

Model Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis Pada Populasi Manusia Dan Hewan

Delvika Gusdiani^{#1}, Media Rosha^{*2}

[#]*Jurusan Matematika, Universitas Negeri Padang
Jl. Prof, Hamka, Padang, Sumatera Barat, Indonesia 25131*

¹delvikagusdiani22@gmail.com

²mediarosha@gmail.com

Abstract — Leptospirosis is an infectious disease that can affect humans and animals. This infectious disease is an animal disease that can infect humans. This disease is a public health problem around the world, especially Indonesia which has high rainfall. Individuals most at risk of developing leptospirosis are farmers who work in rice fields, plantation workers, slaughterhouse workers and veterinarians, laboratory workers and veterinarians. The purpose of this study was to form a mathematical model of the spread of leptospirosis in human and animal populations. This research is a basic research using theoretical methods, namely analyzing relevant theories with the problem of the spread of leptospirosis in human and animal populations based on existing literature studies. Based on the analysis results obtained two fixed points, namely a fixed point free from the spread of leptospirosis and an endemic fixed point for the spread of leptospirosis. The stability of this model is stable at both fixed points of leptospirosis in human and animal populations. The high rate of leptospirosis in the population will cause leptospirosis to become epidemic in the population.

Keywords — Mathematical Model, Infectious Diseases, Leptospirosis.

Abstrak — Leptospirosis merupakan penyakit menular yang dapat menyerang manusia dan hewan. Penyakit menular ini adalah penyakit hewan yang dapat menginfeksi manusia. Penyakit ini merupakan masalah kesehatan masyarakat di seluruh dunia, khususnya Indonesia yang memiliki curah hujan yang tinggi. Individu yang paling beresiko terkena leptospirosis adalah petani yang bekerja di sawah, pekerja perkebunan, pekerja rumah potong hewan dan dokter hewan, pekerja laboratorium serta mantri hewan. Tujuan penelitian ini adalah untuk membentuk model matematika penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi manusia dan hewan. Penelitian ini merupakan penelitian dasar dengan menggunakan metode teoritis yaitu menganalisa teori-teori yang relevan dengan permasalahan penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi manusia dan hewan berdasarkan pada studi kepustakaan yang ada. Berdasarkan hasil analisis diperoleh dua titik tetap yaitu titik tetap bebas dari penyebaran penyakit leptospirosis dan titik tetap endemik penyebaran penyakit leptospirosis. Kestabilan pada model ini adalah stabil pada kedua titik tetap penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi manusia dan hewan. Tingginya tingkat penularan penyakit leptospirosis pada populasi akan mengakibatkan penyakit leptospirosis mewabah pada populasi.

Kata kunci — Model Matematika, Penyakit Menular, Leptospirosis.

PENDAHULUAN

Leptospirosis merupakan penyakit menular yang menginfeksi manusia dan hewan. *Leptospira* merupakan bakteri penyebab penyakit leptospirosis yang berbentuk spiral[1]. Penularan leptospirosis dari tikus ke manusia dapat terjadi melalui kontak dengan urin tikus trinfeksi yang mencemari lingkungan [2]. Setelah bakteri masuk ke dalam tubuh, individu yang terinfeksi mulai mengalami beberapa gejala ringan seperti flu, demam dan akan mengalami masa inkubasi selama 2-26 hari. Namun penyakit ini juga bisa mengancam jiwa jika terus berkembang di dalam tubuh dan bakteri mulai menginfeksi organ di dalam tubuh seperti hati, ginjal, dll.

Bila infeksi bakteri leptospira terus berkembang dan semakin parah, maka penyakit ini bisa menyebabkan kematian. Penyakit leptospirosis menjadi masalah kesehatan masyarakat di seluruh dunia, khususnya Indonesia yang memiliki curah hujan yang tinggi. Hal ini ditambah dengan kondisi lingkungan yang kurang bersih adalah tempat yang baik bagi perkembangan bakteri sehingga lingkungan tersebut menjadi tempat yang cocok untuk hidup dan berkembangbiaknya bakteri *Leptospira* [3].

Menurut *Internasional Leptospirosis Society* (ILS) Indonesia termasuk negara dengan kasus leptospirosis berada pada tingkat ke 3 setelah negara Cina dan India

[4]. Pengobatan penyakit leptospirosis bisa dilakukan dengan memberikan obat antibiotik secara rutin kepada pasien yang terinfeksi leptospirosis [5].

