MODEL PEMILIHAN KEPALA DAERAH DALAM KOMPETISI MEMPEROLEH DUKUNGAN (RESPONDEN)

Riry Sri Ningsih, Mohammad Soleh

Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP dan Staf Pengajar Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi UIN Suska Riau, email:

ABSTRACT

Model of local elections in the competition get the support or the respondents were prepared using an analogy of compartmental spread of disease and yield model equations that describe the distribution of respondents in a local election. The model is analyzed by finding the point of equilibrium and stability of the equilibrium point. Further, the results obtained are interpreted.

Keywords: *local elections, mathematical model, stability*

PENDAHULUAN

Pemilihan langsung calon kepala daerah misalkan pemilihan gubernur, walikota, dan sebagainya tidaklah dapat dilepaskan dari peran strategis pemberitaan oleh media massa. Meskipun tidak ter masuk dalam tahapan proses pemilihan, posisi dan kedudukan pemberitaan dalam media massa kerap kali menentukan kalah menangnya seorang kandidat.

Pemberitaan dapat diartikan sebagai proses produksi berita, sedangkan berita dapat diartikan sebagai informasi yang baru tentang suatu peristiwa penting dan menarik perhatian serta minat khalayak pendengar (Mirza, 2000). Disamping itu, pemberitaan mempunyai fungsi yaitu *pertama* untuk membujuk dan meyakinkan kalangan masyarakat untuk menentukan pilihan politiknya. *Kedua* untuk melakukan identifikasi atau pembedaan antara kandidat yang satu dengan kandidat yang lain. *Ketiga* untuk memberikan informasi mengenai apa yang disebut dengan visi (pandangan ideologis yang dijadikan sebagai acuan dalam bertindak), misi (tindakan atau praktik untuk menggunakan sumber daya kekuasaan), serta berbagai program (konsep-konsep politik yang dioperasionalisasikan sehingga dapat di ukur secara matematis). Pemberitaan yang disiarkan atau dimuat di media massa (seperti televisi, radio, surat kabar, majalah, internet) pada saat kampanye, menimbul kan efek/pengaruh besar terhadap respon audiens atau responden.

Efek yang dapat ditimbulkan oleh pemberitaan dalam masa kampanye pemilihan kepala daerah yaitu pemberitaan itu dapat menaikkan popularitas kandidat sekaligus dapat pula menjatuhkannya. Hal ini terjadi karena masyarakat, khususnya responden dapat melihat sisi baik atau buruk calon kepala daerah pilihannya. Oleh karena itu responden akan mengerti, paham dan yakin kepada calon yang mana pilihannya akan diberikan saat pemilihan.

Efek pemberitaan yang ditimbulkan karena berita dipengaruhi oleh banyak faktor. Faktor cukup signifikan diantaranya adalah penyebaran berita yaitu bagaimana berita itu dapat menyebar dengan baik di masyarakat. Salah satu cara yang paling efektif dalam penyebaran berita itu sendiri adalah peran dari media massa.

Penyebaran berita atau sering dise but penyebarluasan berita dapat diartikan sebagai perpindahan berita dari satu individu atau kelompok kepada individu atau kelompok yang lain. Penyebaran berita terjadi setelah adanya suatu pemberitaan dari salah satu pihak.

Banyak penelitian mengungkapkan bahwa seorang calon pemimpin yang bisa menguasai media massa akan memiliki peluang yang tinggi untuk memenangkan persaingan (kompetisi). Penguasaan media massa telah terbukti sangat efektif menentukan arah emosional masyarakat. Dengan menguasai media massa berarti memiliki akses yang kuat untuk menye barkan berita (Nurudin, 2007).

Pasangan calon kepala daerah dan tim suksesnya telah menyadari hal tersebut jauh sebelum semarak pemilihan digelar. Perang urat syaraf akan terjadi selama kampanye dan masing-masing calon kepala daerah akan berusaha menyebarkan berita untuk menjangkau sebanyak mungkin responden.

J.P. Curtis dan F.T.Smith (2008) menjelaskan bagaimana pengaruh suatu ajakan terhadap suatu responden, dan John E. Roemer (2004) membahas model kompetisi dalam pemilihan umum ber dasarkan *Conflict of interest* atau golongan.

Pada tulisan ini, digunakan konsep model penyebaran penyakit, khususnya Model SIRS, untuk menjelaskan fenomena perubahan massa pemilih dalam pemilihan kepala daerah yang disebabkan oleh penyebaran berita. Pada model epide miologi, penyebaran penyakit terjadi dari seorang individu yang terinfeksi penyakit dan dapat menularkannya kepada individu lain dalam kelompok (dalam hal ini individu yang rentan terhadap penyakit tersebut). Begitu juga dengan berita, berita menyebar dari individu ke individu-individu yang lain.

