

## Model Matematika Penyebaran Penyakit Scabies pada Populasi Hewan dan Manusia

Yani Sriyanti<sup>#1</sup>, Defri Ahmad<sup>\*2</sup>

<sup>#</sup>*Student of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*

<sup>\*</sup>*Lecturer of Mathematics Department Universitas Negeri Padang, Indonesia*

<sup>1</sup>sriyantiyani@gmail.com

<sup>2</sup>defriahmad88@gmail.com

*Abstract — Scabies is a contagious skin disease caused by an infestation of the Sarcoptes Scabie mite which can spread quickly. This disease is spread in tropical areas where the level of hygiene, sanitation, and socio-economy is low and attacks all groups regardless of sex and age. The purpose of this research is to form a mathematical model, then the model is analyzed and interpreted. Based on the asumi and parameter values, a mathematical model of the spread of scabies in animal and human populations can be formed. The model that has been formed will then be analyzed using simulation. From the analysis obtained two points of equilibrium, which disease free and disease endemic. The simulation results show that scabies disease will continue to exist in the population because the equilibrium point at the endemic disease is unstable.*

*Keywords—* endemic, mathematical model, scabies, basic reproduction number.

*Abstrak—* Scabies merupakan penyakit kulit menular yang disebabkan oleh infestasi tungau Sarcoptes Scabie yang dapat menular dengan cepat. Penyakit ini tersebar di daerah-daerah tropis dimana tingkat kehygienisan, sanitasi, dan sosial ekonomi yang rendah serta menyerang semua golongan tanpa mengenal jenis kelamin dan usia. Tujuan dari penelitian ini untuk membentuk model matematika, kemudian model tersebut di analisis dan di interpretasikan. Berdasarkan asumsi dan nilai parameter, maka dapat dibentuk model matematika penyebaran penyakit scabies pada populasi hewan dan manusia. Model yang telah dibentuk, selanjutnya akan dianalisis dengan menggunakan simulasi. Dari analisis didapat dua titik kesetimbangan yaitu bebas penyakit dan endemik penyakit. Hasil simulasi menunjukkan bahwa penyakit scabies akan terus ada didalam populasi dikarenakan titik kesetimbangan pada endemik penyakit tidak stabil.

*Kata kunci—* endemik, model matematika, scabies, bilangan reproduksi dasar.

### PENDAHULUAN

Scabies atau lebih dikenal dengan sebutan kudis masih menjadi masalah yang dibicarakan saat ini. Scabies adalah penyakit kulit yang ditularkan melalui kontak langsung dan tidak langsung dari manusi ke manusia, hewan ke hewan, hewan ke manusia dan sebaliknya. Penyebab utama scabies adalah infestasi dari jenis tungau yang bernama *Sarcoptes Scabie* [1]. Penyakit ini tidak mengenal jenis kelamin dan usia, siapa saja bisa terserang.

*Sarcoptes scabie* merupakan tungau dalam filum *Artropoda*, kelas *Arachnida*, ordo *Ackarima* dan famili *Sarcoptes*. Tungau ini berbentuk lonjong, tembus sinar, dan pipih berukuran sekisar 0,2-0,4 mm [1]. Tungau bereproduksi sebanyak 2-3 butir perharinya di atas permukaan kulit dan bertelur dengan cara masuk ke dalam kulit. Hal ini yang membuat kulit terasa gatal sehingga

dapat dikatakan itu salah satu reaksi alergi yang disebabkan oleh tungau itu.

Scabies sering ditemukan di daerah tropis dimana tingkat kehygienisan, sanitasi dan sosial ekonomi yang relatif rendah dan menyerang semua golongan tanpa mengenal usia dan jenis kelamin. Meskipun penyakit ini tidak memakan jiwa, tetapi menurut WHO, scabies menjadi salah satu dari enam penyakit kulit yang terbesar dengan angka kejadiannya yaitu 300 juta kasus setiap tahunnya. Apabila tidak mendapatkan penanganan yang baik, penyakit ini akan semakin berbahaya karena penularannya yang sangat cepat.

