UNPjoMath Vol. 4 No 1 Maret 2021
ISSN: 977 235516589 Page 31-37

Menentukan Penjodohan Stabil pada Garaf Bipartisi Berbobot Menggunakan Algoritma Gale-Shapley

Himmah Halomoan[#1], Ahmad Fauzan[*2], Armiati[*3]

[#]Student of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia
*Lecturers of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia

[1]himmahhalomoan90@gmail.com
[2]ahmad.zan66@gmail.com
[3]armiati_math_unp@yahoo.co.id

Abstract – Stable matching is one of the topics in graph theory, as an application of weighted bipartite graph.On completion of the process of stable matching is used an algorithm is called Gale-Shapley algorithm. To find the stable matching in research, to analyzed stable matching in any weighted bipartite graph $G(X,Y)$ with $n(X)=n(Y)$ and $n(X)\neq n(Y)$, any weighted complete bipartite graph $K_{m,n}$ with $m=n$ and $m\neq n$, as well as also example of the application of stable matching using Gale-Shapley algorithm. Research purposes to determine stable matching in weighted bipartite graph using Gale-Shapley algoritm. The results of this research is using step by step Gale-Shapley algoritm untill get stable matching. Stable matching is only obtained on arbitrary any weighted bipartite graph $G(X,Y)$ with $n(X)=n(Y)$ and any weighted complete bipartite graph $K_{m,n}$ with $m=n$. In any weighted bipartite graph $G(X,Y)$ with $n(X)\neq n(Y)$ and any weighted complete bipartite graph $K_{m,n}$ with $m\neq n$, obtained maximum matching. Stable matching which has n element of a set of large, can be solved with a program Python 3.5.1.

Keywords – Matching, Graph, Gale-Shapley Algorithm

Abstrak – Penjodohan stabil merupakan salah satu topik dalam teori graf, sebagai aplikasi dari graf bipartisi berbobot. Pada proses penyelesaian penjodohan stabil digunakan suatu algoritma yaitu algoritma Gale-Shapley. Untuk menemukan penjodohan stabil dalam penelitian ini, dianalisis penjodohan stabil pada graf bipartisi sebarang berbobot $G(X,Y)$ dimana $n(X)=n(Y)$, dan $n(X)\neq n(Y)$, graf bipartisi lengkap sebarang berbobot $K_{m,n}$ dimana $m\neq n$, dan $m=n$, serta contoh penerapan penjodohan stabil menggunakan algoritma Gale-Shapley. Tujuan dari penelitian ini yaitu, menentukan penjodohan stabil pada graf bipartisi berbobot menggunakan algoritma Gale-Shapley. Hasil dari penelitian ini adalah mengikuti langkah-langkah algoritma Gale Shapley sehingga memperoleh penjodohan stabil. Penjodohan stabil hanya diperoleh pada graf bipartisi berbobot sebarang $G(X,Y)$ dimana $n(X)=n(Y)$ dan graf bipartisi lengkap berbobot sebarang $K_{m,n}$ dimana $m=n$. Pada graf bipartisi berbobot sebarang $G(X,Y)$ dimana $n(X)\neq n(Y)$ dan graf bipartisi lengkap berbobot sebarang $K_{m,n}$ dimana $m\neq n$, diperoleh penjodohan yang maksimal. Penjodohan stabil yang mempunyai n anggota himpunan besar, dapat diselesaikan dengan sebuah program Phyton 3.5.1.

Kata Kunci – Penjodohan, Graf, Algoritma Gale-Shapley.

PENDAHULUAN

Teori graf merupakan pokok bahasan yang sudah tua usianya, namun memiliki banyak terapan pada saat ini. Menggunakan teori graf, suatu masalah dapat dipresentasikan menjadi lebih sederhana dan mampu menerangkan masalah secara detail[6]. Permasalahan penjodohan merupakan bagian dari permasalahan dalam teori graf. Penjodohan merupakan sebuah himpunan dari sisi-sisi dengan tidak ada dua sisi yang *incident* (bersisian) pada satu titik yang sama[1].

