

Optimasi Pendistribusian Air PDAM Payakumbuh dengan VAM dan Pengujian Optimalitasnya Menggunakan Metode MODI

Annisa^{#1}, Hendra Syarifuddin^{*2}, Riry Sriningsih^{*3}

[#]*Student of Mathematics Department, Universitas Negeri Padang*

^{*}*Lecturer of Mathematics Department, Universitas Negeri Padang*

¹annisyajepisa@gmail.com

²hendrasy@yahoo.com

³srirysriningsih@yahoo.com

Abstract – Optimization model is one of the analysis models which identifies operations research. Transportation model relates to the determination of the least cost plan to send an item from a number of source to a number of destination areas, like VAM. VAM principle is choose least of the least cost of each row and column and then calculate the difference between it. The difference is called Vogel number. VAM method will provide an initial solution to find the nearest optimal solution. Therefore it is necessary to do a test the optimality of the initial solution using MODI. MODI method is to resolve the case of the transportation that was developed from the stepping stone method. The purpose of this research is determining the optimal water distribution with minimum distribution cost. The result of this indicates that the operating costs is Rp. 6,344,697.13 before it was done minimization and the operational costs is Rp. 5,284,908.08 after it was done minimization by VAM.

Keywords – vogel approximation, modified distribution, optimization, water distribution.

Abstrak – Model Optimasi merupakan salah satu model analisis sistem yang diidentikkan dengan riset operasi. Model Transportasi berkaitan dengan penentuan rencana biaya terendah untuk mengirim suatu barang dari sejumlah sumber ke sejumlah daerah tujuan, salah satunya VAM. Prinsip kerja dari VAM adalah memilih harga-harga ongkos atau biaya terkecil tiap-tiap baris dan kolom kemudian menghitung selisih antara biaya terkecil tersebut dengan biaya terkecil berikutnya. Bilangan-bilangan selisih tersebut dinamakan bilangan vogel. Metode VAM akan memberikan solusi awal yang mendekati optimal. Oleh sebab itu perlu dilakukan pengujian optimalitas dari solusi awal tersebut menggunakan MODI. Metode MODI merupakan penyelesaian kasus transportasi yang dikembangkan dari metode *Steeping Stone*. Tujuan penelitian ini, menentukan distribusi optimal dengan biaya distribusi minimum. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa biaya operasional pendistribusian yang dikeluarkan sebelum dilakukan minimalisasi yaitu Rp. 6,344,697.13 dan biaya operasional pendistribusian yang dikeluarkan setelah diminimalisasi menggunakan VAM yaitu Rp. 5,284,908.08.

Kata Kunci – aproksimasi vogel, modified distribution, optimasi, pendistribusian air.

PENDAHULUAN

Air merupakan salah satu sumber daya alam yang memiliki fungsi yang sangat vital bagi kehidupan makhluk hidup di muka bumi. Kebutuhan akan air bersih di daerah perkotaan merupakan suatu kebutuhan yang sangat penting bagi berbagai lapisan masyarakat. Air yang berkualitas menjadi tuntunan masyarakat saat ini. Dalam memenuhi kebutuhan air bersih penduduk perkotaan tidak dapat mengandalkan air sebagai sumber air langsung seperti air permukaan dan air hujan yang sebagian besar sudah tercemar.

Bertambahnya jumlah penduduk menyebabkan kebutuhan akan air semakin meningkat sehingga menyebabkan krisis air. Di samping bertambahnya populasi, kerusakan lingkungan merupakan salah satu penyebab berkurangnya sumber air bersih. Pembuangan sampah dan limbah ke sungai, pembabatan hutan

menambah berkurangnya asupan air bersih saat ini.

Melihat kondisi sumber daya air yang demikian, maka diperlukan kebijakan dan strategi pengolahan sumber daya air yang lebih efektif. Hal ini mendorong pemerintah daerah mendirikan suatu badan usaha yang bergerak dalam bidang pemenuhan air bersih yaitu Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM).

Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Kota Payakumbuh adalah badan usaha milik pemerintah Daerah, yang bertugas untuk memenuhi kebutuhan akan air bersih bagi masyarakat yang ada di Kota Payakumbuh. PDAM Kota Payakumbuh memiliki tiga sumber mata air yang terletak di Kabupaten 50 Kota. Setiap sumber mata air memproduksi air yang dirasa cukup atau boleh dikatakan berlebih untuk memenuhi kebutuhan masyarakat Kota Payakumbuh, akan tetapi air yang diproduksi oleh mata ketiga sumber mata air memiliki kapasitas yang terbatas untuk didistribusikan ke daerah

pelayanan PDAM Kota Payakumbuh. Hal ini disebabkan karena penduduk setempat Kabupaten 50 Kota membatasi banyak air yang bias didistribusikan ke daerah pelayanan. Karena air yang diproduksi oleh setiap sumber mata air juga digunakan untuk irigasi di Kabupaten 50 Kota. Banyak sambungan pipa PDAM Kota Payakumbuh sampai saat ini adalah sebanyak 20,076 sambungan rumah pelanggan.

Dalam menjalankan kegiatannya PDAM harus mempertimbangkan prinsip ekonomi, yaitu dengan pengeluaran yang minimal dapat menghasilkan kinerja yang maksimal, dalam hal ini memenuhi kebutuhan konsumen akan air bersih. Tentu saja dalam mencapai tujuan tersebut PDAM menemui beberapa kendala, diantaranya :

1. Keterbatasan alat produksi air bersih seperti pipa yang telah usang, bangunan intake yang sudah lama dibangun.
2. Terbatasnya ketersediaan air bersih yang akan didistribusikan ke wilayah-wilayah tujuan. Hal ini disebabkan oleh sumber air yang ada hanya terdapat pada daerah Kabupaten 50 Kota.
3. Terbatasnya biaya operasional
4. Kebutuhan masyarakat akan air bersih semakin meningkat sehingga perlu sumber.

Berbagai kendala yang dihadapi PDAM Kota Payakumbuh mengakibatkan kualitas air yang dihasilkan PDAM Kota Payakumbuh semakin menurun. Oleh sebab itu PDAM Kota Payakumbuh perlu melakukan evaluasi untuk mengatasi kendala-kendala yang ada. Sehingga PDAM kota Payakumbuh perlu melakukan perbaikan terhadap alat-alat pendistribusian air yang sudah usang/lama agar kualitas air tetap terjaga kelestariannya.

Model optimasi merupakan salah satu model analisis sistem yang diindikasikan dengan *operation research* [2]. Optimasi juga dapat diartikan upaya untuk meningkatkan kinerja sehingga mempunyai kualitas terbaik dan kinerja yang tinggi. Untuk mencari nilai optimasi digunakan program linear.

Program Linear merupakan salah satu cara yang digunakan dalam proses optimasi dari suatu persoalan yang dapat diinformasikan ke dalam bentuk model matematis. Hal ini akan mengakibatkan metode ini dapat dipergunakan untuk memecahkan permasalahan dengan tujuan untuk memperoleh keadaan yang optimal dengan memperhitungkan kendala-kendala yang ada. Pemrograman linear adalah sebuah metode matematis yang berkarakteristik linear untuk menentukan suatu penyelesaian optimal dengan cara memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap satu susunan kendala [3]. Dalam mencari biaya yang minimal untuk pendistribusian suatu barang diperlukan metode transportasi.