Penyebaran scabies terjadi melalui kontak langsung dan kontak tidak langsung, baik antara manusia dan manusia, hewan dan hewan, atau manusia dan hewan. Pencegahan yang dapat dilakukan antara lain tidak saling berinteraksi sama penderita penyakit scabies, mandi dengan bersih, menjaga kebersihan kadang hewan dan

lingkungannya, berjemur dibawah terik matahari, dan tidak saling berbagi pakaian.

Salah satu peran ilmu matematika dalam bidang kesehatan adalah pendekatan epidemiologi salah satunya model matematika dari suatu penyakit menular. Model matematika dapat membantu memprediksi penyebaran suatu di masa yang akan datang. Dengan model matematika maka dapat diperoleh solusi penyelesaian masalah penyebaran suatu penyakit menular [2].

Penelitian ini bertujuan untuk membentuk model matematika penyebaran penyakit scabies pada populasi hewan dan manusia, kemudian untuk memperoleh hasil analisis dan interpretasi model matematika penyebaran penyakit scabies pada populasi hewan dan manusia.

#### METODE

Pada penelitian ini menjelaskan tentang model penyebaran penyakit scabies dalam bentuk sistem persamaan diferensial nonlinear. Jenis data yang digunakan adalah data kuantitatif dan sumber data yang digunakan adalah data sekunder. Analisis kestabilan model penyebaran penyakit scabies diawali dengan membuat asumsi-asumsi dan mendefinisikan variabel dan parameter yang digunakan pada model lalu dibentuk ke dalam diagram transfer model matematika penyebaran penyakit scabies.

Berdasarkan diagram transfer, dibentuk model matematika penyebaran penyakit scabies. Diagram transfer merupakan bagan yang digunakan untuk mempermudah dalam pembentukan suatu model matematika. Kemudian, menentukan titik kesetimbangan dari model yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Selanjutnya, melakukan linearisasi model dengan membentuk matriks Jacobian dari sistem persamaan. Matriks Jacobian merupakan matriks yang setiap elemennya turunan parsial pertama dari orde pertama [3]. Sehingga diperoleh nilai-nilai eigen pada masing-masing titik kesetimbangan, lalu dianalisis berdasarkan dari sifat stabilitas sistem [4].

Selanjutnya, menentukan Matriks Generasi Mendatang (NGM) dari sistem persamaan. NGM diperoleh dari model persamaan subpopulasi yang terjangkit dan terinfeksi pada populasi manusia maupun hewan. Berdasarkan matriks NGM diperoleh bilangan reproduksi dasar yang diartikan sebagai angka harapan kedua pada populasi susceptible [5]. Setelah itu akan di analisis berdasarkan simulasi yang telah dibuat.

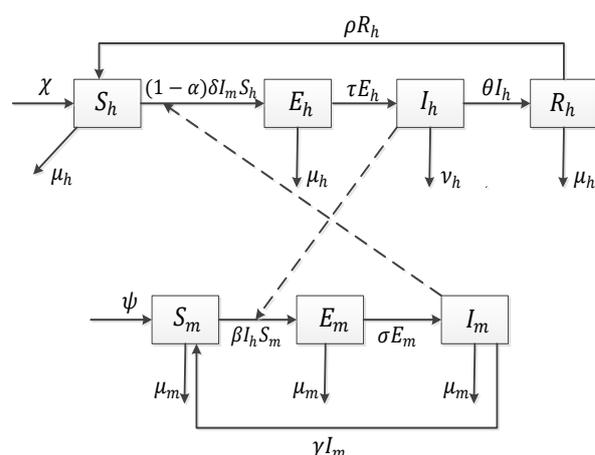
#### HASIL DAN PEMBAHASAN

##### A. Model Matematika Penyebaran Penyakit Scabies pada Populasi Hewan dan Manusia

Model matematika penyebaran penyakit scabies merupakan suatu model matematika yang menjelaskan dinamika penyebaran penyakit scabies antara populasi hewan dan manusi. Berikut merupakan asumsi yang digunakan untuk membentuk model penyebaran penyakit scabies yaitu:

1. Penyebaran penyakit scabies pada populasi hewan dibagi empat subpopulasi yaitu subpopulasi hewan yang rentan terhadap penyakit, hewan yang terjangkit, hewan yang terinfeksi, dan hewan yang kebal terhadap penyakit, sedangkan populasi manusia terbagi menjadi tiga subpopulasi yaitu subpopulasi manusia yang rentan terhadap penyakit, manusia yang terjangkit, dan manusia yang terinfeksi.
2. Laju kelahiran pada manusia dan hewan dianggap konstan.
3. Dalam populasi hewan diasumsikan terdapat sejumlah hewan yang sudah terinfeksi penyakit scabies.
4. Penularan penyakit scabies terjadi karena adanya kontak langsung antara hewan dan manusia yang terinfeksi scabies.
5. Jumlah populasi hewan dan manusia dianggap konstan sedangkan penularan penyakit scabies berlangsung secara terus-menerus.
6. Pada populasi hewan ada kematian karena terinfeksi sedangkan pada populasi manusia hanya ada kematian alami, tidak ada kematian terinfeksi
7. Laju kematian pada setiap populasi hewan selain populasi hewan terinfeksi adalah sama.
8. Kekebalan dari hewan yang telah pulih dari scabies hanya sementara sehingga hewan kembali menjadi individu yang rentan terinfeksi.
9. Pada populasi manusia laju kematian alami tiap populasi sama.
10. Seseorang yang sudah terinfeksi tidak memiliki daya tahan tubuh sehingga akan kembali menjadi individu yang rentan dikarenakan penularan scabies pada manusia sangat cepat.

Berdasarkan asumsi – asumsi di atas, diperoleh diagram model matematika penyebaran penyakit scabies pada populasi hewan dan manusia seperti pada Gambar 1 [6] berikut:



Gambar.1 Diagram Model Matematika Penyebaran Penyakit Scabies pada Populasi Hewan dan Manusia

Berdasarkan Gambar 1, diperoleh sistem persamaan model penyebaran scabies sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS_h}{dt} &= \chi - \mu_h S_h - (1 - \alpha)\delta I_m S_h + \rho R_h \\ \frac{dE_h}{dt} &= (1 - \alpha)\delta I_m S_h - \tau E_h - \mu_h E_h \\ \frac{dI_h}{dt} &= \tau E_h - \nu_h I_h - \theta I_h \\ \frac{dR_h}{dt} &= \theta I_h - \mu R_h - \rho R_h \\ \frac{dS_m}{dt} &= \psi - \mu_m S_m - \beta I_h S_m + \gamma I_m \\ \frac{dE_m}{dt} &= \beta I_h S_m - \mu_m E_m - \sigma E_m \\ \frac{dI_m}{dt} &= \sigma E_m - \mu_m I_m - \gamma I_m \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

dengan  $\chi, \mu_h, \delta, \rho, \tau, \nu_h, \theta, \psi, \mu_m, \beta, \gamma, \sigma > 0$ ,  
 $S_h, E_h, I_h, R_h, S_m, E_m, I_m \geq 0$  dan  $0 < \alpha < 1$  serta  
keterangan sebagai berikut:

- $\chi$  : laju kelahiran alami pada populasi hewan
- $\mu_h$  : laju kematian alami pada populasi hewan
- $\delta$  : laju penyebaran penyakit dari populasi manusia ke populasi hewan
- $\nu_h$  : laju kematian populasi hewan akibat terinfeksi Scabies
- $\alpha$  : presentase keberhasilan pemberian obat scabies pada populasi hewan

- $\tau$  : laju perpindahan subpopulasi hewan yang terjangkit ke subpopulasi hewan yang terinfeksi
- $\theta$  : laju perpindahan subpopulasi hewan yang terinfeksi ke subpopulasi hewan yang telah sembuh
- $\rho$  : laju kehilangan kekebalan dari subpopulasi hewan yang telah sembuh ke subpopulasi hewan yang rentan
- $\psi$  : laju kelahiran alami pada populasi manusia
- $\mu_m$  : laju kematian alami pada populasi manusia
- $\beta$  : laju kontak penularan penyakit dari populasi hewan ke populasi manusia
- $\sigma$  : laju perpindahan subpopulasi manusia yang terjangkit ke subpopulasi manusia yang terinfeksi
- $\gamma$  : laju perpindahan subpopulasi manusia yang terinfeksi ke subpopulasi manusia yang rentan