Penjodohan stabil merupakan salah satu topik dalam teori graf, sebagai aplikasi baru dari penjodohan pada graf bipartisi. Persoalan penjodohan stabil dapat dinyatakan sebagai berikut, terdapat dua himpunan yaitu X dan Y, yang saling asing dan masing-masing mempunyai n anggota. Maka dapat diperoleh penjodohan antara X dan Y, sedemikian sehingga terdapat n pasangan (x,y) dengan $x\in X$ dan $y\in Y$. Jika di dalam penjodohan tersebut terdapat sebuah anggota X dan sebuah anggota Y yang tidak memiliki pasangan (jodoh) tetapi masing-masing saling menginginkan untuk memiliki pasangan, maka penjodohan yang demikian disebut penjodohan tidak stabil[4].

Untuk menyelesaikan permasalahan penjodohan stabil dapat digunakan berbagai algoritma, diantaranya algoritma Gale-Shapley, algoritma Backtracking, algoritma Deferred Acceptante, algoritma Hungarian, algoritma Genetik dan lainnya. Adapun algoritma yang digunakan dalam penelitian ini adalah algoritma Gale-Shapley.

Algoritma Gale-Shapley bertujuan untuk memasangkan himpunan penjodohan mejadi penjodohan stabil sesuai tingkat ketertarikan masing-masing himpunan[3]. Berikut adalah dasar algoritma Gale-Shapley:

```
Assign each person to be free;
While some man m is free do
Begin
w:= first woman on m's list to whom m has not yet proposed;
if we is free then
assign m and w to be engaged {to each other}
      else
      if w prefers m to her fiance m' then
      assign m and w to be angaged and m' to be free
        else
        w rejects m { and m remains free}
        end;
          output the stable matching consisting of the n
          engaged pairs[5].
```

Adapun langkah-langkah algoritma Gale-Shapley yaitu:

Langkah 0: Diberikan *n* laki-laki dan *n* perempuan. Setiap orang memberikan peringkat berdasarkan ketertartikan kepada semua lawan jenisnya dari peringkat pertama sampai peringkat n.

Langkah 1: Laki-laki melamar perempuan berperingkat pertama berdasarkan peringkat yang mereka buat masing-masing. Bisa saja seorang perempuan dilamar beberapa laki-laki sekaligus. Jika begini sang perempuan akan menerima laki-laki berperingkat paling tinggi berdasarkan peringkatnya.

Langkah 2: Serupa dengan langkah pertama, laki-laki melamar perempuan berperingkat 2 dan perempuan menerima lamaran laki-laki berperingkat paling tinggi. Jika seorang perempuan dilangkah pertama telah menerima X dan dilangkah kedua ada Y yang peringkatnya lebih tinggi dari pada X maka perempuan tersebut harus mencampakkan X dan menerima Y.

Begitu seterusnya sampai *langkah n.*

Outputnya adalah pernikahan yang stabil[3].

Pada algoritma Gale-Shapley, penjodohan stabil sesuai tingkat ketertarikan merupakan masalah bobot yang akan dibahas nantinya pada graf bipartisi. Graf bipartisi berbobot adalah graf bipartisi yang setiap sisinya diberikan sebuah harga (bobot)[6]. Bobot pada setiap sisi dapat menyatakan peringkat.

Pada graf berbobot sesuai tingkat ketertarikan merupakan bobot yang terurut, dimana bobot terurut adalah bobot yang memiliki urutan yang pertama dipasangkan hingga yang ke-n dipasangkan atau peringkat pertama dipasangkan hingga peringkat ke-n dipasangkan atau bobot yang memiliki urutan pertama disukai hingga yang disukai ke-*n*.

Tujuan dari penelitian ini yaitu, menentukan penjodohan stabil pada graf bipartisi berbobot menggunakan algoritma Gale-Shapley. Untuk menemukan penjodohan stabil dalam penelitian ini, dianalisis penjodohan pada graf bipartisi sebarang $G(X,Y)$ dimana $n(X) \neq n(Y)$, graf bipartisi berbobot sebarang $G(X,Y)$ dimana $n(X) = n(Y)$, graf bipartisi lengkap berbobot sebarang $K_{m,n}$ dimana $m \neq n$ dan graf bipartisi lengkap berbobot sebarang $K_{m,n}$ dimana $m = n$. Untuk masing-masing n anggota himpunan yang besar dapat diselesaikan dengan pembuatan program menggunakan *software* Python 3.5.1[2].

