

PEMODELAN KARAKTERISTIK GELOMBANG SOLITER INTERNAL AIR LAUT MENGGUNAKAN SOLUSI SOLITON PERSAMAAN KORTEWEG DE VRIES

Yogi Febriano¹⁾, Akmam²⁾ dan Hidayati²⁾

¹⁾Mahasiswa Fisika, FMIPA Universitas Negeri Padang

²⁾Staf Pengajar Jurusan Fisika, FMIPA Universitas Negeri Padang

Email: yogifebriano@yahoo.com

ABSTRACT

Internal soliton wave is the wave that happen below of sea surface. This wave occur is caused by distinction of mass density of seawater layer. The characteristic of this wave is defend it form and velocity. The aim of this research are to study model and analyzed the effect of amplitude, mass density, and thickness of layer towards internal soliton waves velocity. This research analyze equation of Korteweg de Vries of internal soliton wave to get the soliton solution from the result of this research was designed a program using Matlab 7.0. The result of program are an output of velocity and modelling chart in three dimensional. This result shows the effect of amplitude, mass density, and layer thickness towards velocity and widening of wave pulse.

Keywords : Internal Solitary Wave, Soliton, Korteweg de Vries.

PENDAHULUAN

Lautan merupakan lapisan permukaan bumi yang lebih luas dari pada daratan. Berbagai fenomena alam terjadi di lautan yang mana fenomena tersebut tak lepas dari kajian mengenai Fisika. Salah fenomena tersebut adalah gelombang permukaan air laut yang dapat diamati secara langsung. Gelombang permukaan adalah suatu gelombang yang terjadi di batas antara air dan udara akibat perbedaan rapat massa air dan udara. Gelombang permukaan terjadi karena kecepatan angin lebih besar dari kecepatan rambatan air laut sehingga angin di atas permukaan laut mentransfer energinya ke air sehingga menghasilkan riak-riak gelombang pada permukaan laut.

Fenomena gelombang air laut selain muncul pada permukaan laut, juga muncul di bawah permukaan laut. Fenomena gelombang ini muncul di bawah permukaan air laut sehingga menyebabkan gelombang ini tidak dapat diamati secara langsung^[1]. Gelombang ini terjadi karena perbedaan rapat massa pada setiap lapisan air laut. Perbedaan rapat massa disebabkan oleh perubahan kadar garam dan temperatur. Perbedaan rapat massa di setiap lapisan ini mengakibatkan munculnya aliran partikel di setiap lapisan air laut. Garis arus dari aliran partikel disebut fenomena gelombang internal.

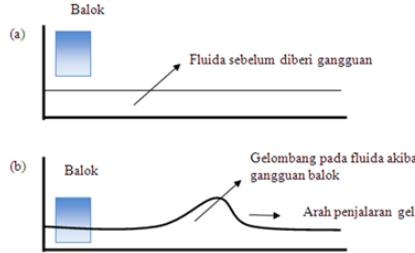
Gelombang internal ini muncul dan dapat mengenai tempat pengeboran minyak di lepas

pantai^[1]. Gelombang ini merusak tiang penyangga dari tempat pengeboran minyak. Gelombang ini muncul secara tidak teratur sehingga tidak bisa ditentukan arah perambatannya. Informasi mengenai gelombang internal perlu diketahui, hal ini berguna untuk merencanakan pembangunan tiang-tiang penyangga anjungan minyak di pantai. Gelombang soliter internal adalah suatu gelombang berjalan dalam perambatannya dapat mempertahankan bentuk dan kecepatannya bahkan jika berinteraksi dengan soliton lainnya^[3].

Gelombang internal tergolong gelombang nonlinier biasa disebut soliter internal. Persamaan yang digunakan adalah persamaan *Korteweg de Vries* (KdV). Persamaan ini tergolong persamaan nonlinier yang dapat megungkapkan terjadinya fenomena soliton dalam fluida. Persamaan ini nantinya memiliki solusi secara analitik yang digunakan untuk memodelkan gelombang soliter internal.

Gelombang merupakan suatu gejala terjadinya penjalaran suatu gangguan melewati suatu medium dimana setelah gangguan ini lewat, keadaan medium akan kembali kekeadaan semula^[10]. Gelombang dalam perambatannya juga memiliki kecepatan. Gelombang yang cepat rambatnya tidak dipengaruhi amplitudo biasanya dikategorikan gelombang linier. Sedangkan gelombang yang cepat rambatnya dipengaruhi amplitudo dikategorikan gelombang nonlinier. Salah satu contoh gelombang ini adalah gelombang soliton.

