

## PERHITUNGAN TINGKAT ENERGI SUMUR POTENSIAL KEADAAN TERIKAT MELALUI PERSAMAAN SCHRODINGER MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA

Hanifah Rahmayani<sup>\*)</sup>, Hidayati<sup>\*\*)</sup> dan Pakhrur Razi<sup>\*\*)</sup>

\*)Mahasiswa Jurusan Fisika FMIPA UNP, email: [hanifah\\_rahmayani@yahoo.com](mailto:hanifah_rahmayani@yahoo.com)

\*\*)Staf Pengajar Jurusan Fisika FMIPA UNP

### ABSTRACT

*Schrodinger equations are widely used in solving a variety of problems, one of them is particles in a box in especially of potential wells bound state. Particle in a box is a discrete circumstances, so we must examined whether or not the degeneration of these particles. The Schrodinger equation analysed to get a form of modeling of energy levels and wave functions in potential wells of the circumstance used numerical method. We also can show energy level of each state from the model. The numerical approaches is finnite difference method using Matlab R2010 software. Numerical calculation shows  $k$  value.  $k_1$  and  $k_3$  gets from solution of cos equation, whereas  $k_2$  and  $k_4$  gets from solution of sin equation. The  $k$  value is used to know the energy level in potential wells. energy level model show wave fuction. In potential well bound state, Energy level and wave functions be smaller when potential energy is high and it is high when potential when potential energy is small. When wide of potential well is smaller, energy level and wave function be smaller too. But there isn't show energy level and wave function when wide of potential well is high. The shape of energy level and and wave function of particle in box.*

**Keywords:** potential well, level energy, schrodinger equation.

### PENDAHULUAN

Persamaan Schrodinger merupakan salah satu persamaan yang penting dalam mekanika kuantum, untuk menggambarkan keadaan yang tidak bisa dijelaskan pada mekanika klasik. Persamaan Schrodinger dapat menyelesaikan berbagai permasalahan mikro, salah satunya partikel dalam kotak khususnya partikel pada sumur potensial keadaan terikat. Partikel pada sumur potensial merupakan partikel yang datang pada dinding penghalang sejauh  $L$  dan setinggi  $V_0$ . Model potensial sumur keadaan terikat ini dapat digunakan untuk membahas beberapa permasalahan fisika salah satunya sistem atom H. Fungsi gelombang pada sumur potensial ditentukan oleh besar energi partikel yang datang dan tinggi dinding potensial kotak. Perhitungan fungsi gelombang dan tingkat energi pada potensial sumur sulit diperoleh secara analitik. Untuk itu perlu dibuat pemodelan fungsi gelombang yang diselesaikan menggunakan metode numerik. Salah satu metode yang digunakan adalah metode beda hingga. Metode beda hingga lebih mudah digunakan dari segi pemograman. Perancangan program simulasi yang sesuai dengan kerangka teorinya akan lebih dimengerti gejala apa saja yang terdapat pada sumur potensial. Berdasarkan masalah ini, diterapkan metode beda hingga untuk menyelesaikan persamaan Schrodinger Bebas Waktu untuk sumur potensial.

Sifat gelombang sebagai partikel ditunjukkan oleh suatu radiasi yang dikemukakan oleh Max Planck. Max Planck mencoba menerangkan radiasi karakteristik yang dipancarkan oleh benda mampat. Radiasi yang dipancarkan oleh setiap benda terjadi secara diskrit yang dipancarkan

dalam satuan kecil, disebut kuantum (energi kuantum). Planck berpendapat bahwa kuantum berbanding lurus dengan frekuensi tertentu dari cahaya yang berbanding terbalik dengan energi. Planck menganggap bahwa energi elektromagnetik yang timbul secara terputus-putus meskipun penjalarannya melalui ruang merupakan gelombang elektromagnetik yang kontinu. Gagasan Planck berkembang menjadi teori baru yang disebut teori kuantum.<sup>[5]</sup>

Tahun 1924, Louis de Broglie mengajukan hipotesis bahwa "watak ganda yang dimiliki cahaya juga dimiliki oleh partikel material". Artinya sifat gelombang dapat ditunjukkan oleh partikel material seperti yang ditunjukkan oleh foton. Sehingga gelombang materi harus berupa grup gelombang. Fungsi gelombang pada gelombang materi tidak memiliki arti fisis secara langsung, tetapi dari fungsi gelombang dapat diketahui berbagai informasi tentang keadaan partikel secara probablistik.<sup>[1]</sup>

Hipotesis de Broglie mengatakan, gelombang materi semestinya berbentuk gelombang monokromatis dengan panjang gelombang  $\lambda = h/p$  dan frekuensi  $\nu = E/h$ . Dapat disimpulkan bahwa gelombang materi tidak mungkin berupa gelombang monokromatis karena gelombang monokromatis menyebar ke seluruh ruangan sedangkan gelombang materi harus dapat mendeskripsikan partikel. Sehingga gelombang materi tersebut harus berupa grup gelombang.<sup>[1]</sup>

Fungsi gelombang bagi gelombang materi tidak memiliki arti fisis secara langsung. Artinya, tidak ada besaran fisis yang mengikuti cara fungsi gelombang itu. Oleh karena itu perlu cara tertentu untuk menafsirkan fungsi gelombang secara fisis. Berdasarkan fungsi

gelombang tersebut kita dapat mengetahui keberadaan (posisi) partikel dan besarnya momentum yang dimilikinya secara probabilistik.

