



## Penalaran Proporsional Siswa Kelas IV Sekolah Dasar dalam Menyelesaikan Masalah *Missing Value* Perkalian dan Pembagian

**Kaisra Alfikri Islami**

Pascasarjana, Universitas Negeri Malang, Kota Malang, Indonesia

Email: [kaisra.alfikri.2421038@students.um.ac.id](mailto:kaisra.alfikri.2421038@students.um.ac.id)

**Subanji**

FMIPA, Universitas Negeri Malang, Kota Malang, Indonesia

Email: [subanji.fmipa@um.ac.id](mailto:subanji.fmipa@um.ac.id)

**Riska Pristiani**

Pascasarjana, Universitas Negeri Malang, Kota Malang, Indonesia

Email: [riska.pristiani.pasca@um.ac.id](mailto:riska.pristiani.pasca@um.ac.id)

**Erry Hidayanto**

FMIPA, Universitas Negeri Malang, Kota Malang, Indonesia

Email: [erry.hidayanto.fmipa@um.ac.id](mailto:erry.hidayanto.fmipa@um.ac.id)

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received : 11-12-2025

Revised : 14-04-2026

Accepted : 15-04-2026

Published : 15-05-2026

### ABSTRACT

*This study aims to describe the proportional reasoning of fourth-grade students in solving missing value problems in multiplication and division contexts. A descriptive qualitative approach was employed involving 26 fourth-grade students at SDN Lowokwaru 5 Malang City. Data were collected through written tests, observations, interviews, and documentation. Data analysis was conducted using the Miles and Huberman model, including data reduction, data display, and conclusion drawing. The analysis focused on students' problem-solving strategies (scaling, unit rate, cross-multiplication, and additive strategies) and five stages of proportional reasoning, namely understanding the situation, forming representations, identifying multiplicative structures, applying solution strategies, and evaluating ratio equivalence. The results indicate that most students tend to use cross-multiplication procedurally without fully understanding the underlying concepts. In multiplication contexts, students generally demonstrate better performance by applying scaling strategies. However, in division contexts, students encounter significant difficulties, particularly in determining unit rates, and tend to rely on additive reasoning. These findings suggest that most students are still at the pre-proportional to early proportional reasoning stages. This study highlights the importance of strengthening conceptual understanding in mathematics learning at the elementary school level.*

**Keywords:** *Proportional Reasoning; Missing Value; Multiplication Division; Elementary School*

#### How to cite:

Islami, K.A., Subanji, S., Pristiani, R., Hidayanto, E. (2025). Penalaran Proporsional Siswa Kelas IV Sekolah Dasar dalam Menyelesaikan Masalah Missing Value Perkalian dan Pembagian. *Jurnal Inovasi Pendidikan dan Pembelajaran Sekolah Dasar (JIPPSD)*, 9(2), 344-361. Article DOI: <https://doi.org/10.24036/jippsd.v9i2.136744>

Corresponding Author E-mail: [kaisra.alfikri.2421038@students.um.ac.id](mailto:kaisra.alfikri.2421038@students.um.ac.id)

## 1. PENDAHULUAN

Matematika termasuk mata pelajaran inti di semua jenjang pendidikan di Indonesia dan berperan penting sebagai landasan pengetahuan bagi siswa. (Lenterawati et al., 2018). Subjek ini berperan sebagai fondasi pengetahuan dasar yang esensial bagi siswa agar dapat meneruskan studinya ke tingkat pendidikan yang lebih tinggi. Melalui pembelajaran matematika, siswa dapat mengembangkan kepribadian serta kemampuan penalaran. Pernyataan tersebut diperkuat oleh studi Pratiwi dkk. (2023), yang menekankan bahwasannya proses pembelajaran matematika harus mendorong siswa menjadi lebih aktif guna membentuk penalaran matematika yang kuat. Pada jenjang Sekolah Dasar, pembelajaran matematika memiliki peran penting karena dapat mendorong peserta didik untuk belajar secara mandiri serta mengembangkan sikap aktif, kreatif, analitis, dan inovatif. Matematika juga berkaitan erat dengan kemampuan siswa dalam menggunakan penalaran untuk menyelesaikan berbagai persoalan. Dengan demikian, peserta didik perlu mengembangkan keterampilan berpikir kritis dan kreatif, serta kemampuan pemecahan masalah matematika yang relevan dengan situasi kehidupan sehari-hari (Islami et al., 2025).

Penalaran menjadi aspek kunci dalam matematika karena sangat membantu proses pembelajaran dan pemecahan masalah. Sesuai dengan pandangan Kusumawardani dkk. (2018), penalaran merupakan komponen utama kemampuan matematika yang sangat esensial. Khususnya, penalaran proporsional memiliki peran vital dalam pembelajaran matematika, seperti yang dijelaskan oleh (Khumairoh dkk., 2020). Pengetahuan matematika bisa dikembangkan melalui proses penalaran matematika itu sendiri. Di lain sisi, definisi penalaran menurut Mujib & Sulistiana (2023), menggambarannya sebagai aktivitas berpikir internal seseorang untuk mencapai pengetahuan dan kesimpulan dalam menyelesaikan masalah, yang tidak selalu bergantung pada logika formal dan bukti-bukti ketat. Berdasarkan berbagai pendapat ini, penalaran amat penting untuk diintegrasikan dalam pembelajaran matematika, di mana ia didefinisikan sebagai proses berpikir yang mengorganisir pengetahuan untuk mencapai kesimpulan tertentu. Penalaran dalam matematika diperlukan untuk mengatasi berbagai permasalahan matematika, yang selanjutnya dapat diaplikasikan dalam aktivitas sehari-hari. Konteks pembelajaran matematika, penalaran bukan cuma soal kemampuan menghitung, tapi juga melibatkan kemampuan berpikir logis, sistematis, dan kritis saat memecahkan masalah. Sebagai bagian dari penalaran matematis, ini memerlukan pemahaman mendalam tentang hubungan antar kuantitas yang tidak selalu eksplisit. Siswa harus bisa menghubungkan informasi yang ada, membangun koneksi rasional, dan memilih strategi yang sesuai. Karena itu, metode pembelajaran yang mendorong eksplorasi ide dan diskusi matematis sangatlah dibutuhkan untuk membangun kemampuan ini sejak awal.

Penalaran matematika mencakup berbagai jenis, termasuk konservasi, proporsional, probabilistik, koresional, dan kombinatorial. (Inhelder & Piaget, 1958). Secara khusus, penalaran proporsional merujuk pada kemampuan untuk membandingkan dua rasio serta memahami perubahan

melalui konsep proporsi yang diterapkan pada situasi dunia nyata. Pendekatan ini selaras dengan pandangan Resnick & Singer (1993), yang mendefinisikan penalaran proporsional sebagai kapasitas untuk memahami, membangun, dan memanfaatkan hubungan perkalian antara dua ukuran yang berbeda. Kemampuan ini krusial bagi siswa, karena memungkinkan mereka menerapkan konsep matematika pada berbagai tantangan kehidupan sehari-hari. Seperti yang ditegaskan oleh Cahyani & Sritresna (2023), penalaran proporsional merupakan kompetensi esensial yang menjadi kompetensi penting bagi siswa dalam proses belajar matematika.