Beberapa sifat penyebaran berita yang analog dengan penyebaran penyakit diantaranya sebagai berikut:

a. Masing-masing memerlukan media untuk berpindah dari satu individu ke individu yang lain
b. Penyakit akan menular terhadap in dividu yang tidak imun (individu rentan) terhadap penyakit yang dibi carakan, sementara responden akan berpindah pilihannya apabila responden tersebut masih labil (masih ragu dengan pilihannya) sehingga mudah terpenga ruh dengan pemberitaan.
c. Terdapat sumber penyebab. Indivivu akan terjangkit penyakit jika individu tersebut diserang oleh bibit penyakit dan rentan terhadap penyakit tersebut, sementara seorang responden akan berpindah pilihannya jika responden tersebut terpapar oleh berita dan terpengaruh dengan berita yang di perolehnya.
d. Populasi diasumsikan dipartisi menjadi beberapa kelompok. Pada model epidemi dapat dipartisi menjadi ke lompok yang rentan terhadap penyakit, tertular (terinfeksi) penyakit, dan sembuh. Sementara dalam populasi res ponden, akan terdapat kelompok pemilih kandidat 1, pemilih kandidat 2, dan lainnya.
e. Diasumsikan juga populasinya homo gen, baik pada populasi penyebaran penyakit maupun populasi responden.

Pada tulisan ini, diselidiki penyeba ran proporsi responden dalam pemilihan calon kepala daerah yang terdiri dari 2 kan didat. Penyelidikan dilakukan dengan menganalisis kestabilan titik ekuilibrium model.

1. Sistem Persamaan Diferensial

Diberikan sistem persamaan diferensial biasa

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n), \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n), \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n), \end{aligned} \qquad \text{...........(1)}$$

dengan kondisi awal

$x_i(t_0) = x_{i0}$, i = 1, 2, ..., n.

Sistem (1) dapat ditulis sebagai

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}) \quad \text{.........................(2)}$$

dengan $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$,

$f = (f_1, \ldots, f_n)^T$ dan kondisi awal

$\boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0 = (x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0}) \in \mathbb{R}^n$.

Selanjutnya notasi $\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}(\boldsymbol{x}_0, t)$ menyatakan solusi Sistem (2) yang melalui $\boldsymbol{x}_0$.

Definisi 1 (Perko, 1991)
Titik $\hat{\boldsymbol{x}} \in \mathbb{R}^n$ disebut titik ekuilibrium Sistem (2) jika $f(\hat{\boldsymbol{x}}) = 0$.

Definisi 2 (Perko, 1991)
Titik ekuilibrium $\hat{\boldsymbol{x}} \in \mathbb{R}^n$ dari sistem (1) dikatakan

1. stabil jika untuk setiap bilangan ε > 0, terdapat bilangan δ=δ(ε)> 0, sedemikian sehingga untuk setiap solusi $\boldsymbol{x}(t)$ yang memenuhi
   $\|\boldsymbol{x}(t_0) - \hat{\boldsymbol{x}}\| < \delta$ berlaku
   $\|\boldsymbol{x}(t) - \hat{\boldsymbol{x}}\| < \varepsilon, \forall\, t \geq t_0$.
2. tak stabil, jika $\hat{\boldsymbol{x}}$ tidak stabil.
3. stabil asimtotik, jika titik ekuilibrium $\hat{\boldsymbol{x}}$ stabil dan terdapat $\delta_0 > 0$, sehingga untuk setiap solusi $\boldsymbol{x}(t)$ yang memenuhi $\|\boldsymbol{x}(t_0) - \hat{\boldsymbol{x}}\| < \delta$ berlaku $\lim_{t\to\infty} \boldsymbol{x}(t) = \hat{\boldsymbol{x}}$.

2. Kestabilan Titik Ekuilibrium Sistem Persamaan Diferensial Linier

Diberikan sistem linier dalam bentuk

$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x})$ .... (3)

dengan $f : E \to \mathbb{R}^n$ dengan $E \subset \mathbb{R}^n$, f fungsi linier dan kontinu.
Sistem (3) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks

$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ .... (4)

dengan $\boldsymbol{x} \in E$, dan **A** matriks berukuran n x n.

Apabila matrik A yang digunakan adalah matrik berukuran 2 x 2, artinya system terdiri dari 2 persamaan diferensial linier. Kestabilan titik ekuilibrium $\hat{x}$ siatem (3) dapat diperoleh melalui nilai-nilai eigennya.

Dalam menentukan kestabilan titik ekuilibrium sistem (3) dengan definisi 2 seringkali mengalami kesulitan. Oleh karena itu, berikutnya akan diberikan teorema bagaimana cara-cara menentukan kestabilan titik ekuilibrium (3).

Teorema 1 (Olsder, 1994)
Diberikan persamaan differensial $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ dengan **A** matrik berukuran n x n dengan nilai eigen $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_k$ $(\mathrm{k} \leq \mathrm{n})$, maka

1. $\hat{\boldsymbol{x}} = 0$ stabil asimtotik lokal jika dan hanya jika bagian real $\lambda_i < 0$, untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, k$.
2. $\hat{\boldsymbol{x}} = 0$ stabil jika dan hanya jika bagian real $\lambda_i \leq 0$, untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, k$.