Fungsi gelombang tidak bergantung waktu disimbolkan dengan  $\varphi(x)$ .  $|\varphi(x)|^2$  merupakan rapat peluang keberadaan partikel di  $x$ .  $\varphi$  adalah fungsi gelombang dengan pengertian bahwa:

$$\varphi^* \varphi dx dy dz = P dV \quad (1)$$

$P$  adalah probabilitas keberadaan partikel dalam volume  $dx dy dz$  disekitar titik  $(x,y,z)$ ;  $\varphi^*$  adalah konjugat dari  $\varphi$ . Probabilitas suatu gelombang memberikan arti bahwa partikel akan ditemukan di sekitar posisi tertentu. Kita juga tidak dapat mengatakan secara pasti bagaimana partikel bergerak sebagai fungsi waktu karena posisi dan momentum partikel dibatasi oleh prinsip ketakpastian Heisenberg.<sup>[1]</sup>

Rapat probabilitas  $P(x)$  terhadap  $\varphi(x)$  berdasarkan persamaan Schrodinger ditentukan oleh:

$$P(x)dx = |\varphi(x)|^2 dx \quad (2)$$

Keberadaan partikel tidak dapat dipastikan, jika menghitung probabilitas yang berkaitan setiap koordinat, maka harus melakukan pengukuran berkali-kali.<sup>[7]</sup>

Persamaan Schrodinger merupakan persamaan differensial parsial. Persamaan differensial parsial dapat di ubah menjadi sistem persamaan biasa dengan teknik pemisahan variabel. Persamaan Schrodinger yang digunakan dalam penyelesaian sumur potensial keadaan terikat ini adalah Persamaan Schrodinger Bebas Waktu (PSBW). PSBW hanya dapat digunakan jika potensial sistem secara eksplisit tidak bergantung pada waktu. PSBW dapat dirumuskan sebagai berikut:

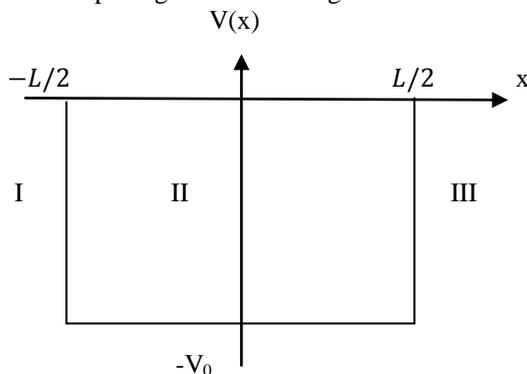
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + V(x)\varphi(x) = E\varphi(x) \quad (3)$$

Tinjau daerah pada kotak potensial setinggi  $V_0$  dan lebar  $L$ , dengan energi potensialnya terbagi menjadi:

$$V(x) = -V_0 \quad -L/2 \leq x \leq L/2$$

$$V(x) = 0 \quad \text{di } x \text{ lainnya}$$

Keadaan ini dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1. Sumur Potensial Keadaan Terikat dengan Lebar  $L$  dan Tinggi  $V_0$ .

Potensial pada Gambar 1. Bernilai nol untuk daerah  $x < -L/2$  dan  $x > L/2$  dan bernilai  $-V_0$  untuk daerah  $-L/2 > x > L/2$ . Pada sumur potensial partikel yang datang dari sebelah kiri yaitu  $x < -L/2$  (daerah I) menuju  $-L/2 > x > L/2$  (daerah II) dan keluar ke kanan yaitu  $x > L/2$  (daerah III). Berdasarkan Gambar 1. Keadaan terikat terjadi jika energi total partikel memenuhi ketaksamaan  $0 > E > -V_0$ . Jika energi partikel lebih dari nol, maka partikel dapat bergerak dari  $-\infty$  sampai  $+\infty$ . Energi potensial  $V$  dari partikel berhingga di kedua sisi kotak, sedangkan  $V$  berubah di dalam kotak. Karena energi partikel berhingga di kedua sisi kotak, partikel mungkin ditemukan di luar kotak.