Selanjutnya adalah menentukan titik kesetimbangan dari sistem persamaan (1). Berdasarkan sistem persamaan (1) diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit  $\left(T_0 = \left(\frac{\chi}{\mu_h}, 0, 0, 0, \frac{\psi}{\mu_m}, 0, 0\right)\right)$  dan titik kesetimbangan endemik  $\left(T_1 = (S_h^{**}, E_h^{**}, I_h^{**}, R_h^{**}, S_m^{**}, E_m^{**}, I_m^{**})\right)$

$$\begin{aligned} S_h^{**} &= \frac{AB(-ABCDF\mu_m - BDF\beta\chi\tau + C\beta\chi\sigma\gamma\tau + DF\mu_m\rho\tau\theta)}{\beta\tau(ABC\alpha\delta\sigma\psi - \alpha\delta\sigma\psi\rho\tau\theta - ABCDF\mu_h - ABC\delta\sigma\psi + ABC\sigma\gamma\mu_h + \delta\sigma\psi\rho\tau\theta)} \\ E_h^{**} &= \frac{BC(\alpha\beta\chi\delta\sigma\psi\tau + DF\mu_h\mu_mBA - \beta\chi\delta\sigma\psi\tau)}{\beta\tau(ABC\alpha\delta\sigma\psi - \alpha\delta\sigma\psi\rho\tau\theta - ABCDF\mu_h - ABC\delta\sigma\psi + ABC\sigma\gamma\mu_h + \delta\sigma\psi\rho\tau\theta)} \\ I_h^{**} &= \frac{B(\alpha\beta\chi\delta\sigma\psi\tau + DF\mu_h\mu_mBA - \beta\chi\delta\sigma\psi\tau)}{\beta\tau(ABC\alpha\delta\sigma\psi - \alpha\delta\sigma\psi\rho\tau\theta - ABCDF\mu_h - ABC\delta\sigma\psi + ABC\sigma\gamma\mu_h + \delta\sigma\psi\rho\tau\theta)} \\ R_h^{**} &= \frac{\theta(\alpha\beta\chi\delta\sigma\psi\tau + DF\mu_h\mu_mBA - \beta\chi\delta\sigma\psi\tau)}{\beta\tau(ABC\alpha\delta\sigma\psi - \alpha\delta\sigma\psi\rho\tau\theta - ABCDF\mu_h - ABC\delta\sigma\psi + ABC\sigma\gamma\mu_h + \delta\sigma\psi\rho\tau\theta)} \\ S_m^{**} &= -\frac{DF(ABC\alpha\delta\sigma\psi - \alpha\delta\sigma\psi\rho\tau\theta - ABCDF\mu_h - ABC\sigma\psi + ABC\sigma\gamma\mu_h + \delta\sigma\psi\rho\tau\theta)}{(-ABCDF\mu_m - CDF\beta\chi\tau + C\beta\chi\sigma\gamma\tau + DF\mu_m\rho\tau\theta)\delta(-1 + \alpha)\sigma} \\ E_m^{**} &= -\frac{DC(\alpha\beta\chi\delta\sigma\psi\tau + DF\mu_h\mu_mBA - \beta\chi\delta\sigma\psi\tau)}{(-ABCDF\mu_m - CDF\beta\chi\tau + C\beta\chi\sigma\gamma\tau + DF\mu_m\rho\tau\theta)\delta(-1 + \alpha)\sigma} \\ I_m^{**} &= -\frac{C(\alpha\beta\chi\delta\sigma\psi\tau + DF\mu_h\mu_mBA - \beta\chi\delta\sigma\psi\tau)}{(-ABCDF\mu_m - CDF\beta\chi\tau + C\beta\chi\sigma\gamma\tau + DF\mu_m\rho\tau\theta)\delta(-1 + \alpha)} \end{aligned}$$

### B. Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Scabies pada Populasi Hewan dan Manusia

Analisis kestabilan sistem persamaan diferensial nonlinear dilakukan dengan melalui linearisasi terlebih dahulu. Dimana linearisasi dicari dengan menggunakan matriks Jacobian dari sistem persamaan (1) sehingga diperoleh matriks **J** sebagai berikut:

$$J = \begin{pmatrix} -\mu_h - (1 - \alpha)\delta I_m & 0 & 0 & \rho & 0 & 0 & -(1 - \alpha)\delta S_h \\ (1 - \alpha)\delta I_m & -A & 0 & 0 & 0 & 0 & (1 - \alpha)\delta S_h \\ 0 & \tau & -B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta & -C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta S_m & 0 & -\mu_m - \beta I_m & 0 & \gamma \\ 0 & 0 & \beta S_m & 0 & \beta I_m & -D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma & -F \end{pmatrix} \quad (2)$$