3. Kestabilan Titik Ekuilibrium Sistem Persamaan Diferensial Nonlinier Order 1 dengan Koefisien Konstan

Diberikan sistem persamaan diferensial non linear

$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x})$ .... (5)

dengan $f : E \to \mathbb{R}^n$, $E \subset \mathbb{R}^n$, f fungsi non linear dan kontinu.

Perilaku solusi pada persekitaran titik ekuilibrium Sistem non linear (5) dapat ditentukan melalui linierisasi pada perse kitaran titik ekuilibrium sistem tersebut.

Definisi 3 (Kocak, 1991)
Diberikan $f = (f_1, f_2, \cdots, f_n)$ pada sistem (6) dengan $f_i \in C^1(E)$,i = 1,2,..., n
Matriks :

$$J(f(\boldsymbol{x})) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\boldsymbol{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\boldsymbol{x}) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\boldsymbol{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\boldsymbol{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\boldsymbol{x}) & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\boldsymbol{x}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\boldsymbol{x}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\boldsymbol{x}) & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix}$$

dinamakan matriks Jacobian dari f di titik **x**.

Definisi 4 (Perko, 1991)
Sistem $\dot{\boldsymbol{x}} = J(f(\hat{\boldsymbol{x}}))\boldsymbol{x}$ disebut linierisasi dari sistem (5) di sekitar $\hat{\boldsymbol{x}}$.

Setelah proses linierisasi dilakukan pada sistem (5), selanjutnya perilaku kestabilan di sekitar titik ekuilibrium ditentukan seperti pada sistem linier.

Teorema 2 (Wiggins, 1990)
Jika semua nilai eigen matriks Jacobian $J(f(\hat{x}))$ mempunyai bagian real negatif, maka titik ekuilibrium $\hat{x}$ dari sistem (5) stabil asimtotik lokal.

Berikut ini diberikan bentuk khusus dari stabilitas system linier dengan 2 persamaan (widodo, 2007)
Pandang system linier

$$\begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{.....................(6)}$$

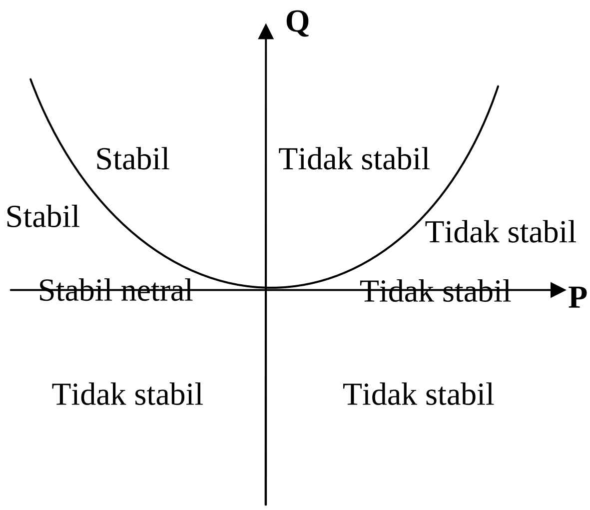
dengan a, b, c dan d konstan. Misalkan λ nilai eigen dari matrik $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka diperoleh persamaan karakteristik
$\lambda^2 - (a+d)\lambda + (ad - bc) = 0$.........(7)
Dari persamaan (7) diperoleh

$$\lambda_{1,2} = \frac{a + d \pm \sqrt{(a+d)^2 - 4(ad - bc)}}{2}$$

Atau
$\lambda_{1,2} = \frac{p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$, dengan $p = a + d$ dan $q = ad - bc$. Stabilitas system linier (6) dapat diterangkan sebagai berikut:

1. $\lambda_{1,2}$ real dan berbeda jika $\Delta = p^2 - 4q > 0$
   A. $\lambda_{1,2}$ sama tanda jika $q > 0$:
      a. $\lambda_{1,2}$ semua positif jika $p > 0 \rightarrow$ tidak stabil
      b. $\lambda_{1,2}$ semua negatif jika $p < 0 \rightarrow$ stabil
   B. $\lambda_{1,2}$ beda tanda jika $q < 0 \rightarrow$ tidak stabil
   C. Salah satu dari $\lambda_{1,2}$ nol, jika $q = 0$
      a. Akar lainnya positif, jika $p > 0 \rightarrow$ tidak stabil
      b. Akar lainnya negatif, jika $p < 0 \rightarrow$ stabil netral
2. $\lambda_{1,2}$ real dan sama jika $\Delta = 0$
   A. $\lambda_{1,2}$ sama tanda:
      a. Keduanya positif bila $p > 0 \rightarrow$ tidak stabil
      b. Keduanya negatiff bila $p < 0 \rightarrow$ stabil
   B. $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, bila $p = 0 \rightarrow$ tidak stabil
3. $\lambda_{1,2}$ kompleks bila $\Delta = 0$
   A. Re $(\lambda_{1,2})$ sama tanda:
      a. Re $(\lambda_{1,2})$ semua positif bila $p > 0 \rightarrow$ tidak stabil
      b. Re $(\lambda_{1,2})$ semua negatif bila $p < 0 \rightarrow$ stabil
   B. Re $(\lambda_{1,2})$, bila $p = 0 \rightarrow$ stabil netral