Pada dasarnya, transportasi dan penugasan menurut [4] adalah model-model "*management science*" untuk menyelesaikan masalah alokasi sumber-sumber organisasi yang terbatas seperti biaya, tenaga kerja,

kapasitas mesin, bahan baku, dan lain-lain. Masalah alokasi sumber-sumber tersebut perlu diperhatikan agar tujuan organisasi dapat dicapai dengan menggunakan sumber-sumber yang tepat sehingga nilai optimalitasnya dapat dipertanggungjawabkan. Pada metode transportasi barang yang didistribusikan adalah barang yang merupakan produk tunggal/ produk yang sama. Penelitian ini menggunakan metode transportasi yaitu VAM (*Vogel Approximation Method*).

Prinsip dari metode ini adalah memilih harga-harga ongkos terkecil tiap-tiap baris kemudian menghitung selisih antara ongkos terkecil tersebut dengan ongkos terkecil berikutnya. Dalam hal ini yang selisihnya nol tidak diperhatikan. Hal yang sama diperlakukan terhadap kolom. Bilangan-bilangan selisih tersebut dikenal dengan bilangan Vogel. Langkah-langkah VAM menurut Siswanto (2007: 280) antara lain :

- a) Penentuan selisih nilai dua c_{ij} terkecil. Selisih nilai c_{ij} ditentukan untuk setiap baris dan kolom.
- b) Pemilihan nilai terbesar dari selisih dua c_{ij} terkecil.
- c) Alokasi pada sel dengan c_{ij} terkecil pada baris/kolom yang terpilih tadi.
- d) Ulangi langkah 1 sampai 3 hingga semua permintaan terpenuhi dan persediaan habis.

Setelah diperoleh solusi awal yang diperoleh akan dilakukan uji optimalitasnya menggunakan MODI (*Modified Distribution*). Metode MODI digunakan setelah diperoleh solusi awal untuk mendapatkan (atau membuktikan) solusi optimalnya. MODI menguji optimalitas tabel dengan cara menghitung *Opportunity Cost* pada sel-sel yang tidak terkena alokasi distribusi. *Opportunity Cost* adalah biaya yang harus ditanggung bila satu alternatif keputusan dipilih. Dalam hal ini, bila sel-sel kosong tersebut ternyata memiliki *Opportunity Cost* positif, maka menurut metode ini dikatakan bahwa tabel belum optimal, karena masih ada alternatif distribusi yang akan memberikan total biaya distribusi lebih rendah. Jadi, menurut MODI tabel akan dikatakan optimal jika dan hanya jika *Opportunity Cost* sel-sel kosong adalah negatif atau nol.

METODE

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Kota Payakumbuh. Penelitian ini dilakukan difokuskan pada masalah ketersediaan air dan pendistribusian air ke daerah pelayanan. Biaya pendistribusian merupakan biaya operasional termasuk biaya perawatan, pemakaian bahan, pergantian pipa, listrik dan biaya untuk pekerja atau gaji.

Langkah-langkah analisis data dalam penelitian ini dapat diurutkan sebagai berikut :

1. Membuat model optimasi pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh dari sumber mata air ke daerah tujuan.

2. Menghitung biaya produksi per m^3 setiap sumber mata air PDAM Kota Payakumbuh.
3. Menghitung jumlah penawaran air perbulan dari setiap sumber mata air ke setiap daerah pelayanan.
4. Mengatur pasokan pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh dari sumber mata air ke daerah tujuan. Setelah pengaturan pasokan pendistribusian terbentuk, maka diperukan langkah-langkah berikut:
 - a) Membentuk matriks transportasi.
 - b) Menentukan biaya pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh.
 - c) Menyusun tabel awal dengan VAM.