Dalam penelitian ini akan dianalisis model matematika penyebaran penyakit leptospirosis dalam bentuk sistem persamaan diferensial [6], untuk mengetahui perilaku penyebaran penyakit ini dengan melakukan analisis kestabilan model pada keadaan bebas penyakit dan pada saat penyakit menyebar. Selain itu juga untuk melihat faktor apa yang mempengaruhi penyebaran penyakit leptospirosis sehingga dengan model matematika yang terbentuk bisa di aplikasikan dalam kehidupan nyata untuk membantu mengurangi penyebaran penyakit pada daerah yang mudah mewabah penyakit ini.

METODE

Penelitian ini termasuk jenis penelitian dasar dan menggunakan metode deskriptif dimana akan diidentifikasi masalah yang ada dengan menganalisis teori relevan yang berhubungan dengan permasalahan penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi manusia dan hewan. Penelitian ini dilakukan dengan langkah kerja yaitu meninjau masalah yang dihadapi dengan mengumpulkan dan mengaitkan teori-teori yang relevan dengan masalah, menentukan asumsi, variabel dan parameter yang dapat membantu dalam menganalisis dan membentuk model matematika penyebaran penyakit leptospirosis. Kemudian membentuk model matematika dan menganalisis model dengan menentukan titik kesetimbangan dan kestabilan dari titik kesetimbangan tersebut, menentukan bilangan reproduksi dasar dan melakukan simulasi. Setelah itu akan dilakukan interpretasi dari hasil analisis model yang telah dilakukan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Model Matematika Penyebaran Penyakit *Leptospirosis pada Populasi Manusia dan Hewan*

Berdasarkan tahap-tahapan dalam membangun sebuah model matematika, tahap pertama yang dilakukan adalah mengidentifikasi masalah yang diperoleh dari berbagai pertanyaan yang berhubungan dengan masalah tersebut. Tahapan ini dilakukan dengan menentukan faktor-faktor yang dianggap penting atau sesuai dengan permasalahan yang meliputi identifikasi variabel, parameter dan membentuk hubungan antara variabel dan parameter tersebut.

Adapun parameter yang digunakan adalah:

μ_H : Tingkat kelahiran dari individu manusia

μ_A : Tingkat kelahiran dari individu vektor

λ_H : Tingkat kematian alami dari individu manusia

λ_A : Tingkat kematian alami dari individu vektor

γ_H : Tingkat kematian dari individu manusia karena penyakit leptospirosis

γ_A : Tingkat kematian dari individu vektor karena penyakit leptospirosis

β_H : Tingkat penularan penyakit ketika terjadi kontak antara manusia yang rentan dengan vektor terinfeksi

β_A : Tingkat penularan penyakit ketika terjadi kontak antara vektor yang rentan dengan vektor terinfeksi

ϵ_H : Tingkat perpindahan individu manusia laten menjadi manusia terinfeksi

ϵ_A : Tingkat perpindahan individu vektor laten menjadi vektor terinfeksi

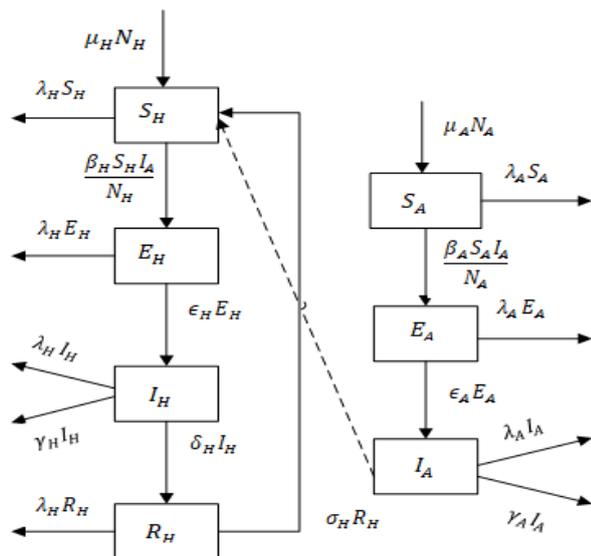
δ_H : Tingkat kesembuhan dari individu manusia terinfeksi

σ_H : Tingkat perubahan individu manusia yang telah sembuh menjadi individu rentan kembali

Langkah selanjutnya yang digunakan dalam pembentukan model matematika penyebaran penyakit leptospirosis dengan kelahiran dan kematian adalah:

1. Penyakit leptospirosis memiliki masa inkubasi (periode laten).
2. Populasi tertutup, artinya tidak ada individu yang melakukan imigrasi dan emigrasi.
3. Adanya individu yang lahir, dimana setiap individu yang lahir diasumsikan rentan terhadap penyakit.
4. Adanya individu yang mati secara alami pada masing-masing kelompok.
5. Adanya individu yang mati karena penyakit leptospirosis pada individu yang terinfeksi.
6. Pada populasi manusia, individu yang telah sembuh dari penyakit dan sudah berada pada kelompok sembuh akan kembali menjadi individu yang rentan.
7. Pada populasi vektor penyebar penyakit tidak mengalami fase penyembuhan.
8. Suatu individu akan terinfeksi jika terjadi kontak antara individu rentan dengan individu yang terinfeksi.
9. Pada populasi vektor penyebar penyakit tidak mengalami fase penyembuhan.
10. Pada populasi vektor penyebar penyakit tidak mengalami fase penyembuhan.