   Ilustrasi :

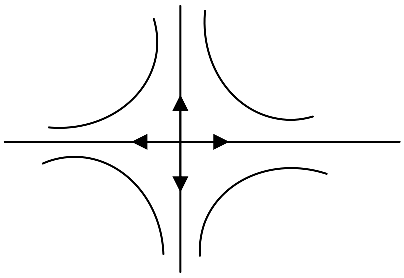


4. **Phase Plane (Bidang Fase) Sistem Linier**

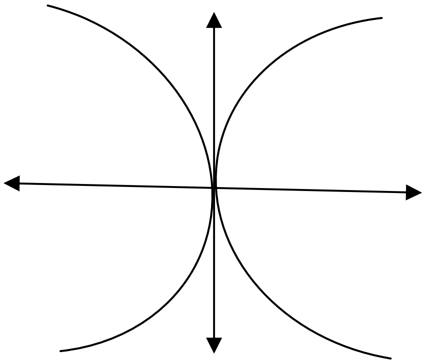
Untuk melihat bidang fase linier system (6) dapat dilihat solusi $\frac{dy}{dx} = \frac{cx+dy}{ax+by}$, yang tidak terlihat secara eksplisit ketergan-tungannya terhadap t. selanjutnya untuk melihat perubahan populasi, dapat dilihat dengan perubahan $\frac{dx}{dt}$ dan $\frac{dy}{dt}$, yaitu:

1. Titik sadel (*sadle point*). Hal ini terjadi apabila $\Delta > 0$ dan $q < 0$
2. Nodes. Hal ini terjadi apabila $\Delta > 0$ dan $q > 0$
3. Spiral. Hal ini terjadi apabila $\Delta < 0$ dan $p \neq 0$

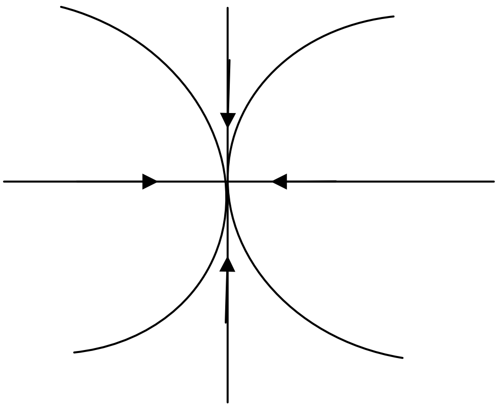
Berikut ini diberikan ilustrasi penjelasan di atas:



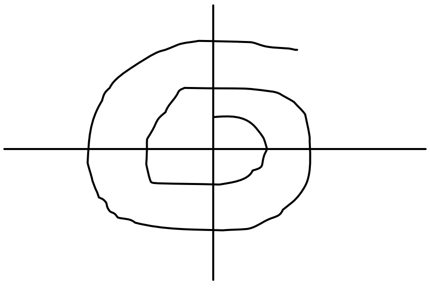
Bidang fase untuk titikekuilibrium yang sadel



Bidang fase untuk titik ekuilibrium yang tidak stabil (unstable node)



Bidang fase untuk titik ekuilibrium yang stabil (stable node)



Bidang fase untuk titik ekuilibrium spiral.

METODE PENELITIAN

Penelitian dilakukan dengan cara studi literatur dengan menganalisis pengaruh berita atau isu yang disebar di masyarakat terhadap perpindahan pilihan responden (pemilih) antar kandidat berdasarkan referensi-referensi yang sudah ada.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Pembentukan Model

Diasumsikan terdapat 2 Kandidat yang maju dalam pemilihan, sehingga konstelasi massa dapat dibagi dalam 3 kompartemen. Kompartemen 1 dikatakan massa yang pro terhadap Kandidat 1, Kompartemen 2 dikatakan sebagai massa yang pro terhadap Kandidat 2, dan Kompartemen 3 dikatakan sebagai Abstain atau Blanko. Kompartemen Blanko merupakan massa yang tidak memilih salah satu kandidat.