Penalaran proporsional terutama diterapkan dalam topik perkalian dan pembagian, di mana ia berperan penting dalam membangun pemahaman mendalam tentang matematika bagi siswa (Vanluydt dkk 2022). Meski kemampuan ini krusial, kenyataannya menunjukkan variasi perkembangan di antara siswa beberapa memiliki penalaran proporsional yang kuat, sementara yang lain belum mencapai tingkat tersebut, seperti yang diamati dalam penelitian (Puspita dkk., 2023). Lebih lanjut, penalaran proporsional membantu siswa menguasai materi matematika yang lebih rumit pada jenjang berikutnya dan berguna dalam kehidupan sehari-hari, misalnya saat mengelola keuangan, berbelanja, memasak sesuai resep, atau memahami skala peta. Ahli seperti Lamon (2020), menekankan bahwa keberhasilan berpikir matematika tingkat lanjut sangat bergantung pada kemampuan berpikir proporsional, yang bukan hanya berkaitan di bidang akademik tetapi juga dalam konteks praktis sehari-hari.

Di Indonesia, kondisi penalaran proporsional siswa sekolah dasar menunjukkan keragaman kemampuan yang cukup mencolok, dengan banyak siswa masih menghadapi kesulitan dalam mengembangkannya (Pratiwi dkk., 2023). Penalaran proporsional melibatkan pemahaman tentang keserupaan struktur dua relasi dalam masalah proporsional, yang merupakan kompetensi dasar yang harus dikuasai siswa dalam belajar matematika. Penelitian Prayitno dkk. (2020), mengungkapkan bahwa penalaran proporsional siswa Indonesia berada pada berbagai tingkat, mulai dari level 0 di mana siswa menyelesaikan masalah satu nilai tak diketahui dengan selisih atau operasi sembarang hingga transisi dari 0 ke 2, di mana mereka mulai memahami dasar proporsional namun masih butuh bimbingan, dan level 4 yang lebih maju. Sementara itu, Fuat & Wulan (2021) menyatakan bahwa kemampuan siswa Indonesia dalam menangani masalah pra-multiplikatif masih perlu diperbaiki, khususnya dalam memahami hubungan proporsional yang rumit.

Secara empiris, hasil observasi awal yang dilakukan peneliti di kelas IV SDN Lowokwaru 5 Kota Malang menunjukkan bahwa siswa masih mengalami kesulitan dalam memahami hubungan proporsional secara tepat. Sebagian besar siswa menyelesaikan soal perbandingan dengan pendekatan selisih (aditif), bukan menggunakan hubungan perkalian. Selain itu, siswa cenderung menghafal prosedur seperti perkalian silang tanpa memahami makna di balik langkah tersebut. Ketika diberikan soal dalam konteks pembagian, banyak siswa tidak mampu menentukan nilai satuan (unit rate) dan mengalami kebingungan dalam menentukan strategi penyelesaian (Puspita dkk., 2023). Fakta ini

menunjukkan adanya kesenjangan antara kemampuan prosedural dan pemahaman konseptual siswa dalam penalaran proporsional.

Secara spesifik, kondisi penalaran proporsional siswa kelas IV sekolah dasar di Jawa Timur menarik untuk dikaji lebih dalam. Penelitian di beberapa sekolah di wilayah tersebut menemukan profil penalaran proporsional yang bervariasi, dipengaruhi oleh gaya kognitif dan metode pengajaran yang digunakan. Penelitian Hidayat dkk. (2021), menunjukkan perbedaan antara siswa dengan gaya kognitif sistematis dan intuitif dalam menyelesaikan masalah matematika yang melibatkan penalaran proporsional. Pola berbeda pada siswa dengan gaya kognitif tersebut dalam menangani masalah numerasi: siswa sistematis cenderung menggunakan pendekatan terstruktur, sedangkan yang intuitif lebih bergantung pada intuisi dan pengalaman masa lalu. Fenomena di Jawa Timur juga mengindikasikan bahwa implementasi kurikulum matematika di sekolah dasar belum sepenuhnya efektif dalam membina kemampuan penalaran proporsional, terbukti dari evaluasi pembelajaran yang menunjukkan kesulitan siswa kelas IV dalam memahami konsep perbandingan dan proporsi, terutama dalam konteks perkalian dan pembagian.

Proses pembelajaran di jenjang kelas IV sekolah dasar, mulai diperkenalkan secara eksplisit dengan materi perkalian dan pembagian dalam bentuk yang lebih abstrak dan kompleks. Ini menjadi momen krusial dalam perkembangan berpikir matematis mereka, di mana penalaran proporsional mulai terbentuk dan dapat diamati secara nyata melalui aktivitas penyelesaian masalah. Oleh karena itu, meneliti bagaimana siswa kelas IV di Kota Malang memahami, memproses, dan menyelesaikan masalah yang mengandung unsur proporsional bukan hanya relevan, tetapi juga penting untuk mendapatkan gambaran utuh tentang proses kognitif mereka dalam membangun makna terhadap konsep proporsi dan hubungannya dengan operasi matematika dasar (Wahyuni et al., 2023).

Secara konteks penalaran proporsional, The Rational Number Project (RNP) mengelompokkan tiga tipe utama masalah, yaitu: (1) *missing value problem*, yakni soal yang menuntut siswa menentukan nilai yang belum diketahui; (2) *numerical comparison problem*, yaitu tugas yang meminta siswa membandingkan dua rasio secara numerik; dan (3) *qualitative prediction and comparison problem*, yakni permasalahan yang mengharuskan siswa memprediksi serta membandingkan hubungan secara kualitatif. (Khumairoh et al. 2020 ; Sopamena & Rahaded, 2015). Di antara ketiga jenis tersebut, masalah *missing value* merupakan yang paling sesuai untuk siswa kelas IV karena melibatkan kuantitas diskrit dan kontinu yang konkret serta relevan dengan pengalaman sehari-hari siswa (Supply et al., 2023; Vanluydt et al., 2024).

Masalah *missing value* memberikan tiga nilai yang diketahui (a, b, c) dan meminta siswa mencari nilai keempat (x) dengan mempertahankan kesetaraan rasio  $a/b = c/x$  (Cramer et al., 1993). Siswa dapat menggunakan berbagai pendekatan dalam menyelesaikan masalah, seperti penskalaan, *unit rate*, perkalian silang, atau pendekatan aditif. Pilihan strategi tersebut menjadi indikator perkembangan kemampuan penalaran proporsional mereka. (Tourniaire & Pulos, 1985).

Penelitian terdahulu menjelaskan bahwa siswa Indonesia terus menghadapi masalah dalam mengembangkan penalaran proporsional. Berbagai penelitian menunjukkan bahwa kesulitan siswa dalam memahami konsep matematika dipengaruhi oleh beberapa faktor. Putra et al. (2024) mengidentifikasi bahwa tidak semua siswa memiliki tingkat pemahaman yang sama karena konten yang disajikan dalam pembelajaran kurang menarik dan tidak mudah dipahami. Selain itu, siswa cenderung kurang antusias dan lebih pasif ketika mengikuti proses pembelajaran. Beberapa siswa berada pada berbagai level penalaran, mulai dari level 0 (menggunakan strategi aditif) hingga level 4 (*multiplicative proportional reasoning*). Nur et al. (2023), mengungkapkan bahwa banyak siswa gagal mengidentifikasi hubungan multiplikatif dan cenderung melihat perubahan sebagai selisih, bukan sebagai rasio. Sementara itu, penelitian Vanluydt et al. (2020), menegaskan bahwa konteks perkalian dan pembagian memberikan tantangan kognitif yang berbeda bagi siswa. Kebaruan penelitian ini terletak pada analisis mendalam terhadap proses penalaran proporsional siswa sekolah dasar yang dikaji melalui lima tahapan berpikir secara sistematis, yaitu mulai dari pemahaman situasi hingga evaluasi kesetaraan rasio. Selain itu, penelitian ini secara khusus membandingkan karakteristik penalaran siswa pada dua konteks berbeda, yaitu perkalian dan pembagian dalam masalah missing value, yang selama ini cenderung dikaji secara terpisah. Penelitian ini juga mengintegrasikan analisis strategi penyelesaian siswa dengan kerangka perkembangan penalaran proporsional, sehingga memberikan gambaran yang lebih komprehensif mengenai posisi perkembangan kognitif siswa.