Selanjutnya substitusikan titik kesetimbangan bebas penyakit ke dalam persamaan (2) diperoleh matriks **J<sub>1</sub>** sebagai berikut:

$$J_1 = \begin{pmatrix} -\mu_h & 0 & 0 & \rho & 0 & 0 & \frac{-(1-\alpha)\delta\chi}{\mu_h} \\ 0 & -A & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-(1-\alpha)\delta\chi}{\mu_h} \\ 0 & \tau & -B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta & -C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\beta\psi}{\mu_m} & 0 & -\mu_m & 0 & \gamma \\ 0 & 0 & \frac{\beta\psi}{\mu_m} & 0 & 0 & -D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma & -F \end{pmatrix}$$

Kestabilan dari suatu sistem dapat diketahui dengan menentukan nilai eigen dari sistem tersebut. Nilai eigen dari matrik Jacobian  $J_1$  dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan  $|J_1 - \lambda I| = 0$ . Matriks  $J_1$  adalah matriks Jacobian hasil linearisasi untuk titik kesetimbangan bebas penyakit dan  $I$  adalah matriks identitas. Selanjutnya substitusikan titik kesetimbangan endemik penyakit ke dalam persamaan (2) sehingga diperoleh  $J_2$  sebagai berikut:

$$J_2 = \begin{pmatrix} -\mu_h - (1-\alpha)\delta I_m & 0 & 0 & \rho & 0 & 0 & -(1-\alpha)\delta S_h \\ (1-\alpha)\delta I_m & -A & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-\alpha)\delta S_h \\ 0 & \tau & -B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta & -C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta S_m & 0 & -\mu_m - \beta I_m & 0 & \gamma \\ 0 & 0 & \beta S_m & 0 & \beta I_m & -D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma & -F \end{pmatrix}$$

Untuk mencari nilai eigen untuk titik kesetimbangan endemik penyakit adalah  $|J_2 - \lambda I| = 0$ . Selanjutnya analisis kestabilan dapat dicari dengan menggunakan kriteria *Routh-Hurwitz* dengan persamaan karakteristik

$$a_0\lambda^7 + a_1\lambda^6 + a_2\lambda^5 + \dots + a_6\lambda + a_7$$

Tingkat penyebaran suatu penyakit menular dalam wilayah dapat ditunjukkan dengan nilai bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ). Bilangan reproduksi dasar dari penyakit scabies akan dicari dengan menggunakan metode matriks generasi mendatang (*next generation*) yang diperoleh dari model persamaan subpopulasi yang terjangkit dan terinfeksi pada populasi hewan dan manusia.

$$R_0 = \sqrt[4]{\frac{\tau\beta\psi(-1+\alpha)\delta\chi\sigma}{Z_1\mu_m Z_2\mu_h Z_4 Z_5}}$$

Dimana jika  $R_0 < 1$  maka hal ini berarti bahwa tidak terjadi endemik pada penyakit dan jumlah yang terkena penyakit akan semakin berkurang serta menyebabkan penyakit akan menghilang dari populasi. Tetapi jika  $R_0 > 1$  maka akan terjadi endemik penyakit atau penyakit akan selalu ada di dalam suatu populasi.

C. Simulasi Model Matematika Penyebaran Penyakit Scabies pada Populasi Hewan dan Manusia

Simulasi numerik pada model matematika penyebaran penyakit scabies pada populasi hewan dan manusia memberikan gambaran yang lebih jelas. Simulasi ini

dilakukan dengan menggunakan program Maple 2018 dalam bentuk grafik dengan memasukan nilai parameternya.

- 1) Simulasi dalam keadaan bebas penyakit.