Ada beberapa penyederhanaan yang akan diterapkan dalam model ini. Pertama, dalam penyebaran berita, suatu berita bisa muncul pertama kali dari Kompartemen 1, Kompartemen 2, atau Kompartemen 3. Hubungan tersebut berlangsung 2 arah dan individu pada salah satu kompartemen dapat menyebarkan berita atau isu ke individu kompartemen yang sama maupun kompartemen lain. Sementara dalam keterangan sebelumnya dikemukakan bahwa penyakit akan menular dari kelas yang terinfeksi suatu penyakit ke kelas yang rentan terhadap penyakit tersebut. Hubungan ini bersifat satu arah karena tidak berlaku sebaliknya. Oleh karena itu untuk penyederhanaan model dianggap bahwa kompartemen tempat berita pertama kali muncul dijadikan sebagai pemicu. Kompartemen tersebut akan berperan seperti kelas yang terinfeksi penyakit pada model matematika epidemi.

Kedua, berita dapat muncul pertama kali dari salah satu kompartemen, yaitu

Kompartemen 1 atau Kompartemen 2 atau Kompartemen 3. Pada model ini, Kompartemen 3 diabaikan sebagai pemicu penyebaran berita dengan anggapan bahwa mereka tidak memiliki kepentingan apapun dalam pemilihan (untuk memenangkan salah satu kandidat). Kompartemen 3 akan berperan sebagai kelas *recovery* pada model epidemi yang dibicarakan.

Ketiga, dalam penyebaran berita terdapat macam-macam jenis dan sifat berita, sementara dalam penyebaran pe nyakit yang dibicarakan hanya ada satu bibit penyakit. Besarnya efek dari suatu berita tidak sama untuk berita yang lain pada kompartemen yang sama. Sebagai contoh, berita jelek biasanya tersebar lebih cepat daripada berita baik, dan seterusnya.

Keempat, pada pemilihan kepala daerah biasanya begitu banyak berita diproduksi dalam waktu yang bersamaan sehingga untuk analisa yang lebih akurat perlu menganalisis pengaruh masing-masing berita terhadap pilihan responden. Untuk penyederhanaan model ini, dianggap bahwa akumulasi pemberitaan telah menye babkan pengaruh terhadap responden sehingga dinamika perpindahan responden dari satu kompartemen ke kompartemen lain dihitung sebagai laju rata-rata perpindahan responden dari kompartemen yang satu ke kompartemen yang lain.

Berdasarkan dari penyederhanaan tersebut maka pembentukan model nantinya, berupa persamaan differensial, parameter-parameter yang digunakan hanya berupa laju perpindahan-laju perpindahan dari suatu kompartemen ke kompartemen lain karena akumulasi pemberitaan. Parameter-parameter tersebut dihitung seba gai rata-rata dari laju perpindahan res ponden karena pengaruh dari tiap-tiap pemberitaan. Model berikut tidak memberi tafsiran bagaimana satu berita yang telah menyebar menentukan titik ekuilibrium suatu system.

Pada prakteknya, pilihan responden terhadap seorang calon tidak hanya disebabkan oleh pemberitaan. Penyebab lain dapat berupa hubungan psikologis seperti pertemanan atau persaudaraan, tekanan atau intervensi, atau bahkan karena uang. Model tersebut dibatasi hanya untuk kasus penyebaran berita.

Jika suatu berita telah menyebar, maka akan terjadi wacana yang akan mempengarui tiap-tiap responden pada masing-masing kompartemen untuk beru bah atau tidak berubah haluannya karena berita tersebut. Perubahan ini akan ditandai dengan perpindahan massa pemilih kepada kandidat tertentu. Tergantung seberapa solidnya konsolidasi dari Kandidat 1 ataupun Kandidat 2. Responden dari Kompartemen 1 bisa menjatuhkan pilihan pada Kandidat 2, menjadi Blanko atau tetap setia pada Kandidat 1. Responden-responden yang lain juga akan berlaku demikian.

Model SIRS membagi individu ke dalam *Suspect*, *Infective*, *Recovery*. Individu yang telah sembuh dari penyakit yang dibicarakan dianggap tidak imun terhadap penyakit tersebut sehingga masuk ke dalam kelas *Suspect* lagi. Dalam model ini jika responden telah masuk ke dalam Kompartemen 3, responden sewaktu-waktu dapat menjatuhkan pilihannya kembali kepada Kandidat 1 ataupun Kandidat 2. Responden dari Kompartemen 3 tidak memiliki kekebalan untuk bertahan terus pada kelompoknya.

Jika dimisalkan dalam suatu masyarakat terdapat N pemilih, kemudian N responden (pemilih) tersebut dipartisi sedemikian hingga terdapat X_1 diantaranya yang memilih Kandidat 1 atau masuk Kompartemen 1, terdapat diantaranya X_2 yang memilih Kandidat 2 atau masuk Kompartemen 2, dan yang tersisa dimasukan sebagai kelompok Abstain atau Blanko A atau masuk Kompartemen 3, maka diperoleh jumlah persatuan waktu:

$$X_1(t) + X_2(t) + A(t) = N(t) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots..(8)$$