Dengan demikian, tujuan penelitian ini adalah: (1) menggambarkan bentuk penalaran proporsional yang ditunjukkan siswa kelas IV sekolah dasar ketika menyelesaikan masalah missing value pada konteks perkalian, serta (2) menguraikan penalaran proporsional siswa kelas IV dalam menyelesaikan masalah missing value pada konteks pembagian. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi dalam memahami karakteristik penalaran proporsional siswa kelas IV dan menjadi dasar untuk memberikan rekomendasi dalam meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di tingkat sekolah dasar.

## 2. METODE PENELITIAN

### 2.1. Desain Penelitian

Metode kualitatif deskriptif diterapkan dalam penelitian ini untuk menguraikan serta mengkaji secara komprehensif proses penalaran proporsional yang ditunjukkan oleh siswa kelas IV sekolah dasar ketika memecahkan masalah *missing value* terkait perkalian dan pembagian. Pendekatan kualitatif dipilih karena memungkinkan peneliti untuk mengeksplorasi fenomena secara natural tanpa manipulasi variabel, dengan fokus pada pemahaman mendalam terhadap proses berpikir siswa (Arikunto, 2002; Sugiyono, 2013).

## 2.2. Subjek dan Lokasi Penelitian

Penelitian ini melibatkan 26 peserta didik kelas IV di SDN Lowokwaru 5 Kota Malang, yang terdiri dari 11 siswa laki-laki dan 15 siswa perempuan. Pemilihan kelas IV didasarkan pada teori Lamon (2012), yang menyatakan bahwa penalaran proporsional mulai berkembang pada usia 9-10 tahun. Seluruh siswa terlibat dalam pengumpulan data melalui penyelesaian soal *missing value* dengan konteks perkalian dan pembagian.

## 2.3. Instrumen Penelitian

Instrumen tes yang digunakan disusun selaras dengan teknik pengumpulan data, di mana setiap butir soal tidak hanya berfungsi untuk memperoleh jawaban akhir, tetapi juga dirancang untuk memunculkan proses berpikir siswa yang kemudian dikaji melalui observasi dan wawancara. Dengan demikian, instrumen penelitian tidak hanya mengukur hasil, tetapi juga mengungkap strategi dan tahapan penalaran siswa. Kesesuaian ini diperkuat dengan penggunaan pedoman wawancara yang mengacu pada indikator penalaran proporsional, sehingga data yang diperoleh bersifat saling melengkapi (triangulatif). Tes digunakan dalam penelitian ini berupa tiga soal berbentuk masalah *missing value* yang telah divalidasi oleh ahli. Soal-soal tersebut mencakup: (1) Soal kue-telur (konteks perkalian dengan kuantitas diskrit), (2) Soal bolpoin-harga (konteks pembagian dengan unit rate), dan (3) Soal campuran cat (konteks perbandingan rasio yang dapat diselesaikan dengan perkalian atau pembagian). Instrumen pendukung meliputi lembar observasi, panduan wawancara semi-terstruktur, serta format dokumentasi.

Indikator penalaran proporsional dalam penelitian ini mengacu pada Lamon (2012) dan Walle (2007), meliputi: (1) mengidentifikasi dan menggunakan proporsi, (2) mengenal dan menggunakan unit rate, dan (3) menyelesaikan masalah proporsi. Setiap indikator dinilai menggunakan rubrik dengan skala 1-4 yang mencakup aspek pemahaman konseptual dan prosedural.

## 2.4. Teknik Pengumpulan Data

Proses pengumpulan data dilakukan dengan triangulasi teknik yang meliputi: (1) Tes tertulis, di mana siswa mengerjakan tiga soal *missing value* tanpa batasan waktu ketat untuk memberikan kesempatan berpikir bebas; (2) Observasi langsung selama proses pengerjaan untuk mengamati strategi, penggunaan alat bantu, dan respons verbal maupun nonverbal siswa; (3) Wawancara semi-terstruktur setelah siswa menyelesaikan soal untuk menggali alasan di balik pemilihan strategi dan proses berpikir mereka; dan (4) Dokumentasi berupa foto hasil pekerjaan siswa, catatan lapangan, dan transkrip wawancara.

## 2.5. Teknik Analisis Data

Model analisis data Miles dan Huberman digunakan dalam penelitian ini, yang terdiri atas tiga tahap: (1) Reduksi data, yaitu memilih, memfokuskan, dan mengorganisasi data mentah dengan mengkategorikan jawaban siswa berdasarkan strategi yang digunakan (penskalaan, *unit rate*, *cross-multiplication*, dan aditif); (2) Penyajian data, yang dilakukan melalui tabel distribusi strategi,

cuplikan jawaban siswa, dan potongan wawancara yang representatif; dan (3) Penarikan kesimpulan dan verifikasi, dengan melakukan interpretasi terhadap pola penalaran proporsional siswa dan memverifikasi temuan melalui triangulasi sumber.

Proses analisis dilakukan dengan mengacu pada lima tahap penalaran proporsional yang disintesis dari teori Lamon (2020): (1) pemahaman situasi dan identifikasi kuantitas, (2) pembentukan representasi rasio, (3) penemuan struktur multiplikatif, (4) penerapan strategi penyelesaian, dan (5) evaluasi kesetaraan rasio. Setiap tahap dianalisis secara mendetail untuk memahami karakteristik penalaran proporsional siswa pada konteks perkalian dan pembagian.

## 2.6. Keabsahan Data

Keabsahan data dalam penelitian ini dijaga melalui triangulasi teknik dengan cara membandingkan hasil tes tertulis, observasi, wawancara, dan dokumentasi guna memastikan konsistensi data. Selain itu, kredibilitas temuan diperkuat melalui proses *member checking*, yaitu dengan meminta siswa memverifikasi kembali transkrip wawancara untuk memastikan bahwa interpretasi peneliti sesuai dengan maksud sebenarnya.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1. Hasil

Berdasarkan hasil pekerjaan 26 siswa terhadap tiga soal masalah *missing value* perkalian dan pembagian, diperoleh gambaran bahwa siswa menggunakan empat jenis strategi utama: *cross-multiplication* (21 siswa), *unit rate* (11 siswa), penskalaan (6 siswa), dan aditif (10 siswa). Setiap strategi mencerminkan tingkat perkembangan penalaran proporsional yang berbeda. Strategi *cross-multiplication* paling dominan digunakan, menunjukkan bahwa siswa familiar dengan prosedur formal meskipun tidak selalu disertai pemahaman konseptual. Strategi *unit rate* muncul pada sebagian siswa yang mampu menurunkan nilai ke satu satuan. Strategi penskalaan tampak pada siswa yang memahami faktor perubahan, sedangkan strategi aditif menunjukkan miskonsepsi fundamental bahwa siswa masih melihat hubungan proporsional sebagai selisih, bukan rasio. Disajikan berikut ini strategi yang diterapkan oleh 26 siswa ketika mengerjakan tiga butir soal masalah *missing value*.