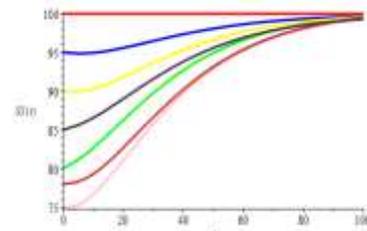
TABEL I  
NILAI PARAMETER BEBAS PENYAKIT

Parameter	Nilai
$\chi$	0,018265
$\mu_h$	0,00018265
$\delta$	0,0000067785
$\nu_h$	0,011111
$(1-\alpha)$	0,2
$\tau$	5
$\theta$	0,033333
$\rho$	0,083333
$\psi$	15,017
$\mu_m$	0,000041250
$\beta$	0,000003 5411
$\sigma$	5
$\gamma$	0,083333

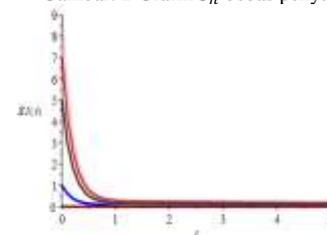
Berdasarkan nilai parameter di atas terlebih dahulu dihitung bilangan reproduksi dasar  $R_0$  yang diperoleh sebagai berikut:

$$R_0 = 0,3277478360$$

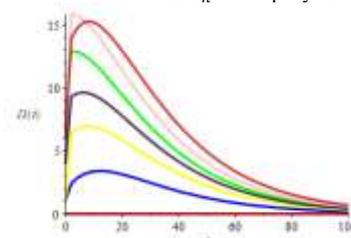
Diperoleh  $R_0 < 1$  yang berarti satu individu yang terinfeksi tidak dapat menginfeksi satu atau lebih individu yang lain. Berdasarkan nilai parameter dan nilai awal di atas diperoleh grafik dari masing-masing kelompok terhadap waktu  $t$  adalah sebagai berikut:



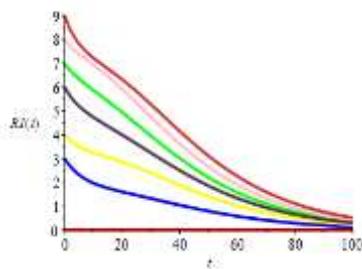
Gambar. 2 Grafik  $S_h$  bebas penyakit



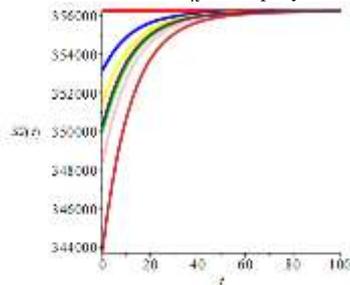
Gambar.3 Grafik  $E_h$  bebas penyakit



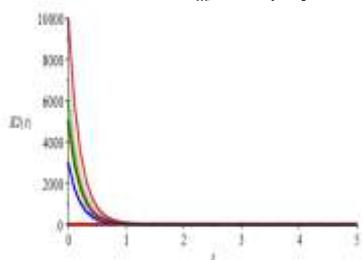
Gambar. 4 Grafik  $I_h$  bebas penyakit



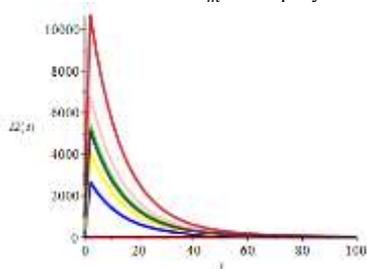
Gambar. 5 Grafik  $R_h$  bebas penyakit



Gambar. 6 Grafik  $S_m$  bebas penyakit



Gambar. 7 Grafik  $E_m$  bebas penyakit



Gambar. 8 Grafik  $I_m$  bebas penyakit

Pada Gambar 2 sampai Gambar 8 terlihat bahwa populasi hewan yang rentan ( $S_h$ ) semakin lama semakin meningkat. Akibatnya populasi hewan dalam masa inkubasi ( $E_h$ ) semakin menurun, diikuti pula dengan populasi hewan yang terinfeksi ( $I_h$ ), dan populasi hewan yang telah sembuh ( $R_h$ ) juga semakin menurun. Demikian pula pada populasi manusia yang rentan ( $S_m$ ) semakin lama semakin meningkat. Akibatnya populasi manusia dalam masa inkubasi ( $E_m$ ) semakin menurun, diikuti pula dengan populasi manusia yang terinfeksi ( $I_m$ ). Sehingga dapat dikatakan bahwa pada saat  $R_0 < 1$ , penyakit scabies ini tidak mewabah di populasi hewan dan manusia.