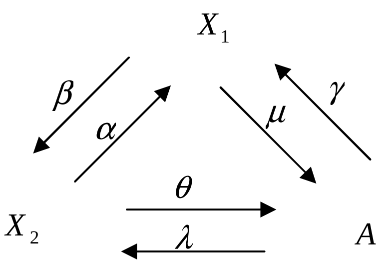
Jika jumlah tersebut dinyatakan dalam bentuk proporsi, maka bisa dituliskan sebagai:

$X_1(t) + X_2(t) + A(t) = 1$ ………………(9)

Dalam makalah ini diasumsikan bahwa

a. Seluruh pemilih berjumlah tetap dan terjadi perpindahan antar responden pada masing-masing kompartemen.
b. Laju perpindahan responden dari X_1 ke X_2 karena penyebaran berita bersifat konstan dinyatakan dengan β,
c. Laju perpindahan responden dari X_2 ke X_1 karena penyebaran berita bersifat konstan dinyatakan dengan α
d. Laju perpindahan responden X_1 ke A karena penyebaran berita bersifat konstan dinyatakan dengan μ
e. Laju perpindahan responden X_2 ke A karena penyebaran berita bersifat konstan dinyatakan dengan θ
f. Laju perpindahan responden dari A ke X_1 karena penyebaran berita bersifat konstan dinyatakan dengan γ
g. Laju perpindahan responden dari A ke X_2 karena penyebaran berita bersifat konstan dinyatakan dengan λ

Berdasarkan asumsi-asumsi di atas dapat digambarkan diagram alirnya sebagai berikut:



Gambar 1. Diagram alir dinamika penyebaran responden dalam populasi

Berdasarkan diagram alir di atas dapat diformulasikan modelnya sebagai berikut:

$$\frac{dX_1}{dt} = -\beta X_1 X_2 + \alpha X_1 X_2 + \gamma A - \mu X_1 \quad ..(10)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = -\alpha X_1 X_2 + \beta X_1 X_2 + \lambda A - \theta X_2 \quad ..(11)$$

$$\frac{dA}{dt} = \mu X_1 + \theta X_2 - \gamma A - \lambda A \quad …………..(12)$$

$$X_1, X_2, \beta, \alpha, \mu, \theta, \gamma, \lambda > 0$$

Untuk lebih menyederhanakan perhitungan, digunakan $X_1 + X_2 + A = 1$ atau $A = 1 - X_1 - X_2$, maka persamaan (12) untuk sementara dapat diabaikan dalam pembahasan. Berikutnya sistem yang diperhatikan adalah persamaan (10) dan (11).

2. Titik Ekuilibrium Model

Berdasarkan definisi 1, dapat dicari titik ekuilibrium model sebagai berikut:

$$-\beta X_1 X_2 + \alpha X_1 X_2 + \gamma A - \mu X_1 = 0 \quad …(13)$$

$$-\alpha X_1 X_2 + \beta X_1 X_2 + \lambda A - \theta X_2 = 0 \quad …(14)$$

dan dengan menyelesaikan kedua persamaan (13) dan (14) diperoleh:

$$\lambda A - \theta X_2 + \gamma A - \mu X_1 = 0,$$

$$(\lambda + \gamma)A - \theta X_2 - \mu X_1 = 0,$$

$$(\lambda + \gamma)(1 - X_1 - X_2) - \theta X_2 - \mu X_1 = 0,$$

$$(\lambda + \gamma) - (\lambda + \gamma + \theta)X_2 - (\lambda + \gamma + \mu)X_1 = 0,$$

$$X_2 = \frac{(\lambda + \gamma)}{(\lambda + \gamma + \theta)} - \frac{(\lambda + \gamma + \mu)}{(\lambda + \gamma + \theta)} X_1,$$

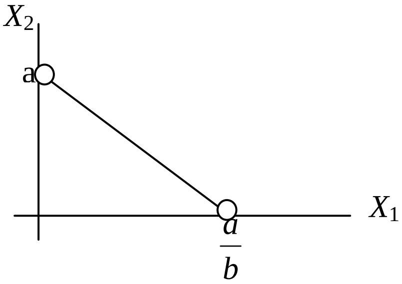
atau $X_2 = a - bX_1$,

dengan $a = \dfrac{(\lambda + \gamma)}{(\lambda + \gamma + \theta)}$,

dan $b = \dfrac{(\lambda + \gamma + \mu)}{(\lambda + \gamma + \theta)}$.

Dengan demikian diperoleh titik ekuilibrium persamaan (10) dan (11) yaitu $\hat{X} = (\hat{X}_1, \hat{X}_2)$.

Selanjutnya, $\hat{X}_2 = a - b\hat{X}_1$ digambarkan sebagai berikut.



Interpretasi:

Dari grafik di atas, $\hat{X}_1 = 0$ (pemilih kandidat 1 tidak ada) atau $\hat{X}_2 = 0$ (pemilih kandidat 2 tidak ada) tidaklah mungkin terjadi. Hal ini dikarenakan setidak-tidaknya terdapat 1 pemilih untuk seorang calon (satu kandidat), yaitu dirinya sendiri. Sementara itu, pemilihan ulang dilaksa nakan lagi apabila $\hat{X}_1 = \hat{X}_2 = \dfrac{a}{1+b}$ (jumlah pemilih atau responden terhadap kandidat 1 sama dengan jumlah pemilih atau responden kandidat 2). Selanjutnya, untuk kasus A = 0 (tidak ada individu yang abstain), hal ini berarti bahwa semua pemilih dalam pemungutan suara menggunakan hak suaranya.