**Tabel 1. Strategi Yang Digunakan Siswa Minimal Sekali Seluruh Soal**

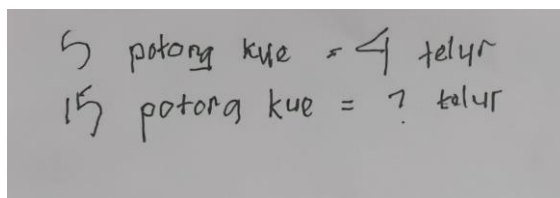
Strategi	Jumlah Siswa yang menggunakan (minimal sekali)
<i>Cross-Multiplication</i>	21
Unit Rate	11
Penskalaan	6
Aditif	10

#### 3.1.1 Penalaran Proporsional dalam Masalah *Missing Value* Perkalian

##### Tahap 1: Memahami Situasi dan Mengidentifikasi Kuantitas

Pada tahap pertama, sebanyak 19 siswa mampu menuliskan kembali informasi awal secara eksplisit, seperti "5 potong kue = 4 telur" dan "15 potong kue = ? telur". Penulisan ulang ini menunjukkan bahwa siswa memahami adanya dua kuantitas yang berubah secara kovariatif dan bahwa

informasi awal berfungsi sebagai dasar untuk memprediksi kuantitas lanjutan. Berikut hasil pengerjaan salah satu siswa sebagai representasi tahap memahami situasi.

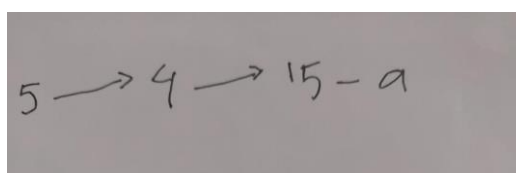


$$\begin{array}{l} 5 \text{ potong kue} = 4 \text{ telur} \\ 15 \text{ potong kue} = ? \text{ telur} \end{array}$$

**Gambar 1. Representasi Pengerjaan Siswa dalam Memahami Situasi Perkalian**

Proses internalisasi struktur hubungan ini merupakan tanda awal berkembangnya penalaran proporsional perkalian. Peneliti mewawancarai subjek dengan menanyakan bagaimana informasi awal setelah membaca soal. Subjek menjawab hal pertama, yaitu menulis yang diketahui 5 kue butuh 4 telur, jikalau 15 kue butuh berapa telur. Jadi ada dua yang harus diperhatikan, kue dan telur. Pada situasi ini subjek tersebut telah memahami situasi atau mengidentifikasi kuantitas.

Namun, 7 siswa hanya menyalin angka-angka tanpa mempertahankan hubungan bermakna, seperti "5 → 4 → 15 → a". Berikut salah satu hasil pengerjaan siswa sebagai representasi.



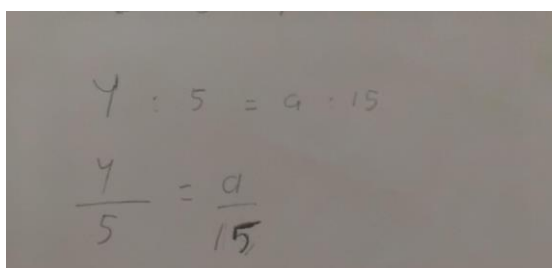
$$5 \rightarrow 4 \rightarrow 15 - a$$

**Gambar 2. Representasi Pengerjaan Siswa Menyalin Angka Tidak Bermakna**

Hal ini menunjukkan bahwa mereka melihat angka sebagai entitas terpisah bukan sebagai pasangan proporsional. Saat diwawancara oleh peneliti, subjek mengaku kebingungan menuliskan terlebih dahulu, dikarenakan angkanya begitu banyak sehingga subjek menuliskan angka yang terdapat pada soal. Ketidakmampuan mengikat angka-angka ke dalam struktur hubungan menyebabkan kesulitan pada tahap berikutnya.

## Tahap 2: Membentuk Representasi Rasio

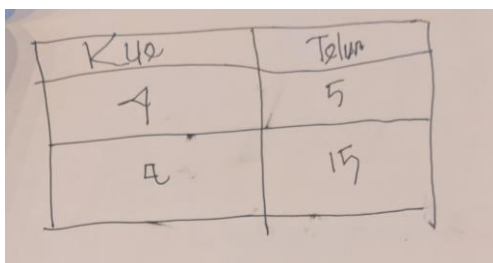
Tiga bentuk representasi utama muncul pada konteks perkalian. Pertama, representasi pecahan atau proporsi formal (9 siswa) dalam bentuk  $\frac{4}{5} = \frac{a}{15}$  atau " $4 : 5 = a : 15$ ", yang menunjukkan kesadaran struktural bahwa hubungan awal harus dijaga pada hubungan baru. Berikut hasil pengerjaan representasi pecahan dari salah satu subjek.



$$\begin{array}{l} 4 : 5 = a : 15 \\ \frac{4}{5} = \frac{a}{15} \end{array}$$

### Gambar 3. Representasi Pengerjaan Siswa Proporsi Formal

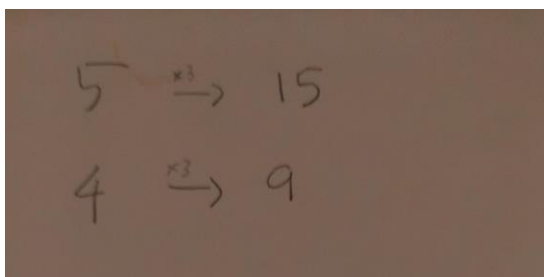
Kedua, representasi tabel berpasangan (4 siswa) yang memasangkan jumlah kue dan telur dalam kolom terpisah, membantu memvisualisasikan hubungan antaranda dan mendorong pencarian faktor perubahan. Berikut hasil pengerjaan salah satu siswa dalam membuat tabel berpasangan.



Kue	Telur
4	5
a	15

Gambar 4. Representasi Pengerjaan Tabel Berpasangan

Ketiga, representasi panah atau hubungan berurutan (2 siswa) dengan notasi seperti " $5 \rightarrow 15$ " dan " $4 \rightarrow a$ ", sering disertai simbol pengali " $\times 3$ " yang membantu menelusuri proses skala. Namun, 2 siswa menuliskan informasi dalam bentuk acak tanpa struktur relasional, yang berkorelasi dengan penggunaan strategi aditif karena tidak memiliki struktur hubungan stabil sebagai dasar berpikir. Berikut hasil pengerjaan siswa menggunakan representasi panah.



Gambar 5. Representasi Pengerjaan Hubungan Berurutan

### Tahap 3: Mengidentifikasi Struktur Multiplikatif

Tahap ketiga merupakan inti penalaran proporsional perkalian. Sebanyak 16 siswa (62%) menuliskan bahwa "15 kue adalah 5 kue dikalikan 3", kemudian mengaplikasikan faktor yang sama pada jumlah telur ( $4 \times 3 = 12$ ). Proses ini menunjukkan pemahaman fundamental bahwa hubungan dua kuantitas harus berubah dengan faktor yang sama. Sebanyak 18 siswa mencoba menemukan faktor pengali melalui perbandingan pecahan  $15/5 = 3$ , yang kemudian diterapkan pada telur. Namun, siswa dengan strategi aditif melihat perubahan sebagai selisih, seperti " $15 - 5 = 10$ , maka  $4 + 10 = 14$  telur", menunjukkan kegagalan melihat proporsionalitas sebagai hubungan perkalian dan mengindikasikan tahap pra-proporsional.

### Tahap 4: Menerapkan Strategi Penyelesaian

Penerapan operasi perkalian, siswa yang memahami struktur multiplikatif menggunakan dua pendekatan utama. Pertama, mengalikan langsung dengan faktor skala yang ditemukan ( $4 \times 3 = 12$ ).

Kedua, menggunakan cross-multiplication secara prosedural dengan menuliskan  $4/5 = a/15$ , kemudian  $a = (4 \times 15) / 5 = 12$ . Meskipun kedua pendekatan menghasilkan jawaban yang sama, pendekatan pertama menunjukkan pemahaman konseptual yang lebih baik karena siswa mengenali faktor perubahan, sementara pendekatan kedua sering dilakukan secara mekanis tanpa pemahaman mengapa prosedur tersebut berlaku.