Setelah penyusunan tabel awal terbentuk dan solusi awal dengan VAM diperoleh, selanjutnya dilakukan uji optimalitas dengan metode MODI, tujuannya untuk melihat apakah hasil yang diperoleh sudah optimal atau belum. Menurut Siswanto (2007:286) langkah pengujian optimalitas menggunakan MODI adalah sebagai berikut:

- 1) Menguji apakah $(m+n-1)$ jumlah sel sudah terisi. Dimana m adalah banyak sumber, n adalah banyak daerah tujuan (rayon).
- 2) Menentukan u_i dan v_j untuk seluruh baris dan kolom dengan pedoman bahwa $o_{ij} = 0$ untuk seluruh sel-sel yang terisi. Dimana u_i adalah angka kunci pada setiap baris, v_j adalah angka kunci pada setiap kolom serta o_{ij} adalah biaya istribusi yang harus ditanggung oleh PDAM jika memilih daerah rayon yang adan dituju.
- 3) Menentukan *opportunity cost* o_{ij} pada seluruh sel-sel yang kosong.

Setelah melakukan pengujian optimalitas menggunakan MODI, jika solusi awal yang didapat belum optimal atau *opportunity cost* $o_{ij} \geq 0$ maka perlu dilakukan revisi table untuk mendapatkan solusi awal yang optimal. Langkahnya adalah melakukan revisi tabel dengan menggunakan VAM kembali dan setelah di dapat solusi lagi baru dilakukan pengecekan dengan pengujian optimalitas kembali dengan MODI. Apabila solusi awal yang didapat sudah optimal *opportunity cost* $o_{ij} \leq 0$ maka hasil yang diperoleh dapat kita simpulkan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

PDAM bertujuan untuk mengoptimalkan kebutuhan air yaitu dengan mengoptimalkan 3 sumber yaitu : mata air Batang Tabik, mata air Sikamurunciang, mata air Sungai Dareh. daerah pelayanan PDAM Kota Payakumbuh terdiri dari delapan daerah rayon. Dimana pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh memiliki 4 bak penampungan yang berguna untuk menampung air yang berasal dari dua atau lebih sumber mata air dan mengalirkannya ke daerah rayon yang akan dituju.

Biaya pendistribusian air rata-rata PDAM Kota Payakumbuh untuk sumber mata air Batang Tabik (MABT) adalah Rp. 425.87, sumber mata air Sikamurunciang (MAS) Rp. 1.213.41, sumber mata air Sungai Dareh (MASD) adalah Rp. 329.82. Biaya pendistribusian

air tersebut meliputi biaya pendistribusian air dari semua sumber ketujuan dan biaya distribusi ke daerah-daerah.

TABEL I
PENAWARAN, PERMINTAAN AIR PELANGGAN PDAM KOTA PAYAKUMBUH

No	Sumber	Daerah Tujuan	Permintaan (m^3)	Penawaran (m^3)
1	MABT	Rayon 1	1.510,76	1.191,38
		Rayon 2	1.728,36	1.728,36
		Rayon 3	1.788,74	1.468,29
		Rayon 5	1.499,52	1.260,44
Jumlah			6.527,38	5.648,47
2	MAS	Rayon 7	257,24	177,52
		Rayon 8	302,78	302,78
Jumlah			560,02	480,3
3	MASD	Rayon 1	1.510,76	1.829,84
		Rayon 3	1.788,74	2.109,18
		Rayon 4	2.483,93	2.483,93
		Rayon 5	1.499,52	1.738,59
		Rayon 6	1.641,88	1.641,88
Jumlah			257,54	336,96
Jumlah			9.182,37	10.140,38

Berdasarkan tabel I dapat dijelaskan bahwa pada beberapa daerah pelayanan PDAM Kota Payakumbuh memiliki permintaan yang lebih besar dari penawaran yang ditawarkan PDAM Kota Payakumbuh. Hal inilah yang akan kita selesaikan agar masyarakat atau pelanggan PDAM mendapatkan pasokan air yang merata di seluruh daerah pelayanan.

Dimana setiap sumber-sumber yang tidak mengalirkan air ke daerah pelayanan tertentu, maka untuk biaya pendistribusiannya dianggap sangat besar jika sumber tersebut mengalirkan air ke daerah pelayanan tersebut. Berdasarkan hal di atas maka permasalahan ini dapat diformulasikan sebagai berikut:

x_{ij} = Volume air dari sumber mata air i ke daerah tujuan j (m^3).

c_{ij} = Biaya pasokan dari sumber mata air i ke daerah tujuan j (Rp/ m^3).