PSBW pada daerah I dan daerah III dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} - \alpha^2 \varphi(x) = 0 \text{ dengan } \alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (4)$$

dan PSBW untuk daerah II menjadi:

$$\frac{\partial^2 \varphi_{II}(x)}{\partial x^2} + k^2 \varphi_{II}(x) = 0 \text{ dengan}$$

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E + V_0) \quad (5)$$

sehingga:

$$E = \frac{k^2 \hbar^2}{2m} - V_0 \quad (6)$$

PSBW daerah I, II dan III digabung sehingga didapat hubungan:

$$e^{2ika} = \left( \frac{\alpha - ik}{\alpha + ik} \right)^2 \quad (7)$$

Persamaan (7) memiliki dua penyelesaian (akar) yaitu:

$$e^{ika} = \frac{\alpha - ik}{\alpha + ik} \quad \text{dan} \quad -e^{ika} = \frac{\alpha - ik}{\alpha + ik} \quad (8)$$

Persamaan (8) dapat diubah bentuk dengan menggunakan identitas trigonometri, sehingga diperoleh penyelesaian:

$$\frac{k}{k_0} = \left| \cos \left( \frac{ka}{2} \right) \right| \quad (9)$$

$$\frac{k}{k_0} = \left| \sin \left( \frac{ka}{2} \right) \right| \quad (10)$$

Persamaan (9) dan persamaan (10) tidak dapat diselesaikan secara analitik. Persamaan ini dapat diselesaikan secara grafik atau dengan program numerik. Penyelesaian persamaan ini akan diperoleh nilai  $k$ . Selanjutnya dapat ditentukan bentuk fungsi gelombang di dalam kotak dan juga nilai energinya. Sehingga dapat dilukiskan berbagai tingkat energi dan fungsi gelombang yang mungkin dari beberapa keadaan. Keadaan energi terendah yaitu pada  $n=1$ , keadaan ini dikenal sebagai keadaan dasar. Keadaan dengan energi yang lebih tinggi disebut dengan keadaan eksitasi.

Perhitungan numerik sumur potensial keadaan terikat ini selanjutnya digunakan metode beda hingga. Metode beda hingga merupakan metode yang digunakan dalam penyelesaian persamaan differensial biasa nilai batas dari sebuah problem kalkulus menjadi sebuah aljabar.<sup>[2]</sup>

Metode beda hingga yang digunakan dalam penentuan fungsi gelombang yang menggunakan metode beda hingga tipe *central finite difference* dengan aproksimasi beda hingga:<sup>[2]</sup>

$$\varphi'(x_i) = \frac{\varphi(x_{i+1}) - \varphi(x_{i-1}))}{2h} \quad (14)$$

$$\varphi''(x_i) = \frac{\varphi(x_{i+1}) - 2\varphi(x_i) + \varphi(x_{i-1}))}{h^2} \quad (15)$$

Bentuk umum persamaan differensial biasa (PDB) dengan nilai batas adalah:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + p(x)\frac{d\varphi}{dx} + q(x)\varphi = f(x) \quad \text{dengan} \\ x_0 \leq x \leq x_n \quad (16)$$

Selanjutnya persamaan (3) dikonversi ke persamaan (16) sehingga diperoleh koefisien:

$$p(x)=0, q(x) = \frac{2m(E-V)}{\hbar^2} \quad \text{dan} \quad f(x)=0 \quad (17)$$

Aproksimasi menggunakan metode beda hingga, diperoleh solusi akhir:

$$\varphi_{i-1} - \left[ 2 - h^2 \left( \frac{2m(E-V)}{\hbar^2} \right) \right] \varphi_{(i)} + \varphi_{i+1} = 0 \quad (18)$$

Persamaan (18) merupakan persamaan sumur potensial keadaan terikat dalam bentuk numerik dengan menggunakan metode beda hingga.

## METODOLOGI PENELITIAN

Jenis penelitian yang dilakukan untuk menyelesaikan penelitian ini adalah penelitian deskriptif. Penelitian ini dilakukan di Laboratorium Fisika Komputasi Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang.

Pelaksanaan penelitian dibagi menjadi beberapa tahap, yaitu: Tahap Persiapan, hal-hal yang dilakukan antara lain menelusuri kepustakaan, kajian teori, dan analisis kebutuhan, serta *flowchart* untuk program yang dibuat. Tahap Pelaksanaan, berupa pembuatan program yang telah dibuat dan menguji kelayakan program. Pembuatan program yang telah dibuat diharapkan dapat memberikan simulasi atau pemodelan fungsi gelombang partikel dalam kotak. Solusi yang didapatkan dirancang dengan program yang sesuai melalui pendekatan metode beda hingga. Untuk merancang sebuah program, digunakan *flowchart* sebagai pola untuk selanjutnya diterjemahkan kedalam bahasa pemrograman komputer. *Software* yang digunakan adalah program Matlab untuk memperoleh tingkat energi dan fungsi gelombang.

Keberhasilan hasil program di uji dengan melakukan analisis data dengan cara membandingkan hasil yang didapat dari program aplikasi dengan hasil yang ada pada referensi, seperti yang tertera pada kutipan pada bagian kajian teori. Teknik analisis data dilakukan secara grafik dan secara statistik. Grafik berguna untuk memberikan hasil secara visual dalam melukiskan hubungan dua variabel yang diperoleh dari pengukuran dan perhitungan. Tahap Penyusunan Laporan Akhir, hal yang dilakukan berupa pembuatan draft laporan perbaikan, laporan akhir.