Kajian mengenai fenomena gelombang nonlinier ini bermula pada bulan Agustus 1834^[2]. Seorang fisikawan Skotlandia bernama John Scott Russel mengamati suatu gerak gelombang tunggal yang bergerak sepanjang kanal tanpa mengalami perubahan bentuk maupun pengurangan laju lambat gelombang. Russel melakukan eksperimen seperti Gambar 1 berikut ini;



Gambar 1. Diagram Percobaan J.S Russel^[2]

Berdasarkan percobaan, Russel berhasil menghasilkan persamaan hubungan cepat rambat gelombang c yang bergantung pada amplitudo a yakni;

$$c^2 = g(h+a) \quad (1)$$

yang mana g adalah percepatan gravitasi, dan h merupakan kedalaman air tanpa gangguan.

Pembahasan mengenai gerak fluida dijabarkan dengan menspesifikasikan massa jenis dan kecepatan fluida. Dinamika fluida dibatasi untuk kajian fluida ideal yakni aliran fluida tak berotasi, tak kental dan tak termampatkan. Pertama-tama tinjau hukum kekekalan massa jenis dan kecepatan fluida dalam bentuk persamaan kontinuitas, sebagai;

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

Selanjutnya gunakan sifat fluida tak mampat (*incompressible*) pada persamaan (2), sehingga menjadi;

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (3)$$

Berikut komponen kecepatan dalam bentuk vektor untuk potensial kecepatan (ϕ);

$$\vec{v} = \vec{\nabla} \phi \quad (4)$$

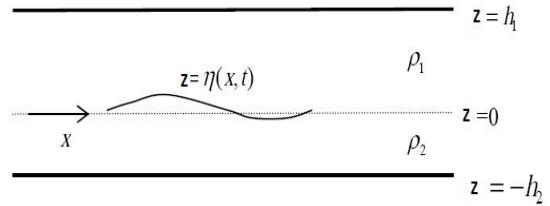
Subtitusikan persamaan (4) ke persamaan (3) diperoleh;

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (5)$$

Dalam arah 2 dimensi persamaan (5) dapat dibuat menjadi;

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

Asumsikan dua lapisan fluida yang memiliki rapat massa berbeda ρ_1 dan ρ_2 seperti Gambar 2 berikut ini;



Gambar 2. Sketsa Gelombang Internal^[11]

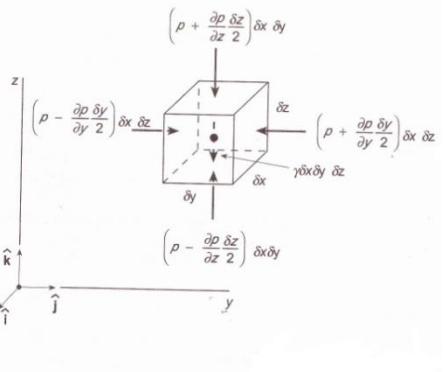
Berdasarkan Gambar 2 dan analisa kecepatan partikel dari gelombang serta menggunakan fungsi potensial kecepatan, diperoleh persamaan berikut;

$$\phi_{2z} = \eta_t + \eta_x \phi_{2x} \quad (7)$$

$$\phi_{1z} = \eta_t + \eta_x \phi_{1x} \quad (8)$$

Indeks 1 menyatakan lapisan atas dan indeks 2 untuk lapisan bawah.

Umpamakan gaya yang bekerja pada fluida berbentuk kubus;



Gambar 3. Gaya Permukaan dan Gaya Badan yang Bekerja pada Elemen Fluida Kecil^[4].

Berdasarkan gaya yang bekerja seperti terlihat pada Gambar 3, gaya permukaan yang bekerja pada elemen massa;

$$\delta F = - \left(\frac{\partial p}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \hat{k} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (9)$$

Jika gaya luar tiap satuan massa yang bekerja pada elemen fluida yakni $\vec{B} \rho \delta x \delta y \delta z$ dengan;

$$\vec{B} = \vec{B}_x \hat{i} + \vec{B}_y \hat{j} + \vec{B}_z \hat{k} \quad (10)$$

dan

$$\vec{B} = -\vec{\nabla} V \quad (11)$$

$$V = \rho gh \quad (12)$$

Berdasarkan persamaan (10), (11), dan (12), serta gaya yang dipengaruhi oleh percepatan gravitasi dalam arah z sehingga diperoleh persamaan berikut;

$$B_z = -\rho g \frac{\partial h}{\partial z} \quad (13)$$

Total gaya yang bekerja pada fluida berdasarkan persamaan (9) dan (13) menjadi;

$$\partial F = -\left(\frac{\partial P}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \hat{k} \right) \partial x \partial y \partial z + \vec{B}_z \hat{k} \quad (14)$$

Kemudian dengan menggunakan hukum kedua Newton dalam arah z, persamaan (14) menjadi;

$$-\left(g \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = a_z \quad (15)$$

Selanjutnya menganalisa komponen percepatan dalam arah sumbu z dan menerapkan konsep fluida ideal *irrotational* sehingga didapatkan;

$$a_z = \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{2} v_x^2 + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{2} v_y^2 + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{2} v_z^2 + \frac{\partial v_z}{\partial t} \quad (16)$$

Persamaan (16) disubtitusikan ke persamaan (15) dan menggunakan konsep vektor kecepatan pada fluida sehingga diperoleh;

$$gh + \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} v^2 + \frac{d\phi}{dt} = \text{konstan} \quad (17)$$

Persamaan (17) disebut persamaan Bernoulli.