Fungsi tujuan:

Meminimumkan:

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + \dots + c_{38}x_{38}$$

Fungsi kendala:

a. Kendala sumber

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + \dots + x_{18} &= x_1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + \dots + x_{28} &= x_2 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + \dots + x_{38} &= x_3 \end{aligned}$$

b. Kendala tujuan

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + x_{31} &= b_1 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} &= b_2 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} &= b_3 \\ \vdots & \quad \quad \quad \vdots \end{aligned}$$

$$x_{18} + x_{28} + x_{38} = b_8$$

Sumber yang tidak mengalirkan air ke daerah pelayanan tertentu dialokasikan sebanyak 0 sehingga formulasi dari permasalahan ini adalah meminimumkan:

$$Z = 335,84 x_{11} + 425,87 x_{12} + 349,57 x_{13} + 357,97 x_{15} + 837,37 x_{27} + 1.213,41 x_{28} + 388,58 x_{31} + 378,29 x_{33} + 320,82 x_{34} + 433,69 x_{35} + 320,82 x_{36} + 419,75 x_{37}$$

Fungsi kendala :

a. Kendala sumber

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{16} = 5.684,77$$

$$x_{27} + x_{28} = 480,30$$

$$x_{31} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} = 10.140,38$$

b. Kendala tujuan

$$x_{11} + x_{31} = 3.021,84$$

$$x_{12} = 1.764,36$$

$$x_{13} + x_{33} = 3.577,47$$

$$x_{34} = 2.483,93$$

$$x_{15} + x_{35} = 2.999,03$$

$$x_{36} = 1.641,88$$

$$x_{28} = 302,78$$

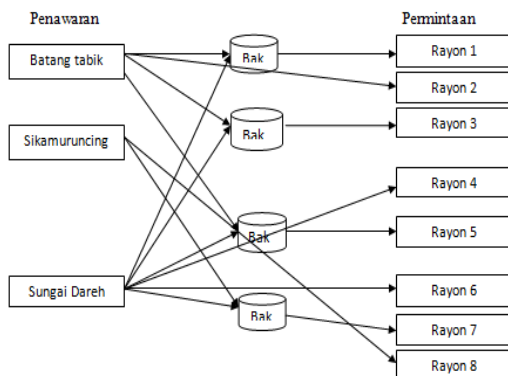
$$x_{27} + x_{37} = 514,48$$

Berdasarkan formula yang sudah didapatkan pada kasus pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh sebelum dilakukan minimalisasi biaya, maka perlu dibentuk matriks transportasi, untuk mempermudah melihat gambaran pendistribusian air dari sumber mata air ke daerah tujuan. Hal ini dapat disajikan pada tabel II sebagai berikut:

TABEL II
TRANSPORTASI SEBELUM DIMINIMALISASI

Sumber	Tujuan								Kapasitas Sumber
	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	
	335.84	425.87	349.57		357.97				
MABT	1,191.68	1,764.36	1,468.29		1,260.44				5,684.77
							837.37	1,213.41	
MAS							177.52	302.78	480.3
	388.58		378.29	320.82	433.69	320.82	419.75		
MASD	1,829.84		2,109.18	2,483.93	1,738.59	1,641.88	336.96		10,140.38
Permintaan	3,021.52	1,764.36	3,577.47	2,483.93	2,999.03	1,641.88	514.48	302.78	16,305.45

Berdasarkan tabel II di atas dibentuk suatu gambaran umum model transportasi pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh dengan menggunakan diagram transportasi. Diagram transportasi tersebut adalah sebagai berikut:



Gambar I. Sumber dan Tujuan Pada Model Transportasi Pendistribusian Air PDAM Kota Payakumbuh.