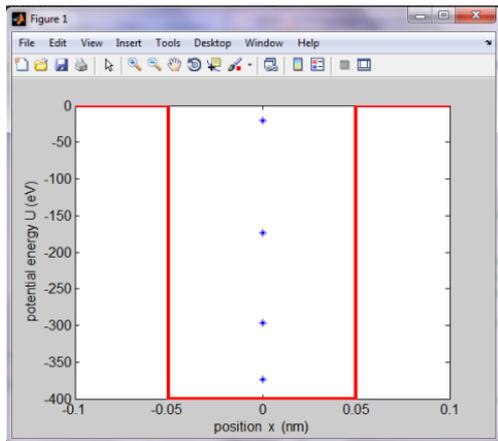
## HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan persamaan (9) dan persamaan (10) diperoleh solusi numerik untuk mendapatkan beberapa nilai k. Nilai k dari penyelesaian ini digunakan untuk menentukan energi pada sumur potensial keadaan terikat. Untuk mendapatkan solusi numerik energi pada sumur potensial ini digunakan persamaan (6), sehingga dapat diketahui tingkat energi pada sumur potensial keadaan terikat. Setelah diperoleh nilai energi, selanjutnya digunakan persamaan gelombang menggunakan metode beda hingga untuk mendapatkan bentuk fungsi gelombang tersebut dalam sumur potensial.

Nilai k sangat mempengaruhi dalam memperoleh nilai energi pada persamaan gelombang sumur potensial ini. Untuk memperoleh nilai k digunakan salah satu metode numerik yaitu metode *bisection*. Metode *bisection* merupakan metode untuk menentukan akar persamaan yang tidak bisa diperoleh melalui metode analisis. Metode *bisection* diperoleh nilai k berdasarkan persamaan (9) dan persamaan (10).

Analisis numerik solusi tingkat energi pada sumur potensial memperlihatkan tingkat energi secara umum dengan dipengaruhi oleh energi potensial ( $V_0$ ) dan lebar sumur potensial (L) menggunakan metode beda hingga dengan program MATLAB R 10. Tampilan analisis numerik pada penelitian ini yaitu tampilan fungsi gelombang dalam kotak pada tingkat energi tertentu, dimana massa elektron (m), konstanta  $\hbar$  dan energi potensial ( $V_0$ ) telah ditetapkan. Untuk keadaan awal yang mengacu kepada referensi, maka energi potensial ( $V_0$ ) digunakan sebagai ketetapan. Selanjutnya agar mengetahui apabila energi potensialnya dirubah terhadap nilai energi, maka energi potensial ( $V_0$ ) digunakan sebagai variasi variabel sehingga dapat dibuat grafik fungsi gelombang pada sumur potensial keadaan terikat.

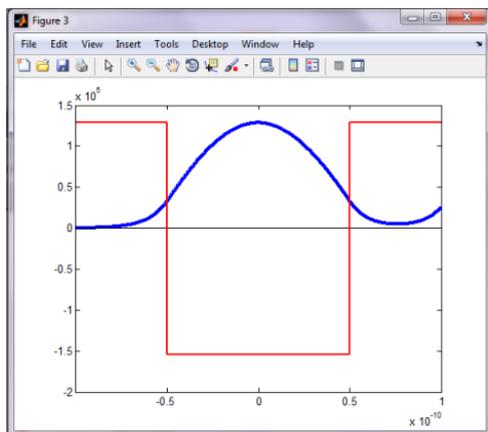
1. Tingkat Energi pada Energi Potensial Tetap dan Lebar Sumur Tetap



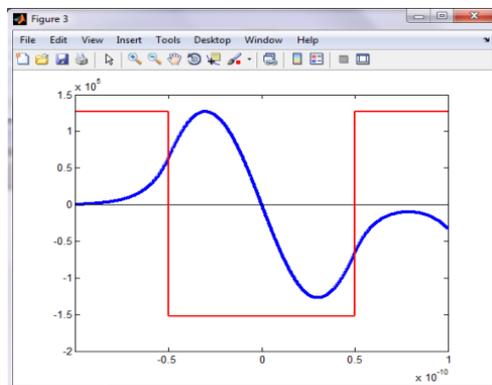
Gambar 2. Tingkat Energi secara Umum

Gambar 2. Menunjukkan tampilan tingkat energi secara umum, dimana energi potensial konstan ( $V_0$ ) = -400 eV dan lebar sumur ( $L$ ) = 0.1 nm. Tingkat energi diperoleh berdasarkan perhitungan numerik nilai  $k$  sehingga diperoleh 4 tingkat energi.