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian dasar. Metode yang digunakan adalah analisis terhadap teori-teori yang relevan terhadap permasalahan yang dibahas dan berdasarkan pada kajian kepustakaan. Dalam meninjau permasalahan yang dihadapi, langkah kerja yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Meninjau konsep-konsep dasar tentang graf yaitu: pengertian graf, istilah-istilah dasar graf, jenis-jenis graf yang berkaitan dengan penjodohan.
2. Mendefenisikan penjodohan dan penjodohan stabil.
3. Mendefenisikan algoritma Gale-Shapley dan menjelaskan langkah-langkah algoritma Gale-Shapley.
4. Menentukan penjodohan stabil pada graf bipartisi berbobot menggunakan algoritma Gale-Shapley. Dalam hal ini bobot pada graf bipartisi diberikan berdasarkan tingkat ketertarikan himpunan yang dipasangkan. Bobot dalam tingkat ketertarikan merupakan bobot yang terurut dari urutan peringkat pertama dipasangkan hingga yang peringkat ke-n dipasangkan.
5. Adapun graf bipartisi berbobot yang di analisis meliputi graf bipartisi berbobot sebarang $G(X,Y)$ dimana $n(X) \neq n(Y)$, graf bipartisi berbobot sebarang $G(X,Y)$ dimana $n(X) = n(Y)$, graf bipartisi lengkap berbobot sebarang $K_{m,n}$ dimana $m \neq n$ dan graf bipartisi lengkap berbobot sebarang $K_{m,n}$ dimana $m = n$.
6. Penerapan penjodohan stabil menggunakan algoritma Gale-Shapley pada persoalan kehidupan sehari-hari, seperti penjodohan antara laki-laki dengan perempuan pada biro jodoh dan penempatan pekerja dengan pekerjaan [2].

UNPjoMath Vol. 4 No 1
ISSN: 977 235516589

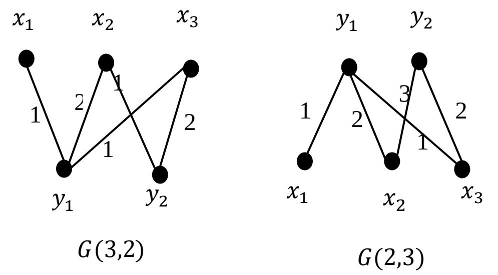
Maret 2021
Page 31-37

7. Penggunaan algoritma Galey-Shapley dalam pembuatan program dengan bantuan software Python 3.5.1 untuk mempermudah menentukan penjodohan stabil pada himpunan-himpunan yang mempunyai n anggota yang besar.
8. Menarik kesimpulan dari hasil penentuan penjodohan stabil pada graf bipartisi berbobot yang dianalisis.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut akan ditentukan penjodohan stabil pada graf bipartisi berbobot menggunakan algoritma Gale-Shapley. Dalam hal ini akan ditinjau penjodohan stabil pada:

1. Graf Bipartisi Berbobot Sebarang $G(X,Y)$ dimana $n(X) \neq n(Y)$.
   Pada kasus ini dipilih graf bipartisi berbobot $G(3,2)$ dan $G(2,3)$ dengan 5 sisi sebagai berikut:



Gambar 1. Graf bipartisi berbobot $G(3,2)$ dan $G(2,3)$

Dari gambar graf bipartisi berbobot $G(3,2)$ dan $G(2,3)$ di atas diperoleh tabel hubungan antara X terhadap Y dan Y terhadap X berdasarkan tingkat bobot sebagai berikut:

TABEL I
PERINGKAT BOBOT TITIK X TERHADAP Y PADA GRAF BIPARTISI BERBOBOT $G(3,2)$

X	Y	
	Peringkat ke-	
	1	2
x_1	y_1	
x_2	y_2	y_1
x_3	y_1	y_2

TABEL II
PERINGKAT BOBOT TITIK Y TERHADAP X PADA GRAF BIPARTISI BERBOBOT $G(3,2)$

Y	X		
	Peringkat ke-		
	1	2	3
y_1	x_1	x_2	x_3
y_2	x_2	x_3	

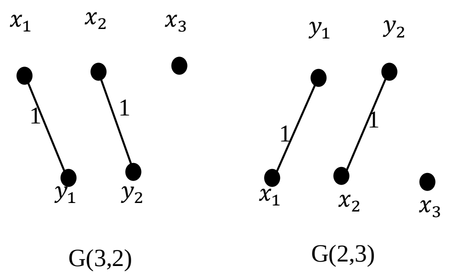
Berdasarkan peringkat bobot pada tabel di atas, untuk memperoleh penjodohan stabil menggunakan algoritma Gale-Shapley dilakukan langkah-langkah berikut:

Langkah 1: Titik x_1 dipasangkan dengan titik y_1.
Titik x_2 dipasangkan dengan titik y_2.
Titik x_3 dipasangkan dengan titik y_1.
Titik y_1 harus dipasangkan dengan titik x_1 dan menolak dipasangkan dengan titik x_3.
Karena titik x_1 peringkatnya lebih tinggi dari pada titik x_3.
Sehingga diperoleh 2 pasangan yaitu: $\{(x_1,y_1)$ dan $(x_2,y_2)\}$.

Langkah 2: Langkah kedua hanya dilakukan untuk titik x_3.
Titik x_3 dipasangkan dengan titik y_2.
Titik y_2 harus dipasangkan dengan titik x_2 dan menolak dipasangkan dengan titik x_3.
Karena titik x_2 peringkatnya lebih tinggi dari pada titik x_3.
Sehingga diperoleh 2 pasangan yaitu: $\{(x_1,y_1)$ dan $(x_2,y_2)\}$.
Langkah selesai karena titik x_3 tidak dapat dipasangkan lagi pada anggota Y.

Hasil penjodohan dengan menggunakan algoritma Gale-Shapley adalah:
1. x_1 dipasangkan dengan y_1, dan
2. x_2 dipasangkan dengan y_2.

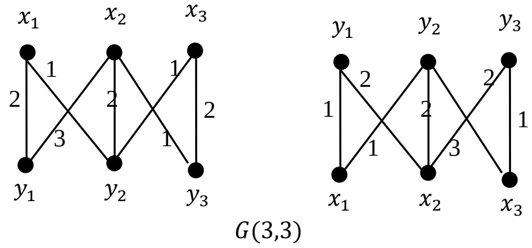
Dengan penjodohan dalam bentuk graf sebagai berikut:



Gambar 2. Hasil penjodohan pada graf bipartisi berbobot $G(3,2)$ dan $G(2,3)$

Hasil penjodohan pada graf bipartisi berbobot $G(3,2)$ dan $G(2,3)$ dengan 5 sisi bukan merupakan penjodohan stabil karena ada salah satu titik yaitu titik x_3 yang tidak mendapatkan pasangan pada titik Y. Tetapi, penjodohan yang diperoleh pada graf bipartisi $G(3,2)$ dan $G(2,3)$ menggunakan algoritma Gale-Shapley merupakan penjodohan maksimal.

2. Graf Bipartisi Berbobot Sebarang $G(X,Y)$ dimana $n(X) = n(Y)$.
   Pada kasus ini dipilih graf bipartisi berbobot $G(3,3)$ dengan 7 sisi sebagai berikut:



Gambar 3. Graf bipartisi berbobot $G(3,3)$

Dari gambar graf bipartisi berbobot $G(3,3)$ diperoleh tabel hubungan antara X terhadap Y dan Y terhadap X berdasarkan tingkat bobot sebagai berikut:

TABEL III
PERINGKAT BOBOT TITIK X TERHADAP Y PADA GRAF BIPARTISI BERBOBOT $G(3,3)$

X	Y		
	Peringkat ke-		
	1	2	3
x_1	y_2	y_1	
x_2	y_3	y_2	y_1
x_3	y_2	y_3	

TABEL IV
PERINGKAT BOBOT TITIK Y TERHADAP X PADA GRAF BIPARTISI BERBOBOT $G(3,3)$

Y	X		
	Peringkat ke-		
	1	2	3
y_1	x_1	x_2	
y_2	x_1	x_2	x_3
y_3	x_3	x_2	

Berdasarkan peringkat bobot pada tabel di atas, untuk memperoleh penjodohan stabil menggunakan algoritma Gale-Shapley dilakukan langkah-langkah berikut:

Langkah 1: Titik x_1 dipasangkan dengan titik y_2.
Titik x_2 dipasangkan dengan titik y_3.
Titik x_3 dipasangkan dengan titik y_2.
Titik y_2 harus dipasangkan dengan titik x_1 dan menolak dipasangkan dengan titik x_3.
Karena titik x_1 peringkatnya lebih tinggi dari pada titik x_3.
Sehingga diperoleh 2 pasangan yaitu: $\{(x_1, y_2)$ dan $(x_2, y_3)\}$.