Gambar di atas menjelaskan bahwa pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh memiliki 4 buah bak

penampungan. Dimana bak tersebut berguna untuk menampung air dari sumber-sumber dan mengalirinya ke daerah pelayanan PDAM Kota Payakumbuh.

Selanjutnya berdasarkan tabel II yang telah diperoleh sebelumnya dapat dihitung total biaya pendistribusian yang dikeluarkan oleh Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Kota Payakumbuh sebelum diminimalisasi dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + \dots + c_{38}x_{38}$$

$$Z = 335,84 x_{11} + 425,87 x_{12} + 349,57 x_{13} + 357,97 x_{15} + 837,37 x_{27} + 1.213,41 x_{28} + 388,58 x_{31} + 378,29 x_{33} + 320,82 x_{34} + 433,69 x_{35} + 320,82 x_{36} + 419,75 x_{37}$$

$$Z = \text{Rp } 6.344.697,13$$

Diperoleh biaya pendistribusian pemasokan air PDAM Kota Payakumbuh sebelum diminimalisasi sebesar Rp 6.344.697,13.

Biaya yang diperoleh sebelum diminimalisasi diharapkan dapat berkurang setelah dilakukan penyusunan tabel awal dengan VAM. Prinsip kerja VAM adalah memilih harga-harga ongkos terkecil tiap-tiap

baris dan kolom, kemudian menghitung selisih antara ongkos terkecil tersebut dengan ongkos terkecil berikutnya. Dalam hal ini yang selisihnya nol tidak diperhatikan. Hal yang sama diperlakukan terhadap kolom. Bilangan-bilangan selisih ongkos terkecil tersebut dikenal dengan bilangan Vogel. Langkah-langkah VAM menurut [5] antara lain :

- Penentuan selisih nilai dua c_{ij} terkecil. Selisih nilai c_{ij} ditentukan untuk setiap baris dan kolom.
- Pemilihan nilai terbesar dari selisih dua c_{ij} terkecil.
- Alokasi pada sel dengan c_{ij} terkecil pada baris/kolom yang terpilih tadi.

d) Ulangi langkah 1 sampai 3 hingga semua permintaan terpenuhi dan persediaan habis.

Pengalokasian air PDAM Kota PAYAKUMBUH untuk daerah pelayanan yang hanya dipasok oleh satu sumber saja, maka pengalokasian pendistribusian air untuk daerah tersebut dimaksimalkan terlebih dahulu. Selanjutnya mencari selisih dari ongkos-ongkos terkecil setiap baris dan kolom dari matriks transportasi sebelum biaya pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh diminimumkan yang disajikan pada tabel III sebagai berikut:

TABEL III
SELISIH ONGKOS TERKECIL (Ri) SETIAP BARIS DAN KOLOM

Sumber	Tujuan								Kap. Sumber	Ri
	R 1	R 2	R 3	R 4	R 5	R 6	R 7	R 8		
MABT	335,84	425,87	349,57		357,9					1.88
		1.764.36								5860.88
MAS							837,37	1.213,41		92.93
								302.78		533.93
MASD	388.58		378.29	320,82	433.69	320.82	419.75			4.54
				2.483,93		1.641,88				10434.4
Permintaan	3408.94	2778.32	1641.99	2601.84	3740.5	1934.46	420.38	302.78	16829.2	
Ri	34.17	6.9				14.51	949.4			

Selanjutnya langkah kedua VAM adalah mencari nilai terbesar dari selisih dua ongkos terkecil dan setelah itu bea dilakukan pengalokasian pendistribusian air PDAM

Kota Payakumbuh dengan menggunakan VAM. Hasil dari pengalokasian pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh diperoleh sebagai berikut:

TABEL IV
TRANSPORTASI PENDISTRIBUSIAN AIR PDAM KOTA PAYAKUMBUH SETELAH DIMINIMALISASI MENGGUNAKAN VAM

Sumber	Tujuan								Kap. Sumber	Ri
	R 1	R 2	R 3	R 4	R 5	R 6	R 7	R 8		
MABT	335,84	425,87	349,57		357,9					1.88
	921,38	1.764.36			2.999.03					5860.88
MAS							837,37	1.213,41		92.93
							177.52	302,78		533.93
MASD	388.58		378.29	320,82	433.69	320.82	419.75			4.54
	2.100,14		3.577,47	2.483,93		1.641,88	336,96			10434.4
Permintaan	3408.94	2778.32	1641.99	2601.84	3740.5	1934.46	420.38	302.78	16829.2	
	34.17	6.9				14.51	949.4			

Setelah dilakukan penyusunan tabel awal dengan VAM maka dari tabel-tabel di atas dapat diperoleh solusi sebagai berikut:

$$x_{11} = 921.38, x_{12} = 1.764.36, x_{13} = 0, x_{15} = 2.999.03, x_{27} = 177.52, x_{28} = 302.78, x_{28} = 302.78,$$

$$x_{28} = 302.78, x_{31} = 2.100.14, x_{33} = 3.577.47, x_{34} = 2.483.93, x_{35} = 0, x_{36} = 1.641.88, x_{37} = 336.96$$

Berdasarkan tabel transportasi yang diperoleh pada tabel IV diatas maka dapat dihitung total biaya

pendistribusian yang dikeluarkan PDAM Kota Payakumbuh setelah diminimalisasi menggunakan VAM menggunakan persamaan dengan fungsi tujuan meminimumkan:

$$Z = \sum (\text{Biaya pasokan dari sumber mata air } i \text{ ke daerah tujuan } j \times \text{Jumlah suplai/pasokan awal dari sumber mata air } i \text{ ke daerah tujuan } j)$$

$$= 335,84 x_{11} + 425,87 x_{12} + 349,57 x_{13} + 357,97 x_{15} + 837,37 x_{27} + 1.213,41 x_{28} + 388,58 x_{31} + 378,29 x_{33} + 320,82 x_{34} + 433,69 x_{35} + 320,82 x_{36} + 419,75 x_{37}$$

Sehingga diperoleh biaya pasokan awal PDAM Kota Payakumbuh sebesar,
 $Z = \text{Rp } 6,284,908.08.$

Setelah diperoleh nilai awal maka dilakukan pengujian optimalitas dengan menggunakan *Modified Distribution*. Pengujian optimalitas dengan MODI menurut [3] adalah sebagai berikut:

1. Menentukan apakah $(m+n-1)$ sama dengan jumlah sel yang terisi. Solusi awal yang metode VAM pada tabel 3. Jumlah sel yang terisi pada tabel di atas $(m+n-1)$.
2. Dimana m adalah baris dan n adalah kolom. Maka hasilnya $8+3-1=10$. Karena jumlah sel yang terisi adalah 10 maka dilanjutkan dengan langkah berikutnya.
3. Menentukan nilai u_i (angka kunci untuk setiap baris dan v_j (angka kunci untuk setiap kolom). Nilai u_i dan v_j ditentukan dengan persamaan berikut ini:

$o_{ij} = (u_i + v_j) - c_{ij}$ merupakan Opportunity cost pada sel ij . Dimana $o_{ij} = 0$ untuk setiap sel yang Langkah pertama misalkan $u_1 = 0$, maka:

$$c_{11} = u_1 + v_1 \rightarrow 335.84 = 0 + v_1 \rightarrow 335.84, v_1 = 335.84$$

$$c_{31} = u_3 + v_1 \rightarrow 388.58 = u_3 + 335.84 \rightarrow 52.74$$

$$c_{33} = u_3 + v_3 \rightarrow 478.29 = 52.74 + v_3 \rightarrow 325.55$$

$$c_{15} = u_1 + v_5 \rightarrow 357.97 = 0 + v_5 \rightarrow 357.97, v_5 = 357.97$$

