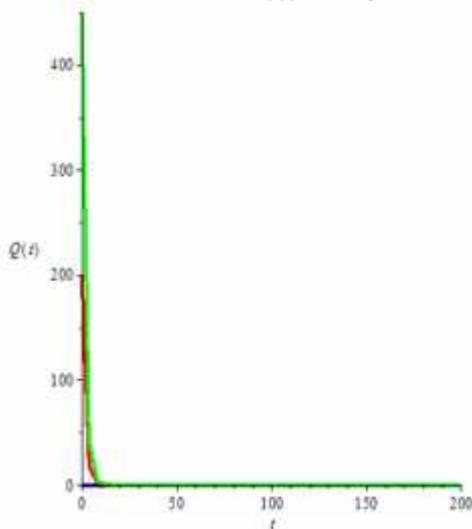
$S(0) = 2000$  orang,  $I_1(0) = 1200$  orang,  $I_2(0) = 450$  orang,  $R(0) = 8000$  orang.



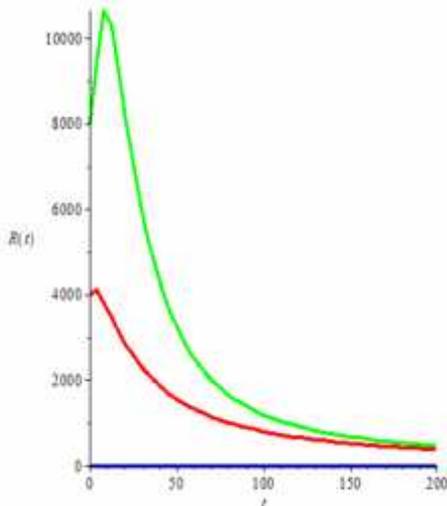
Gambar 1. Grafik S(t) terhadap t



Gambar 2. Grafik  $I_1(t)$  terhadap  $t$



Gambar 3. Grafik  $I_2(t)$  terhadap  $t$



Gambar 4. Grafik  $R(t)$  terhadap  $t$

Kurva biru mewakili titik tetap bebas dari pejudi, sedangkan kurva merah dan hijau adalah kurva dengan nilai awal yang berbeda. Arah gerak dari kurva merah dan hijau terhadap kurva biru inilah yang akan menentukan stabil atau tidaknya titik tetap bebas dari pejudi pada masing-masing grafik.

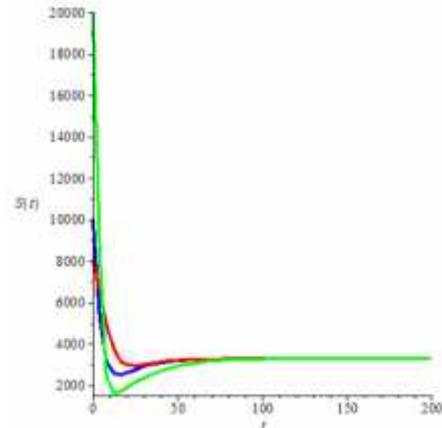
Dari grafik diatas dapat disimpulkan bahwa ketika tidak ada penyebaran pejudi dalam suatu populasi, maka jumlah individu pejudi akan hilang seiring berjalannya waktu, karena itu langkah yang dapat dilakukan adalah dengan menurunkan nilai  $R_0$  agar  $R_0 < 1$ , dan pemerintah dapat menangani jumlah pejudi.

2) *Simulasi Kestabilan Titik Tetap Adanya Pejudi :*

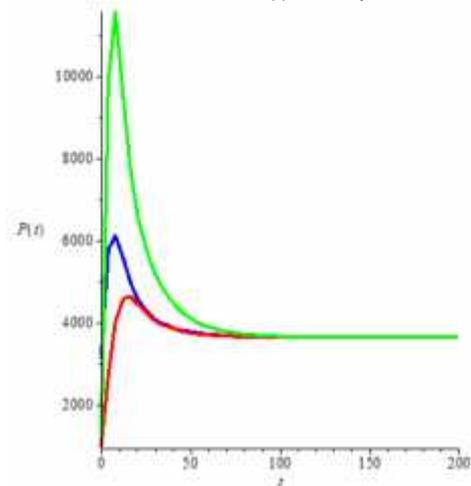
Parameter yang digunakan adalah  $\alpha = 0,04$  pertahun,  $\lambda = 0,5$  pertahun,  $\mu = 0,06$  pertahun,  $\rho = 0,2$  pertahun,  $\nu = 0,04$  pertahun,  $\delta = 0,05$  pertahun dan  $\sigma = 0,06$  pertahun. Berdasarkan nilai parameter diperoleh  $R_0 = 2,39333$ .

