

SUATU ANALISIS TENTANG KEBENARAN PRINSIP KERJA PADA BEBERAPA SUTRA DALAM VEDIC MATHEMATICS

Helma

Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP, email: helma_unp@yahoo.com

ABSTRACT

Vedic Mathematics was discovered in India. In this system all of mathematics is based on sixteen sutras or principles. These principles describe the way the mind naturally works and are therefore a great help in directing the student to appropriate method of solution. It makes mathematics easy, enjoyable, and encourages innovation. The simplicity of Vedic Mathematics means that calculation can be carried out mentally. There are many advantages in using a flexible mental system. The students can invent their own methods; they are not limited to the one correct method. This leads to more creative, interested, and intelligent pupils. The aim of this research is to show that Vedic Mathematics is not a trick, but it is true mathematically.

Keywords: *Vedic Mathematics, Sutra, Calculation*

PENDAHULUAN

Vedic Mathematics adalah istilah bagi sistem matematika yang ditemukan dari manuskrip kuno di India. Manuskrip tersebut ditemukan oleh Sri Bharati Krisna Tirthaji (Chaundari, 1999). Menurut sistem ini, matematika didasarkan kepada 16 sutra dan 14 sub-sutra yang terkait satu sama lain secara koheren (Williams, 2003). *Vedic Mathematics* mencakup setiap bagian serta cabang matematika seperti Aritmatika, Aljabar, Astronomi, serta Kalkulus Diferensial dan Integral. Selanjutnya, Tirthaji menyatakan bahwa semua sutra dan sub-sutra mudah dimengerti, mudah digunakan, dan bermuara ke satu kata, yaitu “mental”.

Srinivas (Chaundari, 1999) menyatakan bahwa *Vedic Mathematics* adalah suatu sistem yang dapat menyederhanakan perkalian, pembagian, perpangkatan tiga, akar kuadrat, dan akar pangkat tiga. Beberapa sutra yang dapat digunakan untuk perkalian dan pembagian diantaranya adalah (Glover, 2003)

1. *By one more than the one before*
2. *Vertically and cross-wise*
3. *By the deficiency*
4. *Simple Division*

5. *All from 9 and the last from 10*

6. *Transpose and adjust*

Berdasarkan hasil penelitian tentang penerapan *Vedic Mathematics* di sekolah Maharishi di Lanchashire Inggris (Gaskell, 2000), diketahui bahwa pembelajaran matematika berlangsung lebih hidup dan menyenangkan. Siswa-siswa mengerjakan tugas dengan lebih bersemangat. Temuan ini jauh lebih baik dari apa yang diharapkan sebelum penelitian. Tetapi, keefektifan dari *Vedic Mathematics* tidak dapat diapresiasi secara menyeluruh tanpa latihan secara nyata.

Ada beberapa keuntungan dalam penggunaan “*mental system*” seperti halnya *Vedic Mathematics*. Pertama, anak dapat menggunakan metode mereka sendiri dalam menyelesaikan perhitungan matematika. Kedua, anak dapat menyelesaikan perhitungan matematika dengan menggunakan metode yang bervariasi. Kondisi ini mendorong anak lebih kreatif dan tertarik terhadap matematika.

Berdasarkan hal di atas, maka untuk dapat menggunakan sutra-sutra tersebut, terutama untuk perkalian dan pembagian, perlu diketahui kebenaran prinsip kerja

penggunaannya secara matematika. Sebagai perumusan masalah dalam penelitian ini adalah “Apakah prinsip kerja penggunaan sutra dalam *Vedic Mathematics* dapat dibuktikan kebenarannya secara matematika?”.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian dasar. Metode yang digunakan untuk menjawab permasalahan adalah analisis teori-teori yang relevan terhadap permasalahan. Adapun teori-teori tersebut adalah sifat aljabar bilangan bulat, sifat terurut bilangan bulat, dan polinom. Adapun langkah-langkahnya adalah

1. Mengkaji prinsip kerja penggunaan sutra
2. Menelaah kaidah-kaidah yang terdapat pada sutra
3. Mengaitkan kaidah tersebut dengan teori-teori yang ada.