### **Tahap 5: Mengevaluasi Hasil**

Siswa dengan pemahaman proporsional yang matang memeriksa kembali jawaban menggunakan rasio, seperti memverifikasi bahwa  $12/15 = 4/5$ . Beberapa siswa melakukan pengecekan intuitif dengan logika kontekstual: "Jumlah kue bertambah banyak, maka telur pasti bertambah, bukan berkurang". Proses evaluasi ini menunjukkan kemampuan unitizing back-check, yaitu kemampuan melihat struktur unit ganda secara proporsional untuk memastikan konsistensi relasi. Namun, siswa dengan pola aditif tidak melakukan pengecekan semacam ini, menunjukkan kurangnya metacognitive proportional judgment.

#### 3.1.2 Penalaran Proporsional dalam Masalah *Missing Value* Pembagian

### **Tahap 1: Memahami Situasi dan Mengidentifikasi Kuantitas**

Pada konteks pembagian (soal bolpoin-harga), pemahaman situasi lebih menantang bagi siswa. Hanya 14 siswa (54%) yang menyadari bahwa menemukan harga 7 bolpoin harus diawali dengan mencari harga 1 bolpoin. Mereka menuliskan pasangan nilai dengan terstruktur seperti "3 bolpoin = 15.000". Sebaliknya, 12 siswa (46%) hanya melihat angka-angka dalam soal sebagai entitas terpisah, menuliskan "3, 15.000, 7" tanpa struktur rasio, menunjukkan tahap pra-proporsional yang menyebabkan kesalahan strategi pada tahap berikutnya.

### **Tahap 2: Membentuk Representasi Rasio**

Representasi pada masalah pembagian berbeda secara prinsip dengan perkalian. Siswa yang berhasil menggunakan dua bentuk representasi utama. Pertama, representasi pembagian langsung ke unit rate (5 siswa): " $15.000 / 3 = 5.000$ ", menunjukkan pemahaman paling kuat bahwa tiga bolpoin seharga 15.000 berarti satu bolpoin berharga 5.000. Kedua, representasi tabel berpasangan (2 siswa) yang mengorganisasi langkah dalam tabel dengan kolom "Jumlah Bolpoin" dan "Harga", memvisualisasikan proses menurunkan nilai ke unit kemudian memperluas ke kuantitas yang diminta. Representasi yang kurang tepat muncul pada siswa yang tidak membuat struktur jelas, menyebabkan kesulitan melihat pola proporsional.

### **Tahap 3: Mengidentifikasi Struktur Pembagian (Unit Rate)**

Tahap ini merupakan bagian paling kritis dan menjadi penyebab utama kesalahan siswa. Hanya 11 siswa (42%) yang berhasil mengidentifikasi bahwa struktur pembagian bertujuan menemukan unit rate: "Harga 1 bolpoin =  $15.000 / 3 = 5.000$ ", baru kemudian mencari harga 7 bolpoin: " $7 \times 5.000 = 35.000$ ". Pola dua langkah ini sangat konsisten pada siswa dengan kemampuan proporsional matang.

Mereka menyadari bahwa penyelesaian tidak dapat dilakukan langsung dari 3 ke 7 tanpa menghitung nilai per satuan terlebih dahulu.

Namun, kesalahan paling dominan adalah penggunaan strategi aditif (10 siswa, 38%). Siswa tidak menurunkan nilai ke satu unit, tetapi membandingkan jumlah bolpoin melalui selisih: " $7 - 3 = 4$  (bertambah 4 bolpoin), maka  $15.000 + (4 \times \dots)$ ". Ketika menentukan harga tambahan per bolpoin, siswa tidak menuliskan pembagian secara tepat, tetapi memberikan angka perkiraan seperti 1.000 atau 2.000 sebagai penambahan per bolpoin. Contohnya: "Tambah 4 bolpoin, berarti tambah 4.000  $\rightarrow 15.000 + 4.000 = 19.000$ ". Kesalahan ini menandakan siswa belum memahami konsep unit per item dan hanya memandang perubahan kuantitas sebagai pertambahan linear, ciri khas tahap pra-proporsional.

#### Tahap 4: Menerapkan Operasi Pembagian

Siswa dengan pemahaman matang menerapkan dua langkah sistematis: (1) menurunkan kuantitas ke satu unit ( $15.000 / 3 = 5.000$ ), menunjukkan pemahaman konsep "per satu bolpoin"; dan (2) mengalikan unit rate dengan jumlah yang diinginkan ( $5.000 \times 7 = 35.000$ ), menunjukkan pemahaman bahwa rasio awal dapat diperluas melalui skala multiplikatif. Proses ini merepresentasikan operasi pembentukan unit dalam penalaran proporsional.

Kesalahan umum lainnya adalah siswa membagi satu kuantitas namun mengalikan kuantitas lain, menunjukkan miskonsepsi fundamental bahwa mereka belum melihat pembagian sebagai operasi yang secara struktural berkebalikan dengan perkalian. Strategi unit rate hampir tidak muncul pada sebagian besar siswa, menunjukkan mereka belum mencapai tahap memahami konsep "per satu unit".

#### Tahap 5: Mengevaluasi Hasil

Siswa dengan pemahaman matang melakukan pengecekan rasio: " $5.000 \times 3 = 15.000$  (benar)" dan " $5.000 \times 7 = 35.000$ ", memastikan harga per bolpoin tetap sama sebelum dan sesudah perubahan kuantitas. Beberapa siswa melakukan pengecekan intuitif: "Bolpoin lebih banyak, harga pasti lebih mahal", menunjukkan intuisi proporsional yang baik meskipun tidak menuliskan formalisme. Namun, siswa dengan strategi aditif hampir tidak melakukan pemeriksaan ulang, menunjukkan ketiadaan metakognisi proporsional.

## 3.2. Pembahasan

### 3.2.1. Analisis Perbandingan Penalaran Proporsional

Mengacu pada taksonomi masalah proporsional menurut *The Rational Number Project*, terdapat tiga jenis utama penalaran proporsional: (1) *missing value problem*, (2) *numerical comparison problem*, dan (3) *qualitative prediction and comparison problem* (Tourniaire & Pulos, 1985). Masalah *missing value* memerlukan kemampuan siswa untuk menemukan nilai yang tidak diketahui dengan mempertahankan rasio yang setara, di mana siswa diberikan tiga nilai (a, b, c) dan diminta mencari nilai keempat (x) sehingga berlaku  $a/b = c/x$  (Tourniaire & Pulos, 1985). Berbeda dengan itu,

*numerical comparison problem* menuntut siswa untuk membandingkan dua rasio yang sudah lengkap guna menentukan mana yang lebih besar, lebih kecil, atau setara, tanpa ada nilai yang perlu dicari (Tourniaire & Pulos, 1985). Sementara itu *qualitative prediction and comparison problem* merupakan jenis masalah yang memprediksi dan membandingkan masalah yang lebih abstrak, misalnya memprediksi apakah campuran akan lebih manis jika ditambahkan gula atau air dikurangi.