Berdasarkan asumsi yang diberikan, maka dapat disusun diagram penyebaran penyakit leptospirosis seperti Gambar. 1.



Gambar. 1 Diagram Model Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis pada Populasi Manusia dan Hewan

B. Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis pada Populasi Manusia dan Hewan

Dalam analisis model matematika penyebaran penyakit leptospirosis akan dicari titik tetap bebas penyakit, titik tetap endemik penyakit, bilangan reproduksi dasar, analisis dari titik tetap bebas dan endemik penyakit serta melakukan simulasi dari analisis model matematika tersebut.

1. Titik Tetap Bebas Dari Penyebaran Penyakit Leptospirosis $P_0 = (S_H, 0, 0, 0, S_A, 0, 0)$

Titik tetap bebas dari penyebaran penyakit leptospirosis adalah

$$P_0 = \left(\frac{\mu_H N_H}{\lambda_H}, 0, 0, 0, \frac{\mu_A N_A}{\lambda_A}, 0, 0 \right)$$

2. Titik Tetap Endemik dari Penyebaran Penyakit Leptospirosis $P_1 = (S^*_H, E^*_H, I^*_H, R^*_H, S^*_A, E^*_A, I^*_A)$

Titik tetap endemik penyebaran penyakit leptospirosis adalah $P_1 = (S^*_H, E^*_H, I^*_H, R^*_H, S^*_A, E^*_A, I^*_A)$ dimana:

$$S^*_H = \frac{\mu_H N_H^2 T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 \beta_A}{a} \tag{1}$$

$$E^*_H = - \frac{\mu_H N_H T_2 T_3 \beta_H N_A (\lambda_A T_4 T_5 - \mu_A \beta_A \epsilon_A)}{a} \tag{2}$$

$$I^*_H = - \frac{\mu_H N_H T_3 \beta_H \epsilon_H N_A (\lambda_A T_4 T_5 - \mu_A \beta_A \epsilon_A)}{a} \tag{3}$$

$$R^*_H = - \frac{\mu_H N_H \beta_H \epsilon_H \delta_H N_A (\lambda_A T_4 T_5 - \mu_A \beta_A \epsilon_A)}{a} \tag{4}$$

$$S^*_A = \frac{T_4 T_5 N_A}{\beta_A \epsilon_A} \tag{5}$$

$$E^*_A = - \frac{N_A (\lambda_A T_4 T_5 - \mu_A \beta_A \epsilon_A)}{T_4 \epsilon_A \beta_A} \tag{6}$$

$$I^*_A = - \frac{N_A (\lambda_A T_4 T_5 - \mu_A \beta_A \epsilon_A)}{T_4 T_5 \beta_A} \tag{7}$$

Dimana:

$$a = N_A (-T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 \beta_H \lambda_A + T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 \beta_A \lambda_H + T_1 T_2 T_3 \beta_H \beta_A \mu_A \epsilon_A + T_4 T_5 \beta_H \sigma_H \delta_H \epsilon_H \lambda_A - \mu_A \beta_H \beta_A \sigma_H \delta_H \epsilon_H \epsilon_A) \tag{8}$$

3. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Bilangan reproduksi dasar adalah ukuran untuk menjadi ambang batas yang digunakan untuk mengetahui apakah dalam satu populasi terjadi endemik atau tidak. Berdasarkan analisis persamaan (3) titik tetap endemik di atas akan stabil jika:

$$\begin{aligned} T_4 T_5 - \frac{\beta_H \mu_H}{\lambda_H} &> 0 \\ \frac{\beta_H \mu_H}{\lambda_H} &< T_4 T_5 \\ \frac{\beta_H \mu_H}{\lambda_H T_4 T_5} &< 1 \\ \frac{\beta_H \mu_H}{\lambda_H (\epsilon_A + \lambda_A) (\lambda_A + \gamma_A)} &< 1 \end{aligned} \tag{9}$$

4. Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis pada Populasi Manusia dan Hewan

Analisis kestabilan titik tetap dapat ditentukan dengan cara menentukan nilai eigen dari matriks jacobian