Pada penelitian ini digunakan beberapa kesepakatan dalam notasi, yaitu

1. $[a][b]$. Notasi ini berarti nilai tempat suatu bilangan.
Contoh: $[35][21]$ adalah merupakan bilangan 3521.
2. ab didefinisikan sebagai $(a \times 10) + b$
3. Jika x didefinisikan sebagai bilangan 10^n , maka x^n merupakan bilangan 10^{n^2}
Contoh: 1123 dapat dinyatakan sebagai $x^3 + x^2 + 2x + 3$

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Penggunaan Beberapa Sutra Dalam *Vedic Mathematics* Untuk Perkalian

a. Sutra *by one more than the one before*

Sutra ini dapat digunakan untuk menentukan hasil perkalian dua bilangan yang masing-masing bilangan terdiri dari dua angka atau lebih, dengan ketentuan bahwa angka bagian awal dari masing-masing angka adalah sama dan jumlah angka terakhir dari kedua bilangan adalah sepuluh. Adapun prinsip kerja penggunaannya adalah

- i. Kalikan angka satuan bilangan pertama dengan angka satuan bilangan kedua. Misal hasilnya adalah a .
- ii. Hasil perkalian kedua bilangan tersebut adalah $[(\text{angka bagian awal}) \times (\text{angka bagian awal} + 1)][a]$

Contoh :

- a) $81 \times 89 = [8 \times (8+1)][1 \times 9]$
 $= [72][09] = 6409$
- b) $102 \times 108 = [10 \times (10+1)][2 \times 8]$
 $= [110][16] = 11016$
- c) $1105^2 = 1105 \times 1105$
 $= [110 \times (110+1)][5 \times 5]$
 $= 1221025$

Cara di atas dapat dianalisis sebagai berikut. Misal bilangan yang akan dikalikan tersebut adalah ab dan ac , dengan ketentuan bahwa $b + c = 10$. Maka,

$$\begin{aligned} ab \times ac &= (a0 + b) \times (a0 + c) \\ &= (a0 \times a0) + (b + c) \times a0 + (b \times c) \\ &= a0 \times \{(a + 1)0\} + (b \times c) \\ &= [a \times (a+1)]00 + (b \times c) \\ &= [a \times (a+1)][b \times c] \end{aligned}$$

Karena $b + c = 10$, maka $b \times c$ akan lebih kecil atau sama dengan 100. Bilangan $a \times (a+1)$ akan menempati ratusan dari hasil perkalian dua bilangan tersebut. Dengan demikian, prinsip kerja penggunaan sutra untuk hal di atas adalah benar secara matematika.

b. Sutra *vertically and cross-wise*

Sutra ini dapat digunakan untuk menentukan hasil perkalian dua bilangan. Bentuk perkalian yang dapat diselesaikan dengan menggunakan sutra ini diantaranya adalah perkalian dua bilangan yang masing-masing terdiri dari dua angka. Adapun prinsip kerja penggunaannya dapat dilihat dari contoh berikut ini.

Contoh : $88 \times 98 = 8624$.

Hal ini dapat dijelaskan seperti pada gambar berikut ini.

$$\begin{array}{r}
 88 \quad 12 \\
 \diagdown \quad | \\
 98 \quad 2 \\
 \hline
 86 \quad 24
 \end{array}
 \quad \text{atau} \quad
 \begin{array}{r}
 88 \quad 12 \\
 \diagup \quad | \\
 98 \quad 2 \\
 \hline
 86 \quad 24
 \end{array}$$

Dalam hal ini,

- 12 diperoleh dari $100 - 88$
- 2 diperoleh dari $100 - 98$
- 86 diperoleh dari $88 - 2$, atau $98 - 12$.
- 24 diperoleh dari 12×2

Untuk perkalian dua bilangan yang terdiri dari dua angka dapat juga digunakan cara seperti berikut ini.