Simulasi ini menggunakan nilai awal yaitu:

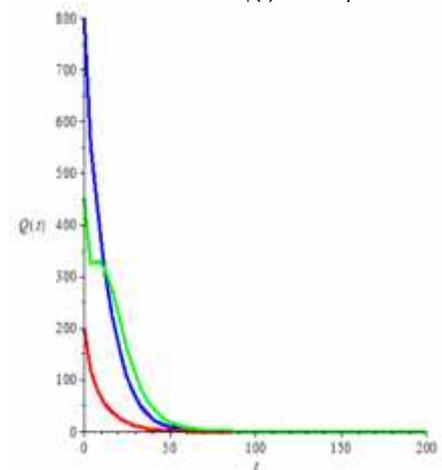
$S(0) = 10000$  orang,  $I_1(0) = 3100$  orang,  $I_2(0) = 800$  orang,  $R(0) = 1100$ .  
 $S(0) = 8000$  orang,  $I_1(0) = 1000$  orang,  $I_2(0) = 200$  orang,  $R(0) = 8000$  orang.  
 $S(0) = 20000$  orang,  $I_1(0) = 1200$  orang,  $I_2(0) = 450$  orang,  $R(0) = 8000$  orang.



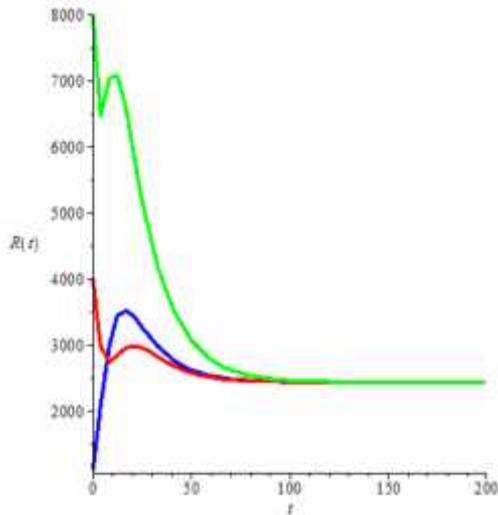
Gambar 5. Grafik  $S(t)$  terhadap  $t$



Gambar 6. Grafik  $I_1(t)$  terhadap  $t$



Gambar 7. Grafik  $I_2(t)$  terhadap  $t$



Gambar 8. Grafik R(t) terhadap t

Kurva biru mewakili titik tetap adanya pejudi, sedangkan kurva merah dan hijau adalah kurva dengan nilai awal yang berbeda. Arah gerak dari kurva merah dan hijau terhadap kurva biru inilah yang akan menentukan stabil atau tidaknya titik tetap tidak adanya pejudi pada masing-masing grafik.

Dari simulasi diatas dapat disimpulkan bahwa ketika ada penyebaran pejudi dalam suatu populasi, maka jumlah individu pejudi akan kembali pada jumlah awal seiring berjalannya waktu.

#### E. Interpretasi Hasil Analisis

Berdasarkan pembahasan diatas, diperoleh bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) dari model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi adalah:

$$R_0 = \frac{\dots}{+v+}$$

Faktor-faktor yang mempengaruhi dinamika jumlah populasi pejudi adalah tingkat pengaruh lingkungan yang mempengaruhi individu rentan berjudi menjadi individu berjudi ( ), tingkat kelahiran alami ( ), besarnya rasio pejudi tertangkap oleh polisi ( ), dan individu berjudi yang telah berhenti dari berjudi ( ).