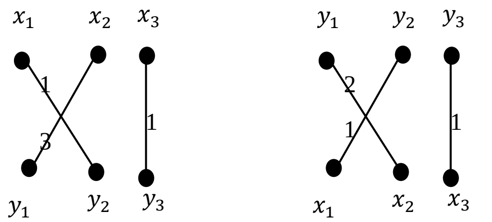
Langkah 2: Langkah kedua hanya dilakukan untuk titik x_3.
Titik x_3 dipasangkan dengan titik y_3.
Titik y_3 harus dipasangkan dengan titik x_3 dan menolak dipasangkan dengan titik x_2.
Karena titik x_3 peringkatnya lebih tinggi dari pada titik x_2.
Sehingga diperoleh 2 pasangan yaitu: $\{(x_1, y_2)$ dan $(x_3, y_3)\}$.

Langkah 3: Langkah hanya ketiga dilakukan untuk titik x_2.
Titik x_2 dipasangkan dengan titik y_1. Titik y_1 harus dipasangkan dengan titik x_2.
Sehingga diperoleh 3 pasangan yaitu: $\{(x_1, y_2), (x_2, y_1)$dan $(x_3, y_3)\}$.
Langkah selesai karena semua titik X sudah dipasangkan pada semua anggota Y.

Hasil penjodohan dengan menggunakan algoritma Gale-Shapley adalah:

1. x_1 dipasangkan dengan y_2,
2. x_2 dipasangkan dengan y_1, dan
3. x_3 dipasangkan dengan y_3.

Dengan penjodohan dalam bentuk graf sebagai berikut:

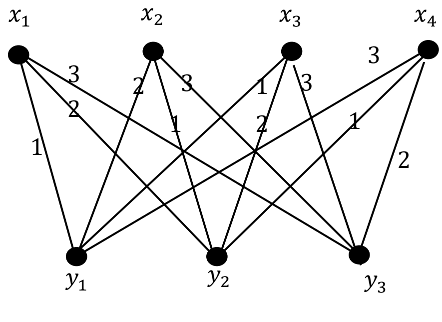


$G(3,3)$

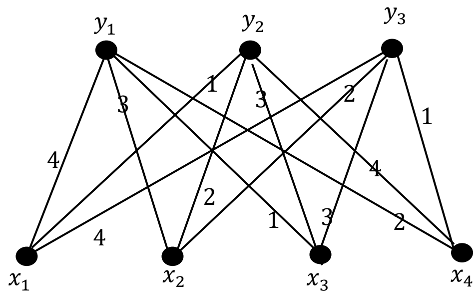
Gambar 4. Hasil penjodohan pada Graf bipartisi berbobot $G(3,3)$

Hasil penjodohan pada graf bipartisi berbobot $G(3,3)$ dengan 7 sisi merupakan penjodohan stabil karena semua anggota titik X mendapatkan pasangan pada titik Y dan sebaliknya semua anggota titik Y mendapatkan pasangan pada titik X. Penjodohan yang diperoleh pada graf bipartisi berbobot $G(3,3)$ juga merupakan penjodohan sempurna dan penjodohan maksimal.

3. Graf Bipartisi Lengkap Berbobot Sebarang $K_{m,n}$ dimana $m \neq n$.
   Pada kasus ini dipilih graf bipartisi lengkap berbobot $K_{4,3}$ dan $K_{3,4}$ dimana $m \neq n$ sebagai berikut:



$K_{4,3}$



$K_{3,4}$

Gambar 5. Graf bipartisi lengkap berbobot $K_{4,3}$ dan $K_{3,4}$

Dari gambar graf bipartisi lengkap berbobot $K_{4,3}$ dan $K_{3,4}$ diperoleh tabel hubungan antara X terhadap Y dan Y terhadap X berdasarkan tingkat bobot sebagai berikut:

TABEL V
PERINGKAT BOBOT TITIK X TERHADAP Y PADA GRAF BIPARTISI LENGKAP BERBOBOT $K_{4,3}$

X	Y		
	Peringkat ke-		
	1	2	3
x_1	y_1	y_2	y_3
x_2	y_2	y_1	y_3
x_3	y_1	y_2	y_3
x_4	y_2	y_3	y_1