3. Kestabilan Titik Ekuilibrium

Berdasarkan definisi 3, selanjutnya akan diuji kestabilan titik ekuilibrium $\hat{X} = \left(\hat{X}_1, \hat{X}_2\right)$ sebagai berikut:

Pandang

$$f_1 = -\beta X_1 X_2 + \alpha X_1 X_2 + \gamma R - \mu X_1 \;\text{…..(15)}$$

$$f_2 = -\alpha X_1 X_2 + \beta X_1 X_2 + \lambda R - \theta X_2 \;\text{.....(16)}$$

Dari Sistem (15) dan (16) diperoleh matrik Jacobi:

$$J(\hat{x}) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{pmatrix},$$

$$J(\hat{x}) = \begin{pmatrix} -\beta\hat{X}_2 + \alpha\hat{X}_2 - \mu & -\beta\hat{X}_1 + \alpha\hat{X}_1 \\ -\alpha\hat{X}_2 + \beta\hat{X}_2 & -\alpha\hat{X}_1 + \beta\hat{X}_1 - \theta \end{pmatrix}$$

...........................(17)

Selanjutnya, diperoleh nilai-nilai eigen di titik ekuilibrium $\hat{X} = \left(\hat{X}_1, \hat{X}_2\right)$ yaitu:

$$\left(\left(-\beta\hat{X}_2 + \alpha\hat{X}_2 - \mu\right) - \lambda\right)\left(\left(-\alpha\hat{X}_1 + \beta\hat{X}_1 - \theta\right) - \lambda\right)$$
$$-\left(\alpha\hat{X}_2 - \beta\hat{X}_2\right)\left(\beta\hat{X}_1 - \alpha\hat{X}_1\right) = 0$$

$$\left(\left(-\beta\hat{X}_2 + \alpha\hat{X}_2 - \mu\right) - \lambda\right)\left(\left(-\alpha\hat{X}_1 + \beta\hat{X}_1 - \theta\right) - \lambda\right)$$
$$-(\alpha - \beta)(\beta - \alpha)\hat{X}_1\hat{X}_2 = 0$$

$$\left(\left((-\beta + \alpha)\hat{X}_2 - \mu\right) - \lambda\right)\left(\left((\beta - \alpha)\hat{X}_1 - \theta\right) - \lambda\right)$$

$$-(\alpha - \beta)(\beta - \alpha)\hat{X}_1\hat{X}_2 = 0$$

Misalkan $\Gamma = -\beta + \alpha$, maka diperoleh

$$\left(\left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu\right) - \lambda\right)\left(\left(-\Gamma\hat{X}_1 - \theta\right) - \lambda\right)$$
$$-(\Gamma)(-\Gamma)\hat{X}_1\hat{X}_2 = 0$$

$$\left(\left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu\right) - \lambda\right)\left(\left(-\Gamma\hat{X}_1 - \theta\right) - \lambda\right)$$

$$+\Gamma^2\hat{X}_1\hat{X}_2 = 0$$

$$-\left(\left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu\right) - \lambda\right)\left(\left(\Gamma\hat{X}_1 + \theta\right) + \lambda\right)$$

$$+\Gamma^2\hat{X}_1\hat{X}_2 = 0$$

$$-\begin{bmatrix} \left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu\right)\left(\Gamma\hat{X}_1 + \theta\right) + \left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu\right)\lambda \\ -\left(\Gamma\hat{X}_1 + \theta\right)\lambda - \lambda^2 \end{bmatrix}$$

$$+\Gamma^2\hat{X}_1\hat{X}_2 = 0$$

$$-\left[\left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu\right)\left(\Gamma\hat{X}_1 + \theta\right) + \left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu - \Gamma\hat{X}_1 - \theta\right)\lambda - \lambda^2\right]$$
$$+\Gamma^2\hat{X}_1\hat{X}_2 = 0$$

$$\lambda^2 - \left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu - \Gamma\hat{X}_1 - \theta\right)\lambda$$
$$-\left[\left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu\right)\left(\Gamma\hat{X}_1 + \theta\right) - \Gamma^2\hat{X}_1\hat{X}_2\right] = 0 \quad \text{....(18)}$$

dari persamaan (18) diperoleh:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu - \Gamma\hat{X}_1 - \theta\right) \pm \sqrt{\left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu - \Gamma\hat{X}_1 - \theta\right)^2 - 4\left(-\left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu\right)\left(\Gamma\hat{X}_1 + \theta\right) + \Gamma^2\hat{X}_1\hat{X}_2\right)}}{2}$$