Contoh : $21 \times 42 = 882$.

Hal ini dapat digunakan hal seperti berikut ini.

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 1 \\
 \diagup \quad \diagdown \\
 4 \quad 2 \\
 \hline
 8 \quad 8 \quad 2
 \end{array}$$

Dalam hal ini,

- 8 diperoleh dari (2×4)
- 8 diperoleh dari $(2 \times 2) + (4 \times 1)$
- 2 diperoleh dari (1×2)

Cara untuk contoh pertama di atas dapat dianalisa sebagai berikut.

Misal bilangan yang akan dikalikan adalah c dan d, dimana

$$10 < c < 100$$

$$10 < d < 100$$

Bilangan c dan d dapat dituliskan sebagai

$$c = 100 - a$$

$$d = 100 - b$$

Dalam hal ini, $a > 0$ dan $b > 0$.

Maka,

$$\begin{aligned}
 c \times d &= (100 - a) \times (100 - b) \\
 &= 100 \times \{100 - (a + b)\} + (a \times b) \\
 &= 100 \times \{(100 - a) - b\} + (a \times b) \\
 &= (c - b)00 + (a \times b)
 \end{aligned}$$

atau,

$$\begin{aligned}
 c \times d &= 100 \times \{(100 - b) - a\} + (a \times b) \\
 &= (d - a)00 + (a \times b)
 \end{aligned}$$

Secara skema hal ini dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{array}{r}
 c \quad a \\
 \diagdown \quad | \\
 d \quad b \\
 \hline
 c - b \quad a \times b \\
 \text{menempati} \quad \text{menempati} \\
 \text{ratusan} \quad \text{satuan \& puluhan}
 \end{array}$$

atau,

$$\begin{array}{r}
 c \quad a \\
 \diagup \quad | \\
 d \quad b \\
 \hline
 d - a \quad a \times b \\
 \text{menempati} \quad \text{menempati} \\
 \text{ratusan} \quad \text{satuan \& puluhan}
 \end{array}$$

Cara untuk contoh kedua di atas dapat dianalisis sebagai berikut.

Misal bilangan yang akan dikalikan tersebut adalah ab dan cd. Maka,

$$\begin{aligned}
 ab \times cd &= (a0 + b) \times (c0 + d) \\
 &= \{(a \times c)00\} + \{(a \times d) + (b \times c)\}0 + (b \times d) \\
 &= [a \times c][(a \times d) + (b \times c)][b \times d]
 \end{aligned}$$

Secara skema hal ini dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{array}{r}
 a \quad b \\
 | \quad \diagdown \quad | \\
 c \quad d \\
 \hline
 a \times c \quad (a \times d) + (b \times c) \quad b \times d \\
 \text{menempati} \quad \text{menempati} \quad \text{menempati} \\
 \text{ratusan} \quad \text{puluhan} \quad \text{satuan}
 \end{array}$$

Dengan demikian, prinsip kerja penggunaan sutra untuk hal di atas adalah benar secara matematika.