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\beta_H I_A}{N_H} - \lambda_H & 0 & 0 & \sigma_H & 0 & 0 & -\frac{\beta_H S_H}{N_H} \\ \frac{\beta_H I_A}{N_H} & -T_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_H S_H}{N_H} \\ 0 & \epsilon_H & -T_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_H & -T_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\beta_A I_A}{N_A} - \lambda_A & 0 & -\frac{\beta_A S_A}{N_A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_A I_A}{N_A} & -T_4 & \frac{\beta_A S_A}{N_A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_A & -T_5 \end{bmatrix}$$

Karena terdapat dua jenis titik tetap, maka analisis kestabilan titik tetap juga dilakukan pada kedua titik tetap tersebut.

a. Kestabilan titik tetap bebas dari penyebaran penyakit leptospirosis

Untuk melihat kestabilan titik tetap bebas dari penyebaran penyakit leptospirosis dibutuhkan nilai eigen. Titik tetap dikatakan stabil jika semua nilai eigen dari matriks jacobian pada titik tetap bebas dari penyebaran penyakit leptospirosis bernilai negatif. Titik tetap bebas dari penyebaran penyakit leptospirosis adalah:

$$P_0 = \left(\frac{\mu_H N_H}{\lambda_H}, 0, 0, 0, \frac{\mu_A N_A}{\lambda_A}, 0, 0 \right)$$

Matriks jacobian dari salah satu titik tetap

$$P_0 = \left(\frac{\mu_H N_H}{\lambda_H}, 0, 0, 0, \frac{\mu_A N_A}{\lambda_A}, 0, 0 \right)$$

adalah sebagai berikut:

$$J(P_0) = \begin{bmatrix} -\lambda_H & 0 & 0 & \sigma_H & 0 & 0 & -\frac{\beta_H \mu_H}{\lambda_H} \\ 0 & -T_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_H \mu_H}{\lambda_H} \\ 0 & \epsilon_H & -T_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_H & -T_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_A & 0 & -\frac{\beta_A \mu_A}{\lambda_A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_4 & \frac{\beta_A \mu_A}{\lambda_A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_A & -T_5 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh persamaan karakteristik dari matriks $J(P_0)$ adalah:

$$(\lambda + \lambda_H)(\lambda + \lambda_A)(\lambda + T_3)(\lambda + T_2)(\lambda + T_1)[(\lambda + T_4)(\lambda + T_5) - \frac{\beta_H \mu_H}{\lambda_H}] = 0$$

$$(\lambda + \lambda_H) = 0, \text{ karena } \lambda_H > 0 \text{ maka } \lambda_1 < 0$$

$$(\lambda + \lambda_A) = 0, \text{ karena } \lambda_A > 0 \text{ maka } \lambda_2 < 0$$

$$(\lambda + T_3) = 0, \text{ karena } T_3 > 0 \text{ maka } \lambda_3 < 0$$

$$(\lambda + T_2) = 0, \text{ karena } T_2 > 0 \text{ maka } \lambda_4 < 0$$

$$(\lambda + T_1) = 0, \text{ karena } T_1 > 0 \text{ maka } \lambda_5 < 0$$

$$(\lambda + T_4)(\lambda + T_5) - \frac{\beta_H \mu_H}{\lambda_H} \text{ karena } T_4 > 0 \text{ dan } T_5 > 0 \text{ maka } \lambda_6, \lambda_7 < 0$$

Hal ini berarti titik tetap bebas dari penyebaran penyakit leptospirosis stabil dan begitu juga sebaliknya.

b. Kestabilan Titik Tetap Endemik dari Penyebaran Penyakit Leptospirosis

Titik tetap dikatakan stabil jika semua nilai eigen titik tetap endemik dari penyakit leptospirosis bernilai negatif. Titik tetap endemik dari penyakit leptospirosis adalah $P_1(S^*_H, E^*_H, I^*_H, R^*_H, S^*_A, E^*_A, I^*_A)$. Matriks *Jacobian* dari titik tetap $P_1 = (S^*_H, E^*_H, I^*_H, R^*_H, S^*_A, E^*_A, I^*_A)$ adalah:

$$J = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_H I^*_A}{N_H} - \lambda_H & 0 & 0 & \sigma_H & 0 & 0 & -\frac{\beta_H S^*_H}{N_H} \\ \frac{\beta_H I^*_A}{N_H} & -T_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_H S^*_H}{N_H} \\ 0 & \epsilon_H & -T_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_H & -T_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\beta_A I^*_A}{N_A} - \lambda_A & 0 & -\frac{\beta_A S^*_A}{N_A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_A I^*_A}{N_A} & -T_4 & \frac{\beta_A S^*_A}{N_A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_A & -T_5 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh nilai karakteristik dari matriks adalah:

$$a_0 \lambda^7 + a_1 \lambda^6 + a_2 \lambda^5 + a_3 \lambda^4 + a_4 \lambda^3 + a_5 \lambda^2 + a_6 \lambda + a_7 = 0$$

Selanjutnya analisis kestabilan dapat dicari dengan menggunakan kriteria *Routh-hurwitz*, tetapi analisis analitik belum bisa dilakukan sehingga untuk melihat kestabilannya menggunakan analisis numerik atau simulasi.