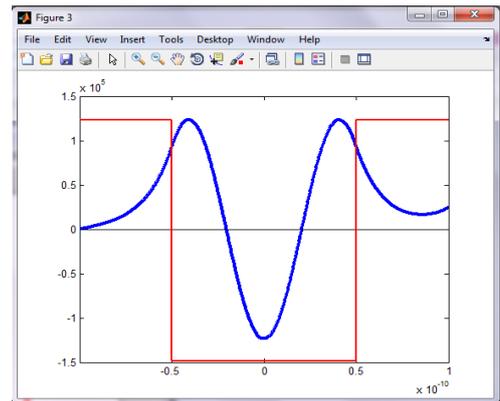
Berdasarkan nilai  $k$  dan  $E$  yang diperoleh, dapat dibuat program untuk melihat fungsi gelombang. Untuk masing-masing nilai  $k$  dihasilkan visualisasi fungsi gelombang seperti berikut:



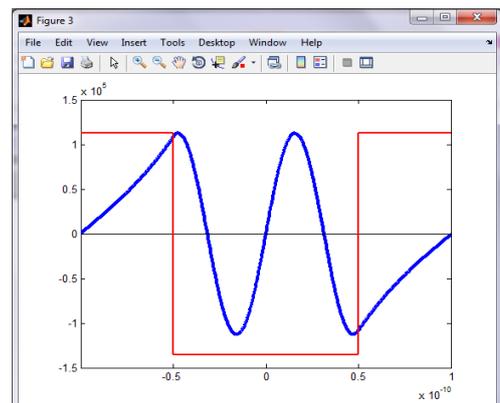
(a)



(b)



(c)



(d)

Gambar 3. Fungsi gelombang saat  $V_0 = -400$  dan  $L = 0.1$  nm untuk (a)  $n=1$ , (b)  $n=2$ , (c)  $n=3$  dan (d)  $n=4$

Gambar 3. memperlihatkan fungsi gelombang dalam berbagai keadaan energi dari  $n=1$  sampai  $n=4$ . Saat  $n=1$  yaitu pada Gambar 3.(a) diperoleh setengah gelombang dan energi yang diperoleh -373.84 eV.  $n=2$  yaitu pada Gambar 3.(b) terlihat satu gelombang dan energi yang diperoleh -296.63 eV. Untuk  $n=3$  yaitu pada Gambar 3.(c) terlihat 1.5 gelombang dan energi yang diperoleh -173.5 eV. Untuk  $n=4$  pada Gambar 3.(d) terlihat dua gelombang dan energi yang diperoleh -21 eV.

Hasil yang diperoleh ini sama dengan hasil yang ada pada referensi.<sup>[3]</sup> Karena program yang dibuat telah sesuai dengan teori maka program dapat dikatakan benar.

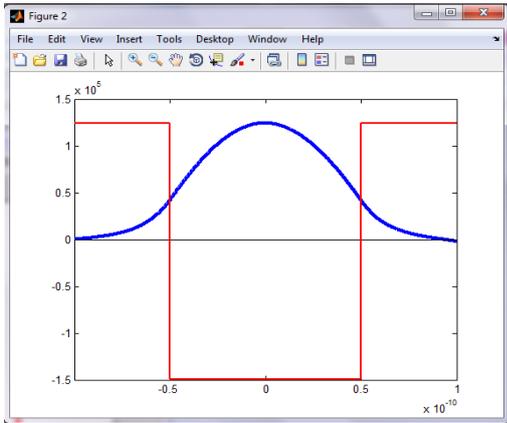
## 2. Tingkat Energi untuk Energi Potensial Bervariasi dan Lebar Sumur Tetap

Pada bagian ini akan ditampilkan hasil program dari potensial sumur saat lebar sumur tetap yaitu 0.1 nm dan energi potensialnya  $V_0$  bervariasi yaitu -200 eV dan -450 eV.

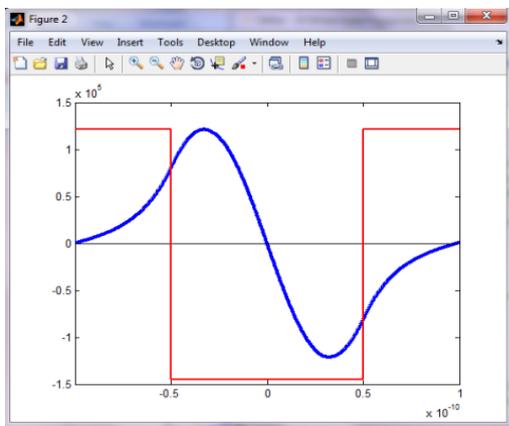
### a. $V_0 = -200$ eV

Berdasarkan nilai  $k$  dan energi yang diperoleh, dapat di buat program untuk melihat fungsi gelombang,

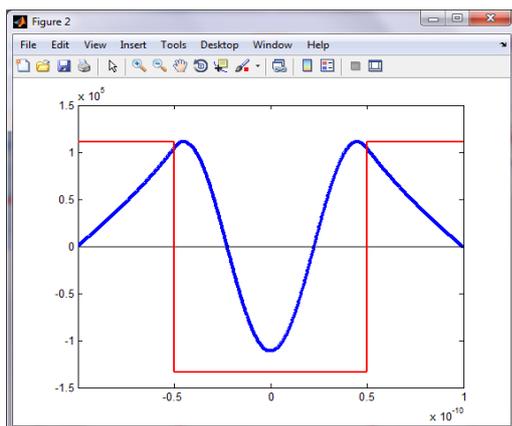
masing-masing nilai k dihasilkan visualisasi fungsi gelombang seperti berikut:



(a)



(b)



(c)

Gambar 4. Fungsi gelombang saat  $V_0 = -200$  dan  $L = 0.1$  nm (a)  $n=1$ , (b)  $n=2$ , (c)  $n=3$ .