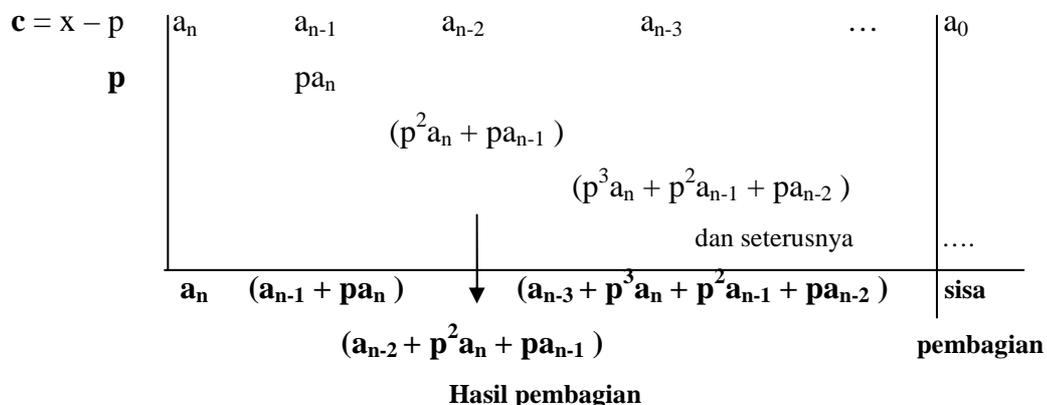
- ii. Tentukalah $100 - 96$. Dalam hal ini, yaitu 04
- iii. Angka 2 turunkan ke bawah.
- iv. Kalikan 04 dengan 2 . Hasilnya 08 .
- v. Tambahkan 1 dengan 0 . Hasilnya 1 .
- vi. Kalikan 04 dengan 1 . Hasilnya 04 .
- vii. Jumlahkan 03 dengan 8 dan 04 . Hasilnya adalah 87 .

Misal bilangan yang akan dibagi adalah b , dan bilangan pembaginya adalah c . Bilangan b dapat dinyatakan sebagai $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$.
 Jika $0 < c < 10$, maka terdapat $0 < p < 10$ sehingga $c = 10 - p = x - p$.
 Perhatikan pembagian dasar dalam bentuk polinom berikut ini.

Cara di atas dapat dianalisa sebagai berikut.

$$\begin{array}{r}
 a_n x^{n-1} + (a_{n-1} + pa_n) x^{n-2} + (a_{n-2} + pa_{n-1} + p^2 a_n) x^{n-3} + \dots \\
 x - p \quad a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} \quad + a_{n-2} x^{n-2} \quad + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_0 \\
 \underline{a_n x^n - pa_n x^{n-1}} \\
 (a_{n-1} + pa_n) x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} \quad + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_0 \\
 \underline{(a_{n-1} + pa_n) x^{n-1} - (pa_{n-1} + p^2 a_n) x^{n-2}} \\
 (a_{n-2} + pa_{n-1} + p^2 a_n) x^{n-3} + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_0 \\
 \dots
 \end{array}$$

Dari proses pembagian di atas, dapat dinyatakan dalam bentuk lain sebagai berikut.



Untuk pembagian dengan bilangan pembagi “dekat ke bawah“ ke 10 , bilangan sisa pembagian berupa bilangan satuan.

Jika c “dekat ke bawah“ ke 100 , yaitu $0 < c < 100$, maka terdapat $0 < p < 10$ sehingga $c = 100 - p = x^2 - p$.
 Perhatikan pembagian dasar dalam bentuk polinom berikut ini.

$$\begin{array}{r}
 a_n x^{n-2} + a_{n-1} x^{n-3} + (a_{n-2} + pa_n) x^{n-4} + \dots \\
 x^2 - p \quad a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} \quad + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} \quad + \dots + a_0 \\
 \underline{a_n x^n + 0 \quad - pa_n x^{n-2}} \\
 a_{n-1} x^{n-1} + (a_{n-2} + pa_n) x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} \quad + \dots + a_0
 \end{array}$$

$$\frac{a_{n-1}x^{n-1} + 0 - pa_{n-1}x^{n-3}}{(a_{n-2} + pa_n)x^{n-2} + (a_{n-3} + pa_{n-1})x^{n-3} + \dots + a_0}$$

...

Dari proses pembagian di atas, dapat dinyatakan dalam bentuk lain sebagai berikut.