Berdasarkan hasil analisis dapat disimpulkan bahwa titik tetap P_0 selalu ada, sedangkan titik tetap P_1 tidak

selalu ada. Ada dua kasus yang mungkin akan terjadi pada sistem dinamika penyebaran penyakit leptospirosis adalah sebagai berikut:

- 1) Kasus I
Pada saat keberadaan titik P_1 tidak terpenuhi maka sistem dinamika penyebaran penyakit leptospirosis hanya memiliki satu titik tetap yaitu titik tetap P_0 yang akan bersifat stabil.
- 2) Kasus II
Pada saat keberadaan titik P_1 terpenuhi maka sistem dinamika penyebaran penyakit leptospirosis memiliki dua titik tetap yaitu titik tetap P_0 dan titik tetap P_1 . Disini titik tetap P_0 bersifat tidak stabil dan titik tetap P_1 bersifat stabil. Pada kasus ini penyebaran penyakit leptospirosis akan mewabah dalam jangka waktu yang lama.

5. Simulasi Model Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis pada Populasi Manusia dan Hewan

Simulasi numerik pada model matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis bisa memberikan gambaran lebih jelas. Simulasi dilakukan dengan menggunakan Maple 18 dengan memberikan nilai pada masing-masing parameter.

a. Simulasi Model Matematika dengan Titik Tetap Bebas dari Penyebaran Penyakit Leptospirosis

Akan disimulasikan untuk keadaan tidak ada individu yang terinfeksi penyakit leptospirosis sehingga parameter yang digunakan adalah seperti Tabel I.

TABEL I
PARAMETER UNTUK TITIK TETAP BEBAS DARI PENYEBARAN PENYAKIT LEPTOSPIROSIS

Parameter	Nilai
μ_H	0,12
μ_A	1,3
β_H	0,04
β_A	0,04
λ_H	0,076
λ_A	0,28
ϵ_H	0,000002
ϵ_A	0,1
γ_H	0,01
γ_A	0,75
σ_H	0,00285
δ_H	0,0027
N_H	100
N_A	100

Dari nilai parameter pada Tabel I. terlebih dahulu dihitung nilai R_0 yang diperoleh sebagai berikut:

$$R_0 = 0,1613640643$$

Diperoleh $R_0 < 1$. Kemudian dihitung nilai titik tetap bebas dari penyakit leptospirosis pada waktu t yaitu $P_0(158, 0, 0, 0, 464, 0, 0)$. Dalam simulasi titik tetap bebas

dari penyakit leptospirosis digunakan tujuh nilai awal sebagai berikut:

$$S_H(0) = 158, E_H(0) = 0, I_H(0) = 0, R_H(0) = 0, S_A(0) = 464, E_A(0) = 0, I_A(0) = 0$$

$$S_H(0) = 160, E_H(0) = 5, I_H(0) = 2, R_H(0) = 7, S_A(0) = 450, E_A(0) = 27, I_A(0) = 8$$

$$S_H(0) = 155, E_H(0) = 4, I_H(0) = 1, R_H(0) = 3, S_A(0) = 460, E_A(0) = 25, I_A(0) = 11$$

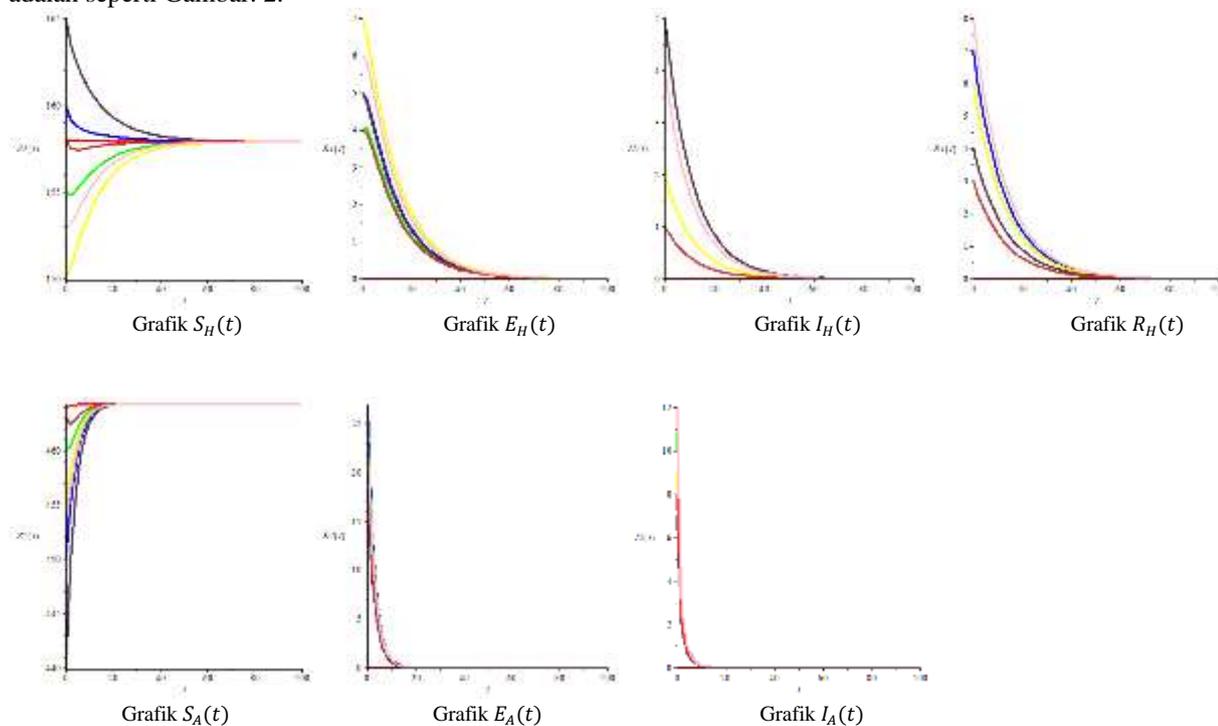
$$S_H(0) = 150, E_H(0) = 7, I_H(0) = 2, R_H(0) = 6, S_A(0) = 455, E_A(0) = 22, I_A(0) = 9$$

$$S_H(0) = 165, E_H(0) = 5, I_H(0) = 5, R_H(0) = 4, S_A(0) = 440, E_A(0) = 18, I_A(0) = 7$$

$$S_H(0) = 158, E_H(0) = 4, I_H(0) = 1, R_H(0) = 3, S_A(0) = 463, E_A(0) = 20, I_A(0) = 8$$

$$S_H(0) = 153, E_H(0) = 6, I_H(0) = 4, R_H(0) = 8, S_A(0) = 453, E_A(0) = 24, I_A(0) = 12$$

Berdasarkan nilai parameter dan nilai awal di atas diperoleh grafik dari masing-masing kelompok terhadap waktu t adalah seperti Gambar. 2.



Gambar. 2 Trayektori di Sekitar Titik Tetap Bebas dari Penyebaran Penyakit Leptospirosis

Berdasarkan Gambar 2. dapat dilihat bahwa kurva merah mewakili titik tetap bebas dari penyakit leptospirosis. Sedangkan kurva biru, hijau, kuning, ungu, orange dan merah jambu yang nanti akan menentukan stabil atau tidaknya pada titik tetap bebas dari penyakit leptospirosis pada masing-masing grafik tersebut. Kemudian dapat dilihat bahwa titik tetap $P_0 = (\frac{\mu_H N_H}{\lambda_H}, 0, 0, 0, \frac{\mu_A N_A}{\lambda_A}, 0, 0)$ adalah titik tetap yang stabil karena trayektori (kurva biru, hijau, kuning, ungu, orange dan merah jambu) dari masing-masing grafik bergerak mendekati titik tetap bebas dari penyakit leptospirosis yang diperlihatkan oleh kurva merah. Titik tetap bebas yang stabil ini dapat memiliki arti yaitu bahwa dalam waktu tertentu penyebaran penyakit leptospirosis ini akan menghilang.

b. Simulasi Model Matematika dengan Titik Tetap Endemik dari Penyebaran Penyakit Leptospirosis

Selanjutnya akan dilakukan simulasi untuk kondisi dimana terdapat individu yang terinfeksi penyakit

leptospirosis sehingga parameter yang digunakan adalah seperti Tabel II.