TABEL VI
PERINGKAT BOBOT TITIK Y TERHADAP X PADA GRAF BIPARTISI LENGKAP BERBOBOT $K_{3,4}$

Y	X			
	Peringkat ke-			
	1	2	3	4
y_1	x_3	x_4	x_2	x_1
y_2	x_1	x_2	x_3	x_4
y_3	$x4$	x_2	x_3	x_1

Berdasarkan peringkat bobot pada tabel di atas, untuk memperoleh penjodohan stabil menggunakan algoritma Gale-Shapley dilakukan langkah-langkah berikut:

Langkah 1: Titik x_1 dipasangkan dengan titik y_1.
Titik x_2 dipasangkan dengan titik y_2.
Titik x_3 dipasangkan dengan titik y_1.
Titik x_4 dipasangkan dengan titik y_2.
Titik y_1 harus di pasangkan dengan titik x_3 dan menolak dipasangkan dengan titik x_1.
Karena titik x_3 peringkatnya lebih tinggi dari pada titik x_1. Titik y_2 harus dipasangkan dengan titik x_2 dan menolak dipasangkan dengan titik x_4.
Karena titik x_2 peringkatnya lebih tinggi dari pada titik x_4.
Sehingga diperoleh 2 pasangan yaitu: $\{(x_2, y_2)$ dan $(x_3, y_1)\}$.

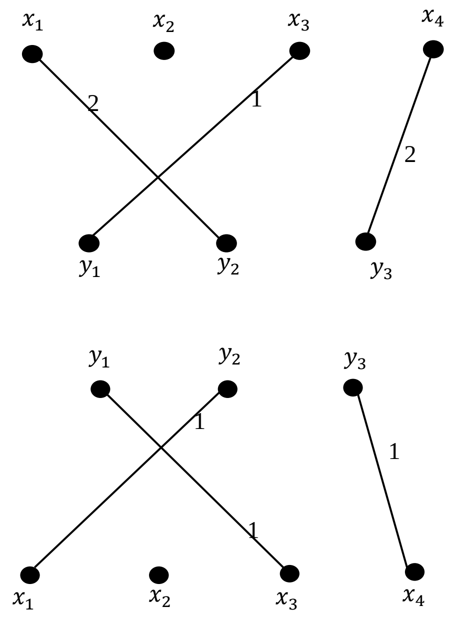
Langkah 2: Langkah kedua hanya dilakukan untuk titik x_1 dan x_4.
Titik x_1 dipasangkan dengan titik y_2.
Titik x_4 dipasangkan dengan titik y_3.
Titik y_2 harus dipasangkan dengan titik x_1 dan menolak dipasangkan dengan titik x_2.
Karena titik x_1 peringkatnya lebih tinggi dari pada titik x_2. Titik y_3 harus dipasangkan dengan titik x_4. Karena titik x_4 peringkatnya tertinggi dari y_3.
Sehingga diperoleh 3 pasangan yaitu: $\{(x_1, y_2), (x_3, y_1),$ dan $(x_4, y_3)\}$.

Langkah 3: Langkah ketiga hanya dilakukan untuk titik x_2.
Titik x_2 dipasangkan dengan titik y_3.
Titik y_3 menolak dipasangkan dengan titik x_2. Karena titik x_4 peringkatnya lebih tinggi dari pada titik x_2.
Sehingga diperoleh 3 pasangan yaitu: $\{(x_1, y_2), (x_3, y_1),$ dan $(x_4, y_3)\}$.
Langkah selesai karena titik x_2 tidak dapat di pasangkan lagi pada anggota Y.

Hasil penjodohan dengan menggunakan algoritma Gale-Shapley adalah:

1. x_1 dipasangkan dengan y_2,
2. x_3 dipasangkan dengan y_1, dan
3. x_4 dipasangkan dengan y_3.