$$c_{37} = u_3 + v_7 \rightarrow 419.75 = 52.74 + v_7 \rightarrow 367.01$$

$$c_{27} = u_2 + v_7 \rightarrow 837.37 = u_2 + 367.01 \rightarrow 470.36$$

Setelah u_i dan v_j diketahui maka langkah selanjutnya adalah menentukan opportunity cost sel yang kosong, sehingga diperoleh:

$$o_{13} = (u_1 + v_3) - c_{13}$$

$$o_{13} = (0 + 325.55) - 349.57$$

$$o_{13} = -24.05$$

$$o_{35} = (u_3 + v_5) - c_{35}$$

$$o_{35} = (52.74 + 357.97) - 433.69$$

$$o_{35} = -22.98$$

SIMPULAN

1. Penerapan model pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh adalah sebagai berikut:

$$Z = 335,84 x_{11} + 425,87 x_{12} + 349,57 x_{13} + 357,97 x_{15} + 837,37 x_{27} + 1.213,41 x_{28} + 388,58 x_{31} + 378,29 x_{33} + 320,82 x_{34} + 433,69 x_{35} + 320,82 x_{36} + 419,75 x_{37}$$

2. Pengaturan jumlah pasokan pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh yang diperoleh dengan VAM sudah memberikan hasil yang optimal setelah diuji optimalitinya dengan metode MODI. Revisi tabel awal tidak diperlukan lagi untuk memperoleh solusi yang optimum pada permasalahan pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh. Dalam mengoptimalkan pendistribusian air PDAM Kota Payakumbuh dapat mendistribusikan air dari MABT ke rayon 1 sebanyak $921.38 m^3$, ke rayon 2 sebanyak $1.764,36$, ke rayon 5 sebanyak $2.999,03 m^3$. Pendistribusian air dari MASD ke rayon 1 sebanyak $2.100,14 m^3$, ke rayon 3 sebanyak $3.577,47 m^3$, ke rayon 4 sebanyak $2.483,93 m^3$, ke rayon 6 sebanyak $1.641,88 m^3$, ke rayon 7 sebanyak $336,9 m^3$. Akan tetapi pendistribusian air dari MABT ke rayon 3 tidak ada, dan pendistribusian air dari MASD ke rayon 5 juga tidak ada agar pendistribusian air menjadi optimal.
3. Pengujian solusi awal yang diperoleh dari Vogel Approximation Method setelah dilakukan pengujian optimalitas dengan menggunakan MODI sudah memberikan hasil yang optimal dengan menunjukkan $o_{ij} \leq 0$. Dimana jika $o_{ij} \leq 0$, berarti solusi yang didapat sudah optimal.

REFERENSI

- [1] Herjanto, Eddy. 2009. *Sains Manajemen : Analisis Kuantitatif untuk Pengambilan Keputusan*. Jakarta : PT. Grasindo.
- [2] Qomariyah, S. 1995. *Analisis Sistem dalam Perencanaan dan Pengembangan Sumber Daya Air*. Prosiding Pertemuan Ilmiah Tahunan (PIT) XII Himpunan Ahli Teknik Hidraulik Indonesia (HATHI) Surabaya. 21-23 November. Vol.1 Hal 9 -16.
- [3] Ristono, Agus & Puryani. 2011. *Penelitian Operasional Lanjut*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- [4] Taylor III, Bernard W. 2001. *Sains Manajemen*. Jakarta: Salemba.
- [5] Siswanto. 2007. *Operations Research*. Jilid 1. Jakarta: Erlangga.
- [6] Annisya. 2016. *Optimasi pendistribusian Air menggunakan Vogel Approximation Method dan pengujian optimalitasnya menggunakan Modified Distribution*. Padang: FMIPA UNP.