2) Simulasi dalam keadaan endemik penyakit

Diberikan parameter beserta nilainya yang disajikan pada Tabel II.

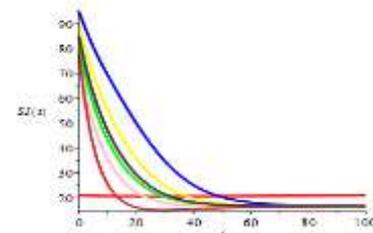
TABEL II  
NILAI PARAMETER

Parameter	Nilai
$\chi$	0,018265
$\mu_h$	0,00018265
$\delta$	0,000067785
$\nu_h$	0,011111
$(1 - \alpha)$	0,2
$\tau$	5
$\theta$	0,033333
$\rho$	0,083333
$\psi$	15,017
$\mu_m$	0,000041250
$\beta$	0,00003 5411
$\sigma$	5
$\gamma$	0,083333

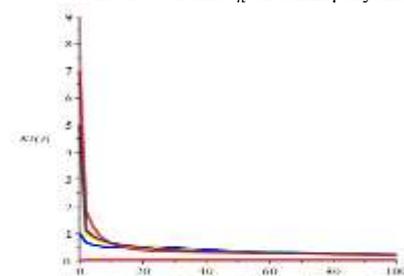
Berdasarkan nilai parameter di atas terlebih dahulu dihitung bilangan reproduksi dasar  $R_0$  yang diperoleh sebagai berikut:

$$R_0 = 1,036428928$$

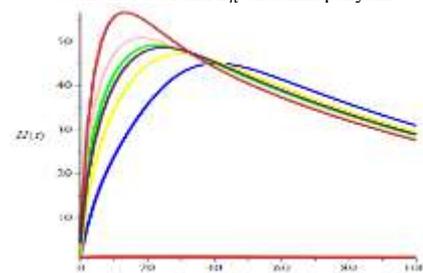
Diperoleh  $R_0 > 1$  yang berarti satu individu yang terinfeksi dapat menginfeksi satu atau lebih individu yang lain. Berdasarkan nilai parameter dan nilai awal di atas diperoleh grafik dari masing-masing kelompok terhadap waktu  $t$  adalah sebagai berikut:



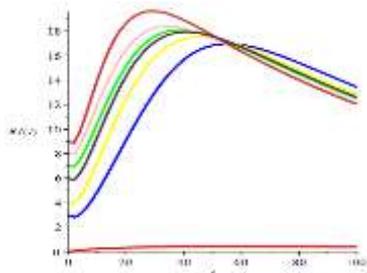
Gambar. 9 Grafik  $S_h$  endemik penyakit



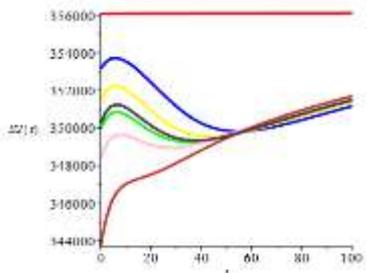
Gambar.10 Grafik  $E_h$  endemik penyakit



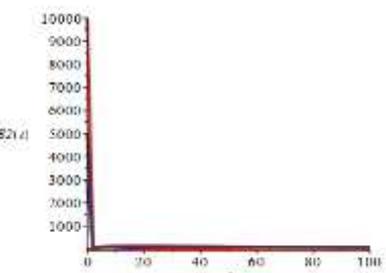
Gambar. 11 Grafik  $I_h$  endemik penyakit



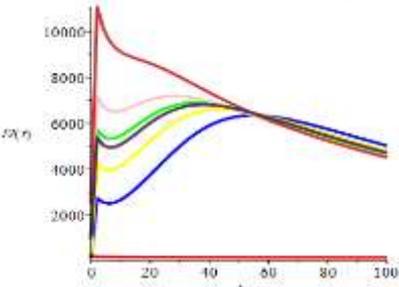
Gambar. 12 Grafik  $R_h$  endemik penyakit