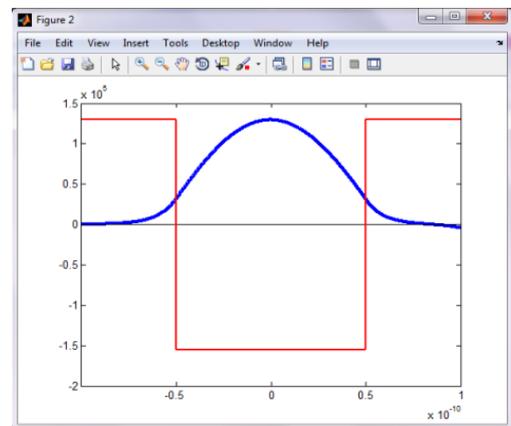
Gambar 4. memperlihatkan fungsi gelombang dalam berbagai keadaan energi dari  $n=1$  sampai  $n=3$ . Saat  $n=1$  yaitu pada Gambar 4.(a) diperoleh setengah gelombang dan energi yang didapatkan  $-177.09$  eV.

Untuk  $n=2$  pada Gambar 4.(b) terlihat satu gelombang dan energi yang didapatkan  $-111.09$  eV. Untuk  $n=3$  yaitu pada Gambar 4.(d) terlihat 1.5 gelombang dan energi yang didapatkan  $-13.96$  eV.

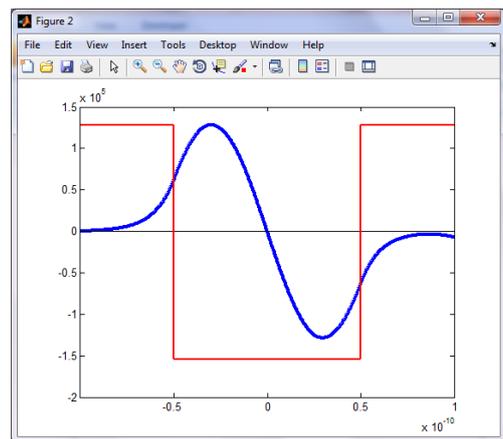
Gambar 4. memperlihatkan nilai k, energi dan keadaan fungsi gelombang saat  $V_0 = -200$  eV dan  $L = 0.1$  nm. Berdasarkan nilai k yang diperoleh didapatkan hubungan, semakin besar nilai k maka semakin besar pula energi yang diperoleh. Semakin besar energi maka gelombang yang dihasilkan semakin banyak.

b.  $V_0 = -450$  eV

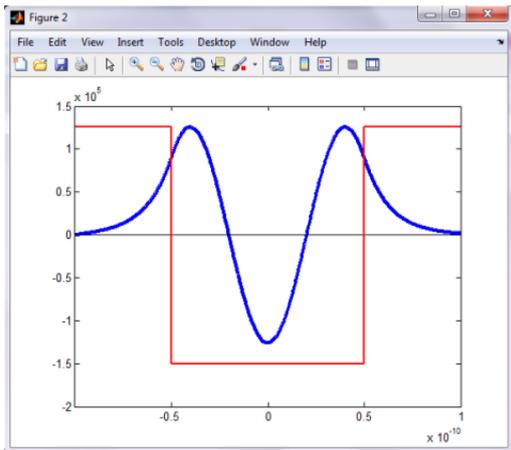
Apabila nilai energi potensial ( $V_0$ ) diubah menjadi lebih kecil yaitu  $-450$  eV dan lebar sumur ( $L$ ) =  $0.1$  nm, maka fungsi gelombang dalam kotak pada sumur potensial keadaan terikat menjadi:



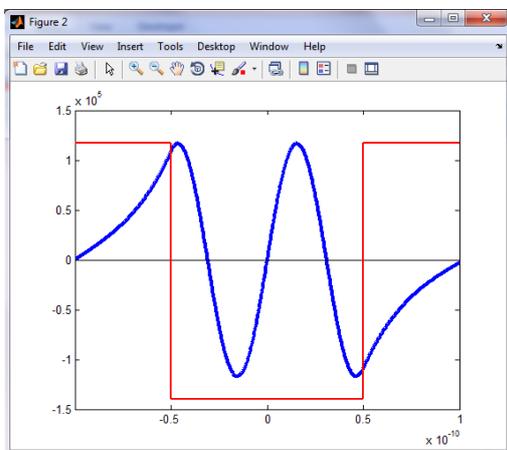
(a)



(b)



(c)



(d)

Gambar 5. Fungsi gelombang saat  $V_0 = -450$  dan  $L = 0.1$  nm untuk (a)  $n=1$ , (b)  $n=2$ , (c)  $n=3$  dan (d)  $n=4$ .