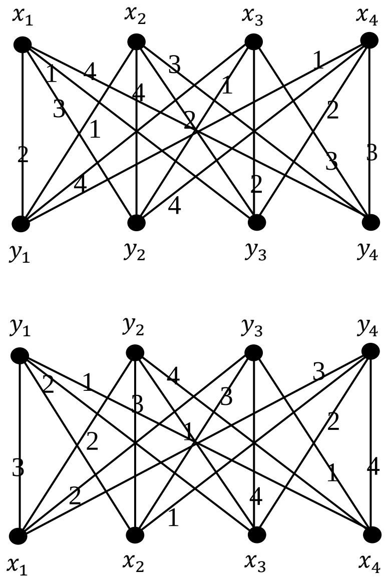
Dengan hasil penjodohan dalam bentuk graf sebagai berikut:



Gambar 6. Hasil penjodohan pada graf bipartisi lengkap berbobot $K_{4,3}$dan $K_{3,4}$

Hasil penjodohan pada graf bipartisi lengkap berbobot $K_{4,3}$ dan $K_{3,4}$ bukan merupakan penjodohan stabil karena ada salah satu titik yaitu titik x_3 yang tidak mendapatkan pasangan pada titik Y. Tetapi penjodohan yang diperoleh pada graf bipartisi lengkap berbobot $K_{4,3}$ dan $K_{3,4}$ menggunakan algoritma Gale-Shapley merupakan penjodohan maksimal.

4. Graf Bipartisi Komplit Berbobot Sebarang $K_{m,n}$ dimana $m = n$.
   Pada kasus ini dipilih graf bipartisi berbobot $K_{4,4}$ (dimana $m = n = 4$) sebagai berikut:



Gambar 7. Graf bipartisi lengkap berbobot K_4

Dari gambar graf bipartisi lengkap berbobot K_4 diperoleh tabel hubungan antara titik X terhadap titik Y dan titik Y terhadap titik X berdasarkan tingkat bobot sebagai berikut:

TABEL VII
PERINGKAT BOBOT TITIK X TERHADAP Y PADA GRAF BIPARTISI LENGKAP BERBOBOT K_4

X	Y			
	Peringkat ke-			
	1	2	3	4
x_1	y_3	y_1	y_2	y_4
x_2	y_1	y_3	y_4	y_2
x_3	y_2	y_3	y_4	y_1
x_4	y_1	y_3	y_4	y_2

TABEL VIII
PERINGKAT BOBOT TITIK Y TERHADAP X PADA GRAF BIPARTISI LENGKAP BERBOBOT K_4

Y	X			
	Peringkat ke-			
	1	2	3	4
y_1	x_4	x_3	x_1	x_2
y_2	x_3	x_1	x_2	x_4
y_3	x_4	x_1	x_2	x_3
y_4	x_2	x_3	x_1	x_4

Berdasarkan peringkat bobot pada tabel di atas, untuk memperoleh penjodohan stabil menggunakan algoritma Gale-Shapley dilakukan langkah-langkah berikut:

Langkah 1: Titik x_1 dipasangkan dengan titik y_3.
Titik x_2 dipasangkan dengan titik y_1.
Titik x_3 dipasangkan dengan titik y_2.
Titik x_4 dipasangkan dengan titik y_1.
Titik y_1 harus dipasangkan dengan titik x_4 dan menolak dipasangkan dengan titik x_2.
Sehingga diperoleh 3 pasangan yaitu: $\{(x_1, y_3), (x_3, y_2)$ dan $(x_4, y_1)\}$.

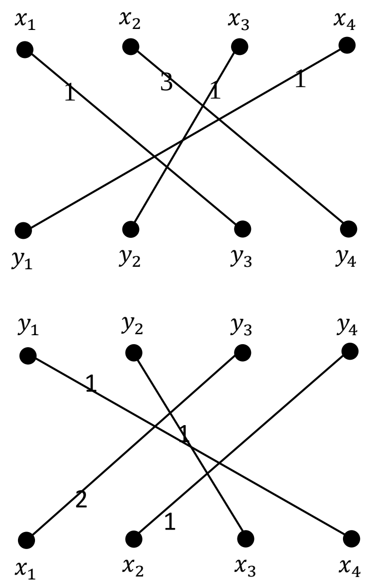
Langkah 2: Langkah kedua hanya dilakukan untuk titik x_2.
Titik x_2 dipasangkan dengan titik y_3.
Titik y_3 menolak dipasangkan dengan titik x_2.
Karena titik x_1 peringkatnya lebih tinggi dari pada titik x_2.
Sehingga diperoleh 3 pasangan yaitu: $\{(x_1, y_3), (x_3, y_2)$ dan $(x_4, y_1)\}$.