Gambar. 13 Grafik  $S_m$  endemik penyakit



Gambar. 14 Grafik  $E_m$  endemik penyakit



Gambar. 15 Grafik  $I_m$  endemik penyakit

Pada Gambar 9 sampai Gambar 15 terlihat bahwa populasi hewan yang rentan ( $S_h$ ) semakin lama semakin menurun. Akibatnya populasi hewan dalam masa inkubasi ( $E_h$ ) juga ikut menurun, namun pada populasi hewan yang terinfeksi ( $I_h$ ), dan populasi hewan yang telah sembuh ( $R_h$ ) menjadi semakin meningkat. Demikian pula pada populasi manusia yang rentan ( $S_m$ ) semakin lama semakin meningkat. Akibatnya populasi manusia dalam masa inkubasi ( $E_m$ ) semakin menurun, namun pada populasi manusia yang terinfeksi ( $I_m$ ) menjadi meningkat. Sehingga dapat dikatakan bahwa pada saat  $R_0 > 1$ , penyakit scabies ini tetap akan mewabah di populasi hewan dan manusia.

Dengan kata lain, titik tetap  $T_1$  ini tidak stabil sehingga titik tetap endemik tidak terpenuhi, maka titik tetap pada model matematika penyebaran penyakit scabies pada populasi hewan dan manusia hanya ada satu yaitu titik tetap bebas.

SIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Model matematika penyebaran penyakit scabies pada populasi hewan dan manusia

$$\frac{dS_h}{dt} = \chi - \mu_h S_h - (1 - \alpha)\delta I_m S_h + \rho R_h$$

$$\frac{dE_h}{dt} = (1 - \alpha)\delta I_m S_h - \tau E_h - \mu_h E_h$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \tau E_h - \nu_h I_h - \theta I_h$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \theta I_h - \mu R_h - \rho R_h$$

$$\frac{dS_m}{dt} = \psi - \mu_m S_m - \beta I_h S_m + \gamma I_m$$

$$\frac{dE_m}{dt} = \beta I_h S_m - \mu_m E_m - \sigma E_m$$

$$\frac{dI_m}{dt} = \sigma E_m - \mu_m I_m - \gamma I_m$$

2. Analisis model matematika penyebaran penyakit scabies pada populasi hewan dan manusia menghasilkan dua titik kesetimbangan yaitu: titik kesetimbangan bebas penyakit ( $T_0 =$

$$\left(\frac{\chi}{\mu_h}, 0, 0, 0, \frac{\psi}{\mu_m}, 0, 0\right)$$

$$(T_1 = (S_h^{**}, E_h^{**}, I_h^{**}, R_h^{**}, S_m^{**}, E_m^{**}, I_m^{**}))$$

3. Interpestasi model matematika penyebaran penyakit scabies pada populasi hewan dan manusia yaitu adanya tingkat penularan penyakit yang mempengaruhi terjadinya penyebaran penyakit scabies dalam suatu populasi. Semakin tinggi tingkat penularannya maka penyebaran penyakit scabies akan mewabah. Salah satu yang mempengaruhi tingkat penularan ini adalah kebersihan dan lingkungan. Oleh karena itu setiap individu atau hewan yang dipelihara harus bisa menjaga kebersihan dirinya, tempat tinggal dan lingkungan sekitarnya agar bisa terhindar dari wabah penyakit scabies.

REFERENSI

- [1] Soedarto. 2012. *Penyakit Zoonosis Manusia Ditularkan oleh Hewan*. Jakarta: Sagung Seto.
- [2] Praliska, Wellni, dkk. 2019. Model Matematika SIK Penyebaran Penyakit Kaki Gajah (Filariasis). *Journal*. Vol 2
- [3] Anton, Howard, dan Chris Rosses. 2004. *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi Edisi 8 Jilid I*. Jakarta: Erlangga.
- [4] Perko, Lawrence. 2001. *Differential Equation and Dynamical System: Third Edition*. Springer.
- [5] Brauer, Fred, dkk. 2008. *Mathematical Epidemiology, Mathematical Biosciences Subseries*. Springer.
- [6] Nyamun, dkk. 2016. Analisa Kestabilan Model SEIRS Penyakit Scabies pada Populasi Hewan dan Model SEIS pada Populasi Manusia. *Journal*. Vol 13.