TABEL II
PARAMETER UNTUK TITIK TETAP ENDEMIK PENYEBARAN PENYAKIT LEPTOSPIROSIS

Parameter	Nilai
μ_H	0,12
μ_A	1,3
β_H	0,75
β_A	0,75
λ_H	0,076
λ_A	0,28
ϵ_H	0,005
ϵ_A	0,6
γ_H	0,01
γ_A	0,75
σ_H	0,00285
δ_H	0,067
N_H	100
N_A	100

Dengan nilai parameter seperti pada Tabel II. akan dihitung nilai R_0 dan didapatkan hasil sebagai berikut:

$$R_0 = 1,306498816$$

Didapatkan $R_0 > 1$. Kemudian dihitung nilai titik tetap endemik dari Model Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis yaitu $P_1 = (27, 123, 4, 3, 201, 84, 49)$. Dalam simulasi titik tetap endemik dari penyebaran penyakit leptospirosis digunakan nilai awal sebagai berikut:

$$S_H(0) = 27, E_H(0) = 123, I_H(0) = 4, R_H(0) = 3, S_A(0) = 201, E_A(0) = 84, I_A(0) = 49$$

$$S_H(0) = 25, E_H(0) = 120, I_H(0) = 3, R_H(0) = 2, S_A(0) = 200, E_A(0) = 80, I_A(0) = 45$$

$$S_H(0) = 29, E_H(0) = 125, I_H(0) = 1, R_H(0) = 4, S_A(0) = 195, E_A(0) = 82, I_A(0) = 47$$

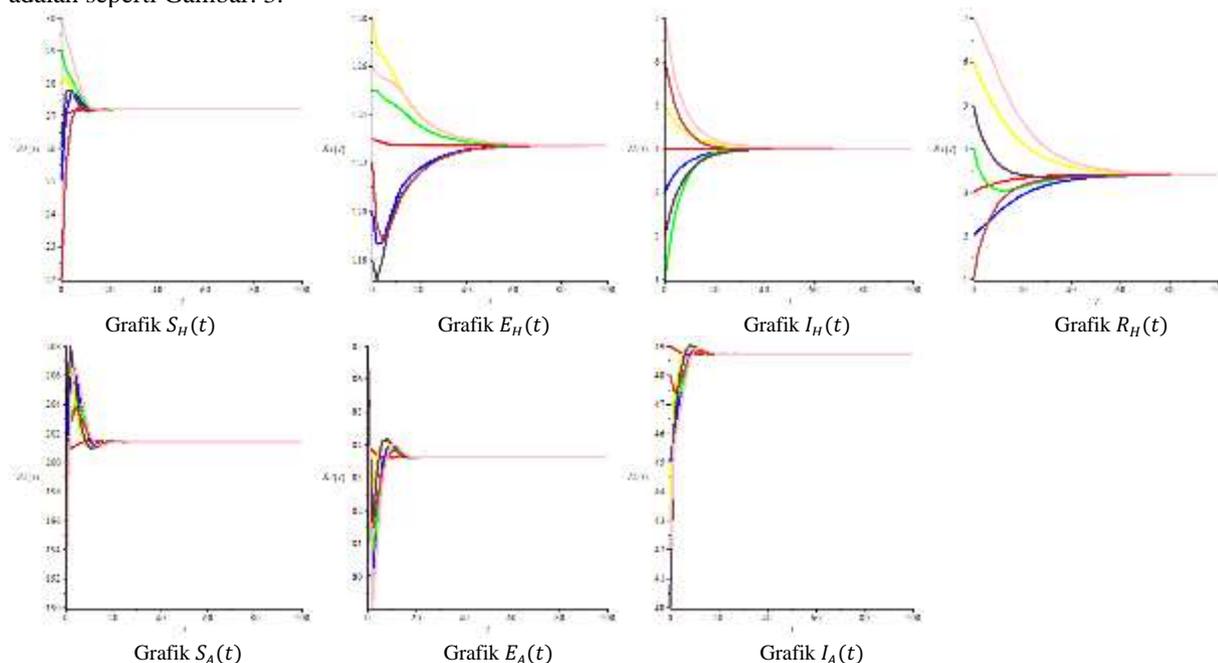
$$S_H(0) = 28, E_H(0) = 128, I_H(0) = 5, R_H(0) = 6, S_A(0) = 205, E_A(0) = 85, I_A(0) = 43$$

$$S_H(0) = 26, E_H(0) = 118, I_H(0) = 2, R_H(0) = 5, S_A(0) = 203, E_A(0) = 87, I_A(0) = 40$$

$$S_H(0) = 22, E_H(0) = 122, I_H(0) = 6, R_H(0) = 1, S_A(0) = 198, E_A(0) = 81, I_A(0) = 48$$

$$S_H(0) = 30, E_H(0) = 126, I_H(0) = 7, R_H(0) = 7, S_A(0) = 190, E_A(0) = 86, I_A(0) = 42$$

Berdasarkan nilai parameter dan nilai awal di atas diperoleh grafik dari masing-masing kelompok terhadap waktu t adalah seperti Gambar. 3.