Perbedaan mendasar antara ketiga jenis masalah ini terletak pada tuntutan kognitifnya. Masalah *missing value* lebih menekankan aspek operasional dan prosedural melalui strategi seperti *scaling*, *unit rate*, atau *cross-multiplication*, sedangkan *numerical comparison problem* lebih menekankan aspek konseptual dan relasional di mana siswa harus menilai hubungan antara dua rasio tanpa perhitungan nilai spesifik, dan *qualitative prediction and comparison problem* menekankan pada tingkat abstraksi tertinggi karena siswa dituntut untuk memprediksi hubungan tanpa bergantung angka spesifik. (Lamon, 2012; Tourniaire & Pulos, 1985). **Dengan kata lain, masalah *missing value* bersifat "mencari nilai", sedangkan *numerical comparison* bersifat "membandingkan rasio" dan *qualitative prediction and comparison problem* bersifat "memprediksi hubungan" (Khumairoh et al., 2020).**

Pemilihan masalah *missing value* sebagai fokus penelitian ini sejalan dengan rekomendasi bahwa untuk siswa usia 9–10 tahun, masalah *missing value* dengan kuantitas diskrit dan kontinu merupakan konteks paling sesuai dengan tahap perkembangan kognitif mereka (Vanluydt et al., 2020, 2024; Supply et al., 2023). Masalah ini juga lebih relevan dengan kehidupan sehari-hari siswa dan memberikan konteks yang lebih konkret dibandingkan *numerical comparison* dan *qualitative prediction and comparison problem* yang lebih abstrak (Walle, 2007). Dengan demikian, penguasaan *missing value* merupakan prasyarat penting sebelum siswa dapat memahami dan menyelesaikan *numerical comparison* dan *qualitative prediction and comparison problem* dengan baik (Lamon, 2012).

Temuan penelitian penalaran proporsional masalah *missing value* perkalian dan pembagian, menunjukkan bahwa ketika siswa menyelesaikan masalah *missing value* pada konteks perkalian, sebagian besar mampu mencapai tahap awal penalaran proporsional, yaitu memahami situasi dan mengidentifikasi dua kuantitas yang berubah secara kovariatif. Hal ini sesuai dengan teori Lamon (2012), mengenai ciri awal penalaran proporsional, yaitu kemampuan mengenali bahwa perubahan pada satu kuantitas harus diikuti perubahan yang serupa pada kuantitas terkait. Siswa dapat melihat hubungan bahwa “semakin banyak suatu unit, semakin banyak pula totalnya.” Temuan ini konsisten dengan karakteristik pada indikator pertama Walle (2007), yaitu kemampuan memahami dua kuantitas yang bervariasi secara bersama (covariation). Pada tahap ini, siswa yang berhasil menyelesaikan masalah umumnya mampu menyebutkan kuantitas yang dibandingkan, seperti “banyak barang” dan “harga total,” sehingga menunjukkan bahwa mereka memiliki dasar pemahaman relasional, bukan sekadar memproses angka secara prosedural.

Tahap kedua yaitu pembentukan representasi rasio, ditemukan variasi yang cukup mencolok antarsiswa. Beberapa siswa mampu menuliskan hubungan kuantitas dalam bentuk tabel dua kolom atau representasi pecahan seperti  $a/b = c/x$ . Siswa yang menggunakan representasi tabel secara konsisten menunjukkan pemahaman struktur perbandingan senilai melalui pola baris, yang sejalan dengan teori Langrall & Swafford (2000), mengenai peran representasi dalam membantu siswa melihat pola hubungan multiplikatif. Sebaliknya, siswa yang kesulitan pada tahap ini cenderung menuliskan hubungan secara tidak terorganisasi, misalnya hanya menuliskan angka-angka tanpa menempatkan kuantitas dalam hubungan rasional. Hal ini menunjukkan bahwa representasi visual masih menjadi aspek fundamental yang perlu dikuatkan dalam pembelajaran proporsional di kelas IV.

Tahap ketiga yaitu menentukan struktur multiplikatif, sebagian besar siswa dapat mengidentifikasi faktor perubahan (factor-of-change). Mereka mampu melihat bahwa, misalnya, jumlah barang meningkat “dua kali lipat,” sehingga total harga harus “dua kali lipat.” Strategi ini sangat konsisten dengan literatur Vanluydt et al. (2020), yang menegaskan bahwa scaling merupakan strategi multiplikatif paling awal yang dikuasai siswa sekolah dasar. Temuan ini juga memperkuat hipotesis perkembangan penalaran proporsional dari Proulx (2024), bahwa sebelum mencapai kemampuan unit rate, siswa terlebih dahulu menguasai *composed unit reasoning*, yaitu memahami bahwa dua kuantitas berjalan bersama dalam struktur tetap. Namun, tidak semua siswa mencapai tahap ini; beberapa masih menggunakan strategi aditif, misalnya dengan menambahkan selisih berkali-kali. Hal tersebut menunjukkan bahwa mereka masih berada pada level pra-proporsional, sebagaimana kategori level 0—*Replicative Reasoning* (Prayitno et al., 2020).

Tahap keempat yaitu penerapan strategi penyelesaian, memperlihatkan bahwa strategi pencarian unit rate sangat jarang digunakan oleh siswa kelas IV. Siswa lebih banyak menggunakan strategi scaling dengan membandingkan faktor perubahan antara dua pasangan kuantitas. Temuan ini sangat sejalan dengan hasil penelitian Vanluydt et al. (2024), mengungkapkan bahwa anak-anak usia sekolah dasar lebih dominan menggunakan strategi penskalaan (scaling) daripada unit rate, karena unit rate membutuhkan abstraksi lebih tinggi yaitu mengubah perbandingan menjadi “per 1.” Ketika siswa melakukan perhitungan, sebagian besar menggunakan langkah-langkah perkalian yang benar, dan siswa yang mampu menuliskan persamaan  $a/b = c/x$  menggunakan cross-multiplication secara prosedural, meskipun beberapa tidak dapat menjelaskan secara konseptual alasan penggunaan metode tersebut. Ini sejalan dengan hasil penelitian Sadiya & Darmawan (2024), yang menemukan bahwa strategi perkalian silang sering digunakan secara prosedural tanpa didukung alasan logis.

Tahap kelima yaitu evaluasi kesetaraan rasio, hanya sebagian kecil siswa yang memeriksa kembali jawaban dengan cara membandingkan apakah rasio awal sama dengan rasio akhir. Hal ini menunjukkan bahwa keterampilan metakognitif siswa masih berkembang dan belum stabil. Menurut Walle (2007), tahap evaluasi ini merupakan indikator pemahaman proporsional tingkat tinggi, karena siswa tidak hanya menyelesaikan perhitungan tetapi juga mengonfirmasi bahwa hubungan

proporsional tetap terjaga. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa sebagian besar siswa belum mencapai tahap ini secara konsisten.

Secara keseluruhan, temuan pada konteks perkalian menunjukkan bahwa kemampuan penalaran proporsional siswa kelas IV berada pada rentang *Pra-multiplicative*. Siswa kuat pada aspek scaling namun belum stabil menggunakan unit rate. Hal ini konsisten dengan teori perkembangan Lamon (2012), bahwa scaling adalah strategi awal yang muncul secara alami, sedangkan kemampuan merumuskan unit rate berkembang lebih lambat.

Konteks pembagian, kompleksitas penalaran yang dituntut berbeda dibanding konteks perkalian, dan temuan penelitian menunjukkan bahwa siswa cenderung mengalami lebih banyak kesulitan. Pada tahap pertama, *pemahaman situasi dan identifikasi kuantitas*, sebagian siswa kesulitan menafsirkan pembagian sebagai operasi yang berkaitan dengan hubungan proporsional. Banyak siswa menganggap pembagian sebagai pengurangan berulang, sebagaimana ditekankan dalam definisi dasar pembagian Walle (2007), sehingga mereka tidak otomatis melihat hubungan proporsional dalam situasi “total dibagi jumlah unit.” Temuan ini sejalan dengan penelitian Puspita et al. (2023), yang menunjukkan bahwa siswa sekolah dasar masih sering memadankan pembagian dengan pengurangan, bukan sebagai proses mencari faktor skala atau nilai satuan.