Langkah 3: Langkah ketiga dilakukan lagi untuk titik x_2
Titik x_2 dipasangkan dengan titik y_4.
Titik y_4 dipasangkan dengan titik x_2.
Sehingga diperoleh 4 pasangan yaitu: $\{(x_1, y_3), (x_3, y_2), (x_4, y_1),$ dan $(x_2, y_4)\}$.
Langkah selesai karena semua anggota titik X sudah mendapat pasangan pada anggota Y, begitu sebaliknya anggota titik Y telah mendapat pasang pada X.

Hasil penjodohan dengan menggunakan algoritma Gale-Shapley adalah:

1. x_1 dipasangkan dengan y_3,
2. x_2 dipasangkan dengan y_4,
3. x_3 dipasangkan dengan y_2, dan
4. x_4 dipasangkan dengan y_1.

Dengan hasil penjodohan dalam bentuk graf sebagai berikut:



Gambar 8. Hasil penjodohan pada graf bipartisi lengkap berbobot K_4

Hasil penjodohan pada graf bipartisi lengkap berbobot K_4 merupakan penjodohan stabil karena semua anggota titik X mendapatkan pasangan pada titik Y dan sebaliknya semua anggota titik Y mendapatkan pasangan pada titik X. Penjodohan yang diperoleh pada graf bipartisi lengkap berbobot K_4 juga juga merupakan penjodohan sempurna dan penjodohan maksimal.

Hasil menentukan penjodohan stabil pada graf bipartisi menggunaan algoritma Gale-Shpaley dengan bantuan program Phyton 3.5.1 dapat di lihat pad lampiran 1 sampai lampiran 6[3]. Hasil yang di peroleh menggunakan *sofware* Phyton 3.5.1 sama dengan hasil pada penentuan penjodohan pada graf bipartsi berbobot, tetapi menggunakan sofware Phyton 3.5.1 prosesnya lebih cepat dalam menentukan penjodohan stabil. Dengan bantuan program *Phyton 3.5.1* lebih memudahkan dalam menentukan penjodohan stabil pada himpunan-himpunan yang mempunyai n anggota yang besar.

SIMPULAN

Berdasarkan uraian pada bab pembahasan, dalam menentukan penjodohan stabil pada graf bipartisi berbobot menggunakan algoritma Gale-Shapley dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Langkah pertama yang harus dilakukan adalah memberikan bobot berdasarkan tingkat ketertarikan anggota himpunan yang akan dijodohkan dari tingkat ketertarikan pertama hingga ke-n.
2. Langkah kedua adalah menentukan penjodohan stabil berdasarkan tingkat ketertarikan anggota himpunan dari peringkat pertama hingga peringkat ke-n.
3. Ulangi langkah kedua sampai semua anggota himpunan memperoleh penjodohan.
4. Penjodohan stabil pada graf bipartisi berbobot menggunakan algoritma Gale-Shapley hanya diperoleh pada graf bipartisi berbobot sebarang $\mathrm{G(X, Y)}$ dimana $\mathrm{n(X) = n(Y)}$ dan graf bipartisi lengkap berbobot sebarang $\mathrm{K_{m,n}}$ dimana $\mathrm{m = n}$.
5. Pada graf bipartisi berbobot sebarang G(X,Y) dimana $n(X) \neq n(Y)$ dan graf bipartisi lengkap berbobot sebarang $K_{m,n}$ dimana $m \neq n$, hanya diperoleh penjodohan yang maksimal.

REFERENSI

[1] Abrori, M & Wahyuningsih, R. 2012. *Penentuan Matching Maksimum Pada Graf Bipartit Berbobot Menggunakan Metode Hungarian*. Jurnal Ilmiah Terbaik Industri, 11(1):9-21.

[2] Halomoan, Himmah.2016. *Penjodohan Stabil pada Graf Bipartisi Berbobot Menggunakan Algoritma Gale-Shapley*. Tugas Akhir.Padang.UNP.

[3] http://ariaturns.com/2014/09/05/pernikahan-yang-stabil/ (diakses bulan desember 2015).

[4] http://eprints.undip.ac.id/32180/5/M00Agung_Fazarningsih chapter I.pdf (diakses bulan desember 2015).

[5] http://journal.uii.ac.id/index.php/Snati/article/viewFile/3098/2847 (diakses bulan desember 2015).

[6] Munir, Rinaldi. 2005. *Matematika Diskrit*. Bandung: ITB.