$\lambda_{1,2} = \frac{p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$,

Dengan

$p = \left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu - \Gamma\hat{X}_1 - \theta\right)$ dan

$q = -\left(\Gamma\hat{X}_2 - \mu\right)\left(\Gamma\hat{X}_1 + \theta\right) + \Gamma^2\hat{X}_1\hat{X}_2$

Karena $\Delta = p^2 - 4q > 0$ maka $\lambda_{1,2}$ real dan berbeda untuk persamaan (18). Berdasarkan Teori di atas, maka kestabilan sistem hanya bergantung dari bagian real akar $\lambda_{1,2}$ yaitu:

1. Jika $\Gamma\hat{X}_2 - \mu - \Gamma\hat{X}_1 - \theta < 0$, atau $\Gamma\hat{X}_2 < \Gamma\hat{X}_1 + \mu + \theta$ maka titik $\hat{X} = \left(\hat{X}_1, \hat{X}_2\right)$ stabil asimtotik
2. $\Gamma\hat{X}_2 - \mu - \Gamma\hat{X}_1 - \theta > 0$ atau $\Gamma\hat{X}_2 > \Gamma\hat{X}_1 + \mu + \theta$ maka $\hat{X} = \left(\hat{X}_1, \hat{X}_2\right)$ tidak stabil.

Jika titik $\hat{X} = \left(\hat{X}_1, \hat{X}_2\right)$ stabil asimtotik maka perpindahan responden berlangsung permanen dan untuk jangka panjang proporsi pemilih akan menuju ke titik $\hat{X} = \left(\hat{X}_1, \hat{X}_2\right)$. Sementara itu jika titik $\hat{X} = \left(\hat{X}_1, \hat{X}_2\right)$ tidak stabil, maka belum dapat dipastikan proporsi pemilih.

KESIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Kelompok X_1 (responden kandidat 1) dan X_2 (responden kandidat 2) akan terhubung secara linear menurut $X_2 = a - bX_1$, dengan $a = \frac{(\lambda + \gamma)}{(\lambda + \gamma + \theta)}$, dan $b = \frac{(\lambda + \gamma + \mu)}{(\lambda + \gamma + \theta)}$.
   Hal ini berarti bahwa, apabila proporsi responden 1 banyak maka mengakibatkan proporsi responden kandidat 2 sedikit dan sebaliknya.
2. Pemilihan akan diulang kembali apabila proporsi responden 1 dan 2 sama, yaitu sebesar $X_1 = X_2 = \frac{a}{1+b}$

Kestabilan titik $\hat{X} = \left(\hat{X}_1, \hat{X}_2\right)$ stabil asimtotik jika $\Gamma\hat{X}_2 < \Gamma\hat{X}_1 + \mu + \theta$, dan titik $\hat{X} = \left(\hat{X}_1, \hat{X}_2\right)$ tidak stabil jika $\Gamma\hat{X}_2 > \Gamma\hat{X}_1 + \mu + \theta$. Hal ini berarti bahwa perpindahan responden berlangsung per manen untuk jangka panjang apabila titik ekuilibriumnya stabil asimtotik sehingga proporsi pemilih akan menuju ke titik $\hat{X} = \left(\hat{X}_1, \hat{X}_2\right)$. Sementara itu jika titik $\hat{X} = \left(\hat{X}_1, \hat{X}_2\right)$ tidak stabil, maka belum dapat dipastikan proporsi pemilih.

DAFTAR PUSTAKA

Bittner, John. R. John. (1996). **Mass Communications (6th ed)**. Boston Aline & Bacon

John E.Roemer. (2004). **Modelling Party Competition in general Elections**, Yale University.

J.P.Curtis & F.T. Smith. (2008). **Mathe matical Models of Persuasion**. American Conference on Applied Mathematic(Math'08), Harvard, Massachusetts, USA

Kocak, H and Hole, J. K. (1991). **Dynamic and Bifurcation.** New York, Springer-Verlag, New York

Li, J., Yu, J. (2006). **Global behavior of a SEIR model in epidemiology with nonlinear incidence rates, World Journal of Modelling and Simula tion**. Vol. 2 No. 3, pp. 143-149

Liu, W. M., Hethcote, H. W., and Levin, S. A. (1987). **Dynamical behavior of**

epidemiological models with non linear incidence rates. *J. Math. Bi ol* 25: 359-380.

Mirza, Layla, S (ed.). 2000. *Radio dan Politik*. Jakarta : Friedrich Naumann Shiftung

Nurudin. (2007). **Pengantar Komunikasi Massa.** Jakarta, PT. Raja Grafindo

Perko, L. (1991). **Differential Equations and Dynamical System.** Springer-Verlag, New York

Widodo. (2007). **Pengantar Model Ma tematika.** FMIPA UGM, Yogya karta.

Wiggins, S. (1990). **Introduction to ap plied nonlinear dynamical system and chaos**. Springer-Verlag, New York.