Gambar 5. terlihat fungsi gelombang dalam berbagai keadaan energi dari  $n=1$  sampai  $n=4$ . Saat  $n=1$  yaitu pada Gambar 5.(a) diperoleh setengah gelombang dan energi yang didapatkan  $-423.28$  eV. Untuk  $n=2$  yaitu pada Gambar 5.(b) terlihat satu gelombang dan energi yang didapatkan  $-344.28$  eV. Untuk  $n=3$  yaitu pada Gambar 5.(c) terlihat 1.5 gelombang dan energi yang didapatkan  $-217.25$  eV. Untuk  $n=4$  yaitu pada Gambar 5.(d) terlihat dua gelombang dan energi yang didapatkan  $-56.13$  eV.

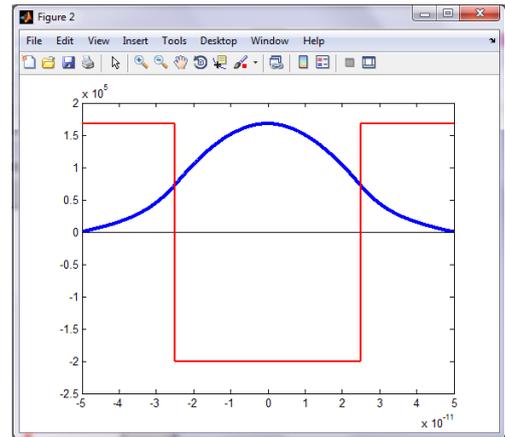
Gambar 5. memperlihatkan nilai  $k$ , energi dan keadaan fungsi gelombang saat  $V_0 = -450$  eV dan  $L = 0.1$  nm. Berdasarkan nilai  $k$  yang diperoleh didapatkan hubungan, semakin besar nilai  $k$  maka semakin besar pula energi yang diperoleh. Semakin besar energi maka gelombang yang dihasilkan semakin banyak.

### 3. Tingkat Energi untuk Energi Potensial Tetap dan Lebar Sumur Bervariasi

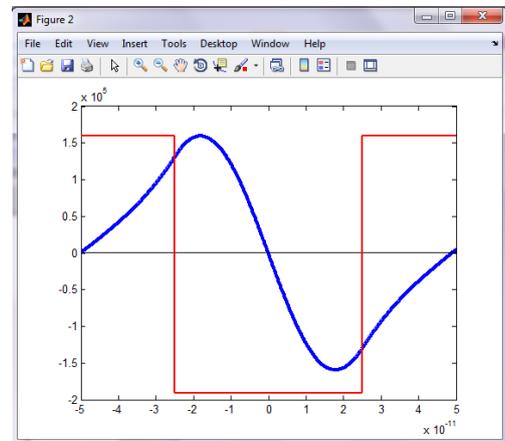
Apabila lebar sumur potensial diberi variasi sebesar  $L = 0.05$  nm dan  $L = 1$  nm sedangkan energi potensialnya tetap ( $V_0 = -400$  eV).

#### a. $L = 0.05$ nm

Berdasarkan nilai  $k$  dan energi yang diperoleh, dapat di buat program untuk melihat fungsi gelombang, masing-masing nilai  $k$  dihasilkan visualisasi fungsi gelombang seperti berikut:



(a)



(b)

Gambar 6. Fungsi gelombang saat  $V_0 = -400$  dan  $L = 0.1$  nm untuk (a)  $n=1$  dan (b)  $n=2$ .

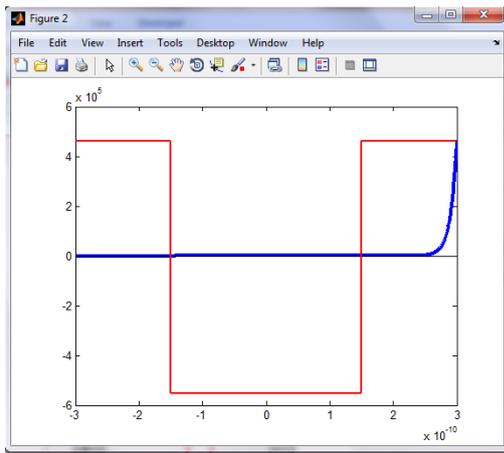
Gambar 6. Memperlihatkan fungsi gelombang dalam keadaan energi  $n=1$  sampai  $n=3$ . Saat  $n=1$  yaitu pada Gambar 6.(a) diperoleh setengah gelombang dan energi yang didapatkan  $-323$  eV. Untuk  $n=2$  yaitu pada Gambar 6.(b) terlihat satu gelombang dan energi yang didapatkan  $108.76$  eV.

Gambar 6. memperlihatkan nilai  $k$ , energi dan keadaan fungsi gelombang saat  $V_0 = -400$  eV dan  $L = 0.05$  nm. Berdasarkan nilai  $k$  yang diperoleh

didapatkan hubungan, semakin besar nilai  $k$  maka semakin besar pula energi yang diperoleh. Semakin besar energi maka gelombang yang dihasilkan semakin banyak.

b.  $L=1$  nm

Lebar sumur potensial diubah menjadi 1 nm dan energi potensialnya tetap yaitu -400 eV tidak ditemukan tingkat energi dan fungsi gelombangnya seperti yang ditunjukkan oleh gambar berikut:



Gambar 7. Fungsi gelombang saat  $V_0=-400$  eV dan  $L=1$  nm

Gambar 7. memperlihatkan fungsi gelombang saat  $L=1$  nm. Terlihat tidak ada fungsi gelombang dan keadaan energi yang diperoleh. Ini menunjukkan apabila variasi lebar sumur diperbesar, maka gelombang tidak terlihat tetapi hanya melewati dinding potensial seperti garis lurus.