Tahap kedua yaitu pembentukan representasi rasio, siswa menunjukkan kesulitan lebih besar dibanding saat menyelesaikan konteks perkalian. Representasi seperti tabel perbandingan atau format pecahan  $a/b = c/x$  jarang digunakan. Sebagian siswa hanya menuliskan angka-angka tanpa hubungan struktural, sehingga sulit untuk melihat pola proporsional. Temuan ini mengindikasikan bahwa pada konteks pembagian, transisi siswa dari representasi aditif menuju representasi multiplikatif berjalan lebih lambat. Hal ini selaras dengan temuan Boyer et al. (2008), yang menyatakan bahwa konsep pembagian pada konteks proporsional menuntut tingkat koordinasi antar-kuantitas yang lebih tinggi dibanding perkalian.

Tahap ketiga, *menentukan struktur multiplikatif*, merupakan bagian paling kritis dan menjadi penyebab utama kesalahan siswa. Ketika masalah menuntut siswa untuk menemukan unit rate, misalnya “berapa per 1?”, sebagian besar tidak dapat mengidentifikasi operasi pembagian yang tepat. Mereka cenderung menebak, melakukan penjumlahan, atau bahkan mencoba perkalian karena belum memahami bahwa pembagian bertujuan untuk mengurangi dua kuantitas menjadi satu rasio dasar. Menurut Lamon (2012), kesulitan ini umum terjadi pada siswa usia 9–10 tahun karena mereka sedang berada pada fase transisi dari pemikiran aditif menuju pemikiran multiplikatif. Temuan ini juga berkaitan dengan konsep *unitizing* yang dikemukakan oleh Cramer et al. (1993), bahwa siswa pada tahap ini belum sepenuhnya mampu membentuk “unit komposit” sebagai dasar pembagian proporsional.

Tahap keempat yaitu penerapan strategi penyelesaian, hampir seluruh siswa menggunakan strategi penskalaan terbalik (*down-scaling*), namun banyak yang tidak mampu mempertahankan

konsistensi faktor perubahan. Sebagian siswa membagi satu kuantitas namun justru mengalikan kuantitas lain, yang menunjukkan miskonsepsi fundamental bahwa mereka belum melihat pembagian sebagai operasi yang secara struktural berkebalikan dengan perkalian. Hal ini diperkuat oleh temuan penelitian Supply et al. (2023), yang menyatakan bahwa konteks pembagian, terutama pada kuantitas kontinu, sulit bagi siswa karena mereka harus memahami bahwa hubungan proporsional memerlukan keseimbangan rasio, bukan hanya operasi hitung sederhana. Selain itu, strategi unit rate hampir tidak muncul, menunjukkan bahwa siswa belum mencapai tahap memahami konsep “per satu unit,” yang teorinya baru berkembang pada fase akhir pemikiran proporsional menurut (Lamon, 2012).

Tahap kelima, evaluasi kesetaraan rasio, hampir tidak dilakukan siswa dalam konteks pembagian. Mereka berhenti setelah memperoleh hasil, tanpa mempertimbangkan apakah rasio yang diperoleh konsisten. Kondisi ini sangat sesuai dengan hasil penelitian Nur et al. (2023), bahwa siswa pada kategori aditif atau tingkat awal proporsional tidak memahami bahwa rasio harus tetap setara sebelum dan sesudah perhitungan. Ketiadaan tahap evaluasi ini memperlihatkan bahwa siswa masih berada pada tahap awal perkembangan proporsional, yang lebih menekankan hasil akhir daripada proses konseptual yang runtut.

Secara umum, temuan pada konteks pembagian menunjukkan bahwa siswa berada pada tahap *Replicative Reasoning* hingga *Pre-Multiplicative Reasoning* berdasar pada kerangka (Prayitno et al., 2020). Siswa belum stabil pada penggunaan strategi *multiplicative reasoning*, khususnya ketika masalah menuntut pencarian satuan (unit rate) atau pembagian komposit. Temuan penelitian ini juga dapat dijelaskan melalui teori konstruktivisme, yang menyatakan bahwa pengetahuan dibangun secara aktif oleh siswa melalui pengalaman belajar. Dalam konteks ini, kesalahan penggunaan strategi aditif menunjukkan bahwa siswa masih berada pada tahap konstruksi awal pemahaman konsep proporsional. Selain itu, teori perkembangan kognitif Piaget menegaskan bahwa siswa usia sekolah dasar berada pada tahap operasional konkret, sehingga mereka cenderung lebih mudah memahami konsep melalui representasi konkret dibandingkan abstrak seperti unit rate. Hal ini menjelaskan mengapa strategi penskalaan lebih dominan dibandingkan strategi unit rate.

Selanjutnya, perspektif Realistic Mathematics Education (RME) juga mendukung temuan bahwa konteks masalah yang dekat dengan kehidupan sehari-hari dapat membantu siswa membangun pemahaman proporsional secara lebih bermakna. Namun, ketika konteks berubah menjadi lebih abstrak seperti pada pembagian, siswa mengalami kesulitan dalam mengaitkan konsep dengan pengalaman nyata.

### 3.2.2. Implikasi Teoretis terhadap Perkembangan Penalaran Proporsional

Temuan penelitian ini memberikan bukti empiris bahwa teori perkembangan penalaran proporsional yang dikemukakan oleh Lamon (2012), Lesh & Behr (1988), serta model level penalaran menurut Prayitno et al. (2020) memang sangat relevan bagi siswa kelas IV Sekolah Dasar Lowokwaru 5 Kota Malang. Penelitian ini memperlihatkan bahwa kemampuan siswa berkembang melalui tahapan

yang sama sebagaimana dijelaskan dalam literatur, yaitu mulai dari strategi aditif, kemudian menuju scaling, dan selanjutnya unit rate. Dengan demikian, hasil penelitian ini tidak hanya mendukung teori sebelumnya tetapi juga menunjukkan bahwa pada konteks SD kelas IV jenjang yang jarang diteliti perkembangan proporsional telah tampak, namun masih berada pada fase transisi.

#### 4. SIMPULAN

Berdasarkan temuan penelitian, dapat disimpulkan bahwa secara umum kemampuan kemampuan penalaran proporsional siswa kelas IV berada pada rentang *Pre-multiplicative* hingga awal *Multiplicative Proportional Reasoning*. Siswa menunjukkan kekuatan pada aspek scaling namun belum stabil dalam menggunakan unit rate. Perbedaan signifikan antara penalaran perkalian dan pembagian mengonfirmasi teori Lamon bahwa *scaling emerges earlier than unit rate reasoning* dalam perkembangan proporsional. Lima tahap penalaran proporsional (pemahaman situasi, pembentukan representasi, identifikasi struktur multiplikatif, penerapan strategi, dan evaluasi) menunjukkan variasi yang besar antarindividu, dengan tahap identifikasi struktur multiplikatif dan evaluasi menjadi tahap paling kritis yang membedakan siswa dengan penalaran matang dan pra-proporsional.

#### UCAPAN TERIMA KASIH

Peneliti mengucapkan terima kasih kepada Bapak Ibu Guru SDN Lowokwaru 5 Kota Malang yang telah memberikan izin dan dukungan sehingga penelitian ini terlaksana dengan baik, lancar, dan terarah.