Kemudian menggunakan persamaan (17) ke konsep aliran gelombang internal yang memiliki perbedaan rapat massa fluida sehingga persamaan (17) menjadi;

$$\begin{aligned} \rho_1 g \eta + \rho_1 \frac{1}{2} v_1^2 + \rho_1 \frac{d\phi_1}{dt} &= \rho_2 g \eta + \\ \rho_2 \frac{1}{2} v_2^2 + \rho_2 \frac{d\phi_2}{dt} & \end{aligned} \quad (18)$$

Konsep vektor kecepatan potensial digunakan dan mensubtitusikan ke persamaan (18) menjadi;

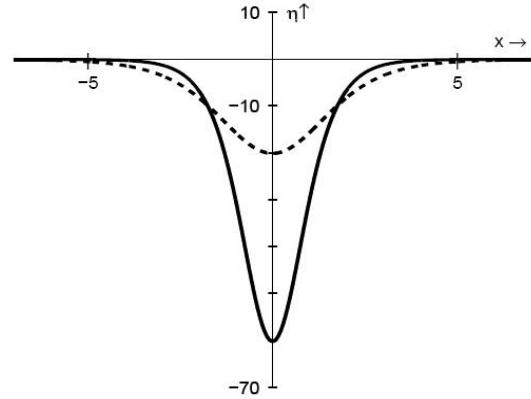
$$\begin{aligned} \rho_1 \left(g \eta + \frac{1}{2} |\nabla \phi_1|^2 + \phi_{1t} \right) &= \\ \rho_2 \left(g \eta + \frac{1}{2} |\nabla \phi_2|^2 + \phi_{2t} \right) & \end{aligned} \quad (19)$$

Persamaan (19) merupakan persamaan Bernoulli pada lapisan fluida yang memiliki perbedaan kerapatan. Persamaan (7), (8) dan (19) dapat direduksi menjadi^[3];

$$\eta_t + c_o \eta_x + \mu \eta \eta_x + \delta \eta_{xxx} = 0 \quad (20)$$

Persamaan (20) dikenal dengan persamaan Korteweg de Vries (KdV) untuk gelombang soliter internal.

Berikut ini merupakan salah satu bentuk pemodelan dari solusi soliton persamaan KdV;



Gambar 4. Gambar Pemodelan Solusi Soliton Persamaan KdV^[3].

Gambar 4 merupakan salah satu bentuk hasil solusi soliton. Amplitudo -20 m diperlihatkan oleh garis putus-putus dan amplitudo -60 m diperlihatkan oleh garis penuh. Pelebaran pulsa gelombang amplitudo -20 m lebih besar dibandingkan dengan -60 m. Kecepatan untuk amplitudo -20 m 1,37 m/s dan amplitudo -60 m 1,47 m/s^[3]. Tanda negatif dari amplitudo menyatakan gelombang soliter internal yang terjadi berupa gelombang depresi.

Bumi memiliki lautan yang lebih luas dari pada daratan. Selain itu air laut juga memiliki sifat-sifat secara oseanografi fisika yaitu mengenai salinitas, suhu, dan tekanan. Salinitas merupakan jumlah total bahan terlarut dalam gram dalam satu kilogram air laut^[8]. Salinitas air laut di seluruh wilayah perairan di dunia berkisar antara 33 ‰ – 37 ‰ dengan nilai median 34,7 ‰. Air laut juga mempunyai suhu yang bervariasi yang berkisar antara -2 °C sampai 30 °C^[6], dan tekanan di lautan semakin besar kedalamannya maka tekanannya juga semakin besar. Secara ilmu Oseanografi tekanan air laut diukur dalam decibar (dbar) dimana, 1 dbar = 10⁴ Pa. Sedangkan untuk nilai densitas air laut dilaut lepas umumnya berkisar antara 1020 kg/m³ – 1070 kg/m³^[9].

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif yang bersifat memaparkannya dengan bahasa yang jelas. Penelitian ini mengkaji fenomena yang terjadi dengan membandingkan hasil persamaan yang dihasilkan dengan teori untuk membuat gambaran berdasarkan analisa fisika