Gambar. 3 Trayektori di Sekitar Titik Tetap Endemik dari Penyebaran Penyakit Leptospirosis

Berdasarkan Gambar. 3 dapat dilihat bahwa kurva merah mewakili titik tetap bebas dari penyakit leptospirosis. Sedangkan kurva biru, hijau, kuning, ungu, orange dan merah jambu yang nanti akan menentukan stabil atau tidaknya pada titik tetap endemik dari penyebaran penyakit leptospirosis pada masing-masing grafik tersebut. Kemudian dapat dilihat bahwa titik tetap $P_1 = (S^*_H, E^*_H, I^*_H, R^*_H, S^*_A, E^*_A, I^*_A)$ adalah titik tetap yang stabil karena dilihat dari trayektori (kurva biru, hijau, kuning, ungu, orange dan merah jambu) dari masing-masing grafik bergerak mendekati titik tetap endemik dari penyebaran penyakit leptospirosis yang diperlihatkan oleh kurva merah. Titik tetap endemik yang stabil ini memiliki arti bahwa dalam waktu tertentu ketika terjadi penyebaran penyakit leptospirosis pada suatu populasi maka jumlah untuk setiap kelompok akan kembali ke keadaan awal.

C. Interpretasi Model Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis pada Populasi Manusia dan Hewan

Berdasarkan analisis dan simulasi yang telah dilakukan dapat dilihat faktor yang mempengaruhi terjadinya penyebaran penyakit leptospirosis dalam suatu populasi yaitu tingkat penularan penyakit. Pengaruh faktor ini dapat dilihat dari nilai R_0 .

$$R_0 = \frac{\beta_H \mu_H}{\lambda_H (\epsilon_A + \lambda_A) (\lambda_A + \gamma_A)}$$

Hal ini menunjukkan bahwa tingkat penularan penyakit leptospirosis antar individu berbanding lurus dengan R_0 . Semakin tinggi tingkat penularan yang terjadi pada populasi manusia maka angka penyebaran penyakit leptospirosis juga akan semakin meningkat. Untuk mengontrol penyebaran penyakit leptospirosis bisa kita lakukan dengan mengontrol tingkat penularan penyebaran penyakit leptospirosis pada kelompok populasi manusia yang rentan akibat adanya kontak dengan populasi vektor terinfeksi dengan salah satunya adalah menjaga kebersihan.

Setiap individu harus menjaga kebersihan diri dan lingkungan masing-masing karena kebersihan sangat mempengaruhi tingkat penularan penyakit leptospirosis. Pada lingkungan kurang bersih, populasi hewan bisa berkembang dengan cepat dan bakteri *Leptospira* juga berkembang dengan cepat karena bakteri ini suka beradaptasi di tempat yang kurang bersih. Individu yang rentan terhadap penyakit dan tinggal di tempat yang kurang bersih akan sangat mudah tertular penyakit dan juga bisa menularkan penyakit kepada individu lain. Hal ini berarti setiap individu harus bisa menjaga kebersihan dirinya, tempat tinggal dan lingkungan sekitarnya agar terhindar dari wabah penyakit leptospirosis.

SIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan, maka diperoleh model matematika penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi manusia dan hewan yang berbentuk sistem persamaan diferensial. Kestabilan sistem pada model ini adalah stabil yang mana ditunjukkan pada kasus titik tetap endemic dan titik tetap bebas dari penyebaran penyakit leptospirosis. Simulasi penyebaran

penyakit leptospirosis pada model matematika penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi manusia dan hewan menunjukkan bahwa dalam waktu tertentu ketika terjadi penyebaran penyakit leptospirosis pada suatu populasi maka jumlah untuk setiap kelompok pada populasi itu akan kembali pada keadaan awal.

REFERENSI

- [1] Purnama, Sang Gede.2016. *Buku Ajar Penyakit Berbasis Lingkungan*.
- [2] Rusmini.2011. *Bahaya Leptospirosis (Penyakit Kencing Tikus) dan Cara Pencegahannya*. Yogyakarta: Gosyen Publishing.
- [3] Prihantoro, Teguh & Arum Siwiendrayanti.2017. "Karakteristik dan Kondisi Lingkungan Rumah Penderita Leptospirosis di Wilayah Kerja Puskesmas Pegandan". *Jurnal of Health Education*.
- [4] World Health Organization. 2010. *Human Leptospirosis : Guidance for Diagnosis, Surveillance and Control*. International Leptospirosis Society.
- [5] Patrianto, Symphorianus Faming. 2016. *Model SIR Penyebaran Penyakit Leptospirosis*. Tugas Akhir Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.
- [6] Akhrizal, Afdhal dan Media Rosha. 2019. "Model Matematika Pengaruh Lingkungan Terhadap Penyebaran Homoseksual. *UNPjoMath Vol. 2 No. 3*.