$c = x^2 - p$	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	a_{n-3}	a_{n-4}	\dots	a_1	a_0
0p		0	pa_n					
			0	pa_{n-1}				
				0	$p(a_{n-2} + pa_n)$			$\dots \dots$
					dan seterusnya			
	a_n	a_{n-1}	$(a_{n-2} + pa_n)$	$(a_{n-3} + pa_{n-1})$	$\{a_{n-4} + p(a_{n-2} + pa_n)\}$		sisa	

hasil pembagian
pembagian

Untuk pembagian dengan bilangan pembagi “dekat ke bawah“ ke 100 , bilangan sisa pembagian berupa bilangan puluhan.

c. Sutra *transpose and adjust*

Sutra ini digunakan untuk menentukan hasil pembagian suatu bilangan dengan bilangan lainnya. Syarat yang harus dipenuhi oleh bilangan pembagi adalah bilangan tersebut “dekat ke atas“ dengan kelipatan 10. Adapun prinsip kerja pengunaannya dapat dilihat dari contoh berikut ini.

Contoh : $3975 : 12 = 331$, dengan sisa pembagiannya adalah 3

Caranya adalah sebagai berikut.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \ 9 \ 7 \ / \ 5 \\ -2 & \underline{-6 \ -6 \ -2} \\ & 3 \ 3 \ 1 \ 3 \end{array}$$

Langkah-langkah pengerjaan pembagian di atas adalah

- i. Pisahkan satu digit terakhir, karena pembagiannya dekat ke 10.

- ii. Tentukalah 10 – 12. Dalam hal ini, yaitu -2
- iii. Angka 3 turunkan ke bawah.
- iv. Kalikan -2 dengan 3. Hasilnya -6.
- v. Tambahkan 9 dengan -6. Hasilnya 3.
- vi. Kalikan -2 dengan 3. Hasilnya -6.
- vii. Tambahkan 7 dengan -6. Hasilnya 1.
- viii. Kalikan -2 dengan 1. Hasilnya -2
- ix. Tambahkan 5 dengan -2. Hasilnya 3

Perhatikan $23689 : 106 = 223$, dengan sisa pembagiannya adalah 51

Caranya adalah sebagai berikut.

$$\begin{array}{r|l} 106 & 2 \ 3 \ 6 \ / \ 8 \ 9 \\ -06 & \underline{-1 \ -2} \\ & \quad -1 \ -2 \\ & \quad \quad -1 \ -8 \\ & \underline{\quad \quad \quad 2 \ 2 \ 3 \ 5 \ 1} \end{array}$$

Langkah-langkah pengerjaan pembagian di atas serupa dengan yang sebelumnya.

Cara di atas dapat dianalisa sebagai berikut. Misal bilangan yang akan dibagi adalah b , dan bilangan pembaginya adalah c . Bilangan b dapat dinyatakan sebagai $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$.

Jika $c > 10$, maka terdapat $0 < p < 10$ sehingga $c = 10 + p = x + p$.

Perhatikan pembagian dasar dalam bentuk polinom berikut ini.

$$\begin{array}{r}
 a_n x^{n-1} + (a_{n-1} - pa_n) x^{n-2} + (a_{n-2} - pa_{n-1} - p^2 a_n) x^{n-3} + \dots \\
 x + p \quad a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} \quad + a_{n-2} x^{n-2} \quad + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_0 \\
 \underline{a_n x^n + pa_n x^{n-1}} \\
 (a_{n-1} - pa_n) x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} \quad + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_0 \\
 \underline{(a_{n-1} - pa_n) x^{n-1} + (pa_{n-1} - p^2 a_n) x^{n-2}} \\
 (a_{n-2} - pa_{n-1} - p^2 a_n) x^{n-3} + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_0 \\
 \dots
 \end{array}$$

Dari proses pembagian di atas, dapat dinyatakan dalam bentuk lain sebagai berikut.