#### DAFTAR RUJUKAN

- Arikunto, S. (2002). *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktek Edisi 5*.
- Boyer, T. W., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (2008). *Development of Proportional Reasoning*.
- Cahyani, N. D., & Sritresna, T. (2023). Kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal cerita. *Jurnal Inovasi Pembelajaran Matematika: PowerMathEdu*, 2(1), 103–112. <https://doi.org/10.31980/powermathedu.v2i1.2720>
- Cramer, K., Post, T., & Graeber, A. O. (1993). *Connecting Research To Teaching: Proportional Reasoning*.
- Fuat, & Wulan, M. P. (2021). *Kemampuan Penalaran Proporsional Siswa dalam Menyelesaikan*. 2682, 179–190.
- Hariyanti, U., Irawan, E. B., & Widayanti, E. (2017). Penalaran Proporsional dalam Menyelesaikan Masalah Multiplikatif Tipe Product of Measurement. *Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika*, 1(April), 1. <http://journal2.um.ac.id/index.php/jkpm>
- Hidayat, A. F., Amin, S. M., & Fuad, Y. (2021). Profil penalaran proporsional siswa SMP dalam memecahkan masalah matematika berdasarkan gaya kognitif sistematis dan intuitif. *Kreano, Jurnal Matematika ....* <https://journal.unnes.ac.id/nju/kreano/article/view/9635>
- Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *The Growth of Logical Thinking*.
- Islami, K. A., Nurtini, S., Pribadi, I. W., & Syalsabiella, H. (2025). Analisis Pemahaman Konsep Materi Operasi Perkalian dan Pembagian Menggunakan Soal HOTS Berdasarkan Teori APOS. *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 13(2), 93–106.
- Khumairoh, B., Amin, S. M., & Wijayanti, P. (2020a). Penalaran Proporsional Siswa Kelas Menengah dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Adversity Quotient. *Pedagogia : Jurnal Pendidikan*, 9(1), 67–80. <https://doi.org/10.21070/pedagogia.v9i1.259>

- Khumairoh, B., Amin, S. M., & Wijayanti, P. (2020b). Penalaran Proporsional Siswa Kelas Menengah dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Adversity Quotient. *Pedagogia : Jurnal Pendidikan*, 9(1), 67–80. <https://doi.org/10.21070/pedagogia.v9i1.259>
- Kusumawardani, D. R., Wardono, & Kartono. (2018). Pentingnya penalaran matematika dalam meningkatkan kemampuan literasi matematika [The importance of mathematical reasoning in improving mathematical literacy skills]. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1(1), 588–595.
- Lamon, S. J. (2012). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers (3rd Edition)*.
- Lamon, S. J. (2020). Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers, Fourth Edition. *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers, Fourth Edition*, 1–280. <https://doi.org/10.4324/9781003008057>
- Langrall, C. W., & Swafford, J. (2000). *Three Balloons For Two Dollars: Developing. The National Council of Teachers of Mathematics*.
- Lenterawati, B. S., Pramudya, I., & Kuswardi, Y. (2018). Analisis Kesalahan Berdasarkan Tahapan Kastolan dalam Menyelesaikan Soal Cerita Sistem Persamaan Linear Dua Variabel Ditinjau dari Gaya Berpikir Siswa Kelas VIII SMP Negeri 19 Surakarta Tahun Pelajaran 2018/2019. *Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika (JPPM)*, 2(6), 471–482. <https://jurnal.uns.ac.id/JMMS/article/view/38031/25107>
- Mujib, A., & Sulistiana, E. (2023). Kemampuan Penalaran Proporsional menurut Langrall dan Swafford pada Siswa Sekolah Menengah Pertama. *Plusminus: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(1), 117–126. <https://doi.org/10.31980/plusminus.v3i1.1228>
- Nur, I., Diah, P. S., & Saleh, R. (2023). Student Proportional Reasoning on Missing Value Problems Based on Multiplicative Concepts. *International Journal of Elementary Education*, 7(4), 749–758. <https://doi.org/10.23887/ijee.v7i4.57985>
- Nur, I. M., Sari, D. P., & Saleh, R. R. M. (2023). *Student Proportional Reasoning on Missing Value Problems Based on Multiplicative Concepts*. 7(4), 749–758.
- Pratiwi, N., Djatmika, E. T., & Munzil. (2023). Media Pembelajaran Interaktif “KERKABA” Berbasis Game Edukasi untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Operasi Hitung Perkalian dan Pembagian Bilangan Cacah. *Journal of Education Action Research*, 7(4), 518–526. <https://doi.org/10.23887/jear.v7i4.67727>
- Prayitno, A., Rossa, A., & Widayanti, F. D. (2020a). *Characteristics of Students ' Proportional Reasoning In Solving Missing Value Problem Characteristics of Students ' Proportional Reasoning In Solving Missing Value Problem*.
- Prayitno, A., Rossa, A., & Widayanti, F. D. (2020b). Level Penalaran Proporsional Siswa dalam Memecahkan Missing Value Problem. *Jurnal Riset Pendidikan Matematik*, 6(2), 177–187.
- Proulx, J. (2024). Relative Proportional Reasoning: Transition from Additive to Multiplicative Thinking Through Qualitative and Quantitative Enmeshments. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 353–374. <https://doi.org/10.1007/s10763-023-10373-y>
- Puspita, T., Muzdalipah, I., & Nurhayati, E. (2023). Kemampuan Penalaran Proporsional pada Materi Perbandingan. *Plusminus: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(1), 107–116. <https://doi.org/10.31980/plusminus.v3i1.1227>
- Resnick, L. B., & Singer, J. A. (1993). Protoquantitative origins of ratio reasoning', in P. Carpenter and T.A. Romber. In *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp. 107–130).
- Sadiya, H. I., & Darmawan, P. (2024). Struktur Argumentasi Penalaran Proporsional Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Comparison Problem Berdasarkan Strategi Penyelesaian. *JUMAT: Jurnal Matematika*, 2(2), 92–103. <https://doi.org/10.53491/jumat.v2i2>.
- Sopamena, P., & Rahaded, S. (2015). Karakterisasi Penalaran Proporsional Mahasiswa Iain Ambon Dalam Memecahkan Masalah Rasio Dan Proporsi. *Jurnal Fikratuna*, 7(2). <http://jurnal.iainambon.ac.id/index.php/FT/article/view/339>
- Sugiyono. (2013). *Metode Penelitian Manajemen: Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, Kombinasi “Mixed Methods”*, Penelitian Tindakan (Action Research), Penelitian Evaluasi.

- Supply, A. S., Vanluydt, E., Van Dooren, W., & Onghena, P. (2023). Out of proportion or out of context? Comparing 8- to 9-year-olds' proportional reasoning abilities across fair-sharing, mixtures, and probability contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 113(3), 371–388. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10212-5>
- Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). *Proportional reasoning: A review of the literature*.
- Vanluydt, E., Degrande, T., Verschaffel, L., & Van, D. (2020). *Early Stages of proportional reasoning: A cross-sectional study with 5-to 9-year-olds*.
- Vanluydt, E., Keyser, L. De, Dooren, W. Van, & Verschafel, L. W. (2024). Stimulating Early Proportional Reasoning: An Intervention study in Second Grades. *ZDM – Mathematics Education*, 607–628.
- Vanluydt, E., Verschafel, L., & Van Dooren, W. (2022). Perkembangan awal penalaran proporsional: Sebuah studi longitudinal pada anak usia 5 hingga 8 tahun. *Jurnal Psikologi Pendidika*.
- Wahyuni, I., Nurisma, A., & Mardiya, R. (2023). Analisis Soal Penalaran Proporsional Pada Buku Teks Matematika Siswa Kelas VII Berdasarkan Taksonomi Bloom. *Jurnal Pembelajaran Dan Matematika Sigma (Jpms)*, 9(2). <https://doi.org/10.36987/jpms.v9i2.4419>
- Walle, J. A. V. D. (2007). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, Global Edition. *Pearson Education, Inc.*

### PROFIL SINGKAT

Kaisra Alfikri Islami, lahir di Mama, Kabupaten Sumbawa, Nusa Tenggara Barat, adalah seorang mahasiswa aktif Pascasarjana, Universitas Negeri Malang yang saat ini sedang menempuh semester 3. Gelar Sarjana Pendidikan diterima pada tahun 2024 di Universitas Negeri Malang pada program studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD). Peneliti telah berhasil mempublikasikan beberapa artikel ilmiah pada jurnal terindeks Sinta 3.