Agar pejudi terus berkurang maka  $R_0 < 1$ . Maka pengaruh lingkungan untuk membuat individu rentan berjudi menjadi berjudi harus diperkecil serta individu yang telah berhenti berjudi menjadi berjudi kembali harus diperkecil dan untuk jumlah tingkat kematian alami, besarnya rasio pejudi tertangkap polisi dan besarnya rasio individu berjudi menjadi berhenti berjudi harus diperbesar.

Tingkat pengaruh lingkungan harus diperkecil dengan cara para orang tua, keluarga, sahabat harus memperhatikan pergaulan keluarganya, sahabatnya agar tidak terjerumus dalam perjudian dan juga bagi

pemerintah agar mengeluarkan peraturan lebih tegas terkait hal perjudian. Pemerintah harus menghasilkan produk hukum yang membuat efek jera dari perjudian.. Tingkat pulihnya pejudi harus diperbesar dengan cara melakukan penyuluhan secara moral dan agama tentang bahaya berjudi.

#### SIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan dapat

1. Model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi berbentuk persamaan diferensial nonlinear yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = N - \frac{S(I_1+I_2)}{N} - S$$

$$\frac{dI_1}{dt} = \frac{S(I_1+I_2)}{N} + R - \frac{I_1 I_2}{N} - ( +v+ ) I_1$$

$$\frac{dI_2}{dt} = \frac{I_2 I_1}{N} - ( +v+ ) I_2$$

$$\frac{dR}{dt} = (I_1+I_2)(v+ ) - ( + ) R$$

2. Titik tetap model matematika pengaruh lingkungan terhadap dinamika jumlah populasi pejudi yaitu :

a) Titik tetap bebas dari pejudi  $E_0 = (1,0,0,0)$ .

Dimana titik tetap  $E_0$  stabil saat  $A_1 < + \frac{A_3}{A_2}$  dan  $A_1 + A_2 > .$

b) Titik tetap adanya pejudi  $E^* = (s^*, i_1^*, i_2^*, r^*)$ .

Dimana:

$$s^* = \frac{A_1 A_2 - A_3}{A_3 + A_2 - A_3}$$

$$i_1^* = \frac{A_1}{\dots}$$

$$i_2^* = \frac{A_3 + A_2 + A_1 A_3 - A_1 A_2 - A_1 A_1 A_2}{A_1 A_2 - A_3}$$

$$r^* = \frac{A_3 A_3 + A_2 A_3 - A_1 A_2 A_3}{A_1 A_2 A_2 - A_2 A_3}$$

Dimana titik tetap adanya pejudi stabil pada saat  $A_1 > 0, A_2 > 0$ .

Faktor-faktor yang mempengaruhi dinamika jumlah populasi pejudi adalah tingkat pengaruh lingkungan yang mempengaruhi individu rentan berjudi menjadi individu berjudi ( ), tingkat kelahiran alami ( ), rasio tertangkapnya pejudi oleh polisi ( ), rasio berhentinya individu berjudi ( ).

#### REFERENSI

- [1] Blyuss KB, Kyrichko YN. 2005. *On a Basic Model of a Two-disease Epidemic*. New York: Elsevier applied Mathematics and computation.
- [2] Cain, John W., dan Reynold, Angela M. *Ordinary and Partial Differential Equation: An Introduction to Dynamical System*: Virginia Commonwealth University
- [3] Carole, Wade and Carol, Tavis. 2002. *Psychology*. Jakarta: Erlangga.

- [4] Davison, Gerald C., Neale, John M. and Kring, Ann M. 2006. *Psikologi Abnormal*. Jakarta: P.T Raja Grafindo Persada.
- [5] Johnson, Kohler. 2006. *Elementary Differential Equations with Boundary Value Problems*. New York: Greg Tobin.
- [6] Wahyudi Rozi. 2016. *Model Matematika Pengaruh Lingkungan Terhadap Dinamika Jumlah Populasi Pejudi*. Padang: UNP.
- [7] Widowati dan Sutimin. 2007. *Buku Ajaran Pemodelan Matematika*. Semarang: Universitas Diponegoro.