$c = x + p$	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	a_{n-3}	\dots	a_0
	$-p$		$-pa_n$			
			$-(p^2 a_n + pa_{n-1})$			
				$-(p^3 a_n + p^2 a_{n-1} + pa_{n-2})$		
				dan seterusnya		\dots
	a_n	$(a_{n-1} - pa_n)$	\downarrow	$(a_{n-3} - p^3 a_n - p^2 a_{n-1} - pa_{n-2})$		sisanya
		$(a_{n-2} - p^2 a_n - pa_{n-1})$				pembagian
				hasil pembagian		

Untuk pembagian dengan bilangan pembagi “dekat ke atas“ ke 10, bilangan sisa pembagian berupa bilangan satuan. Jika c “dekat ke atas“ ke 100, yaitu $c > 100$.

Maka terdapat $0 < p < 10$ sehingga $c = 100 + p = x^2 + p$. Perhatikan bentuk pembagian dasar dalam bentuk polinom berikut ini.

$$\begin{array}{r}
 a_n x^{n-2} + a_{n-1} x^{n-3} + (a_{n-2} - pa_n) x^{n-4} + \dots \\
 x^2 + p \quad a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} \quad + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} \quad + \dots + a_0 \\
 \underline{a_n x^n + 0 \quad + pa_n x^{n-2}} \\
 a_{n-1} x^{n-1} + (a_{n-2} - pa_n) x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} \quad + \dots + a_0 \\
 \underline{a_{n-1} x^{n-1} + 0 \quad + pa_{n-1} x^{n-3}} \\
 (a_{n-2} - pa_n) x^{n-2} + (a_{n-3} - pa_{n-1}) x^{n-3} + \dots + a_0 \\
 \dots
 \end{array}$$

Dari proses pembagian di atas, dapat dinyatakan dalam bentuk lain sebagai berikut.

$c = x^2 - p$	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	a_{n-3}	a_{n-4}	\dots	a_1	a_0
$-0p$		0	$-pa_n$					
			0	$-pa_{n-1}$				
				0	$-p(a_{n-2} + pa_n)$			$\dots \dots$
					dan seterusnya			
	a_n	a_{n-1}	$(a_{n-2} - pa_n)$	$(a_{n-3} - pa_{n-1})$	$\{a_{n-4} - p(a_{n-2} - pa_n)\}$			sisa

Untuk pembagian dengan bilangan pembagi “dekat ke atas“ ke-100 , bilangan sisa pembagian berupa bilangan puluhan.

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan di atas, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Prinsip kerja sutra yang digunakan untuk perkalian didasarkan kepada perkalian dua suku . Dalam hal ini, suatu bilangan yang terdiri dari dua angka dijadikan seolah-olah sebagai bentuk polinom.
2. Prinsip kerja sutra yang digunakan untuk pembagian didasarkan kepada bentuk pembagian dasar dalam bentuk polinom. Dalam hal ini, pembagian dasar tersebut dijadikan dalam bentuk lain sehingga diperoleh suatu pembagian yang tidak “rumit“
3. Prinsip kerja penggunaan sutra dalam *Vedic Mathematics* dapat dibuktikan kebenarannya secara matematika.

DAFTAR PUSTAKA

Bartle, Robert G & Sherbert, Donald R. (1982). **Introduction to Real Analysis**. John Wiley & Sons : United States of America :

Chaundari, Sriranjana. (1999). **Vedic Mathematics**. www.indolinkforum.Com

Gaskell, Mark. (19 Mei 2000). **Try a Sutra**. Times Educational Supplement (Curriculum Special). www.vedic maths.org

Hasslberger, Josef. (29 Oktober 2003). **Vedic Mathematics for Our Journey to the Star**. www.vedic maths.org

Williams, Kenneth R. (2003). **The Sutra of Vedic Mathematics**, dalam S.K. Kapoor : *Glimes of Vedic Mathematics*. New Delhi. Arya Book Depot

Williams, Kenneth R. (2003). **The System of Vedic Mathematics: a Comparison**, dalam S.K. Kapoor : *Glimes of Vedic Mathematics*. New Delhi. Arya Book Depot