Partikel pada sumur potensial keadaan terikat memiliki solusi yang tidak dapat diselesaikan secara analisis, karena tidak dapat dipecahkan secara analisa digunakan metode numerik. Dari solusi akhir persamaan Schrodinger pada sumur potensial keadaan terikat terdapat dua solusi untuk mendapatkan nilai  $k$ . Nilai  $k_1$  dan  $k_3$  diperoleh dari persamaan  $\cos$ , sedangkan nilai  $k_2$  dan  $k_4$  diperoleh dari persamaan  $\sin$ . Nilai  $k$  ini diperoleh melalui metode *bisection* yang selanjutnya digunakan untuk mendapatkan energi tiap tingkat energi.

Berdasarkan referensi yang berpatokan dengan energi potensial konstan yaitu -400 eV dan Lebar sumur 0.1 nm didapatkan 4 tingkat energi yang memiliki fungsi gelombang berbeda-beda. Banyaknya tingkat energi pada sumur potensial bergantung dari hasil nilai  $k$  yang diperoleh dan juga banyak gelombang yang terjadi pada partikel dalam kotak.

Setengah gelombang menunjukkan tingkat energi pertama, begitu juga seterusnya, kenaikan tiap gelombang

memperlihatkan kenaikan tingkat energi pula. Hasil program dirancang menggunakan variasi energi potensial ( $V_0$ ) dan lebar sumur ( $L$ ). Dimana saat variasi energi potensialnya yaitu -200 eV dan -450 eV dengan lebar sumur tetap 0.1 nm. Saat  $V_0$  diperbesar menjadi -200 eV diperoleh 3 tingkat energi dengan fungsi gelombang yang terlihat pada Gambar 4. Sedangkan saat  $V_0$  diperkecil menjadi -450 eV terdapat 4 tingkat energi. Tapi setiap kenaikan tingkat energi memiliki energi total yang bervariasi, tidak sama saat  $V_0$  divariasikan pula. Nilai energi dapat ditentukan melalui metode numerik untuk mendapatkan nilai  $k$ .

Variasi lebar sumur saat  $L$  diperkecil menjadi 0.05 nm dan energi potensialnya -400 eV, terdapat 2 tingkat energi dan fungsi gelombang seperti yang terlihat pada Gambar 7. Sedangkan saat lebar sumur diperbesar menjadi 1 nm dengan  $V_0$  -400 eV, tidak terlihat tingkat energi dan fungsi gelombangnya.

### KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pengujian solusi analitik dan analisa terhadap nilai besaran yang telah ditetapkan pada potensial sumur keadaan terikat dapat dikemukakan beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Dihasilkan pemodelan tingkat energi dan fungsi gelombang dengan menggunakan metode beda hingga. Energi menunjukkan banyaknya gelombang yang terjadi pada tingkat tertentu. Kenaikan setengah gelombang menunjukkan kenaikan tingkat energi pada potensial sumur. Program yang dibuat sesuai dengan teori.
2. Pengaruh variasi energi potensial dan lebar sumur terhadap tingkat energi dan fungsi gelombang adalah sebagai berikut:
  - a. Pada model potensial sumur keadaan terikat diberikan energi potensial  $V_0$  besar maka akan diperoleh tingkat energi dan fungsi gelombang yang kecil, begitu juga sebaliknya jika diberikan nilai energi potensial  $V_0$  kecil diperoleh tingkat energi dan fungsi gelombang besar.
  - b. Saat variasi lebar sumur diperkecil dengan energi potensial tetap diperoleh tingkat energi dan fungsi gelombang 2 keadaan, jika diberikan lebar sumur besar tidak terlihat tingkat energi ataupun fungsi gelombang.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1 ] Beiser Arthur. 1999. *Konsep Fisika Modern*. Edisi Keempat. Erlangga, Jakarta.
- [2] Basaruddin. 1991. *Metode Beda Hingga Untuk Persamaan differensial*. Jakarta:Gramedia.
- [3] Coper, Ian. *Quantum Mechanic Schrodinger Equation Time Independent Bound States*. University of Sydney. diakses tanggal 3 Februari 2013.
- [4] Eisberg, R dan Resnick, R. 1970. *Quantum Physics*. Jhon wiley & Sons. New York: California.
- [5] Krane Kenneth. 1992. *Fisika Modern*. Jakarta: UI Press.
- [6] Raymond, D. 2006. Particle in a Box. [http://id.www.physics.nmt.edu/raymond/classes\\_ph13xbook/node99.html](http://id.www.physics.nmt.edu/raymond/classes_ph13xbook/node99.html). diakses 23 juni 2012.
- [7] Sutopo. 2003. *Pengantar Fisika Kuantum*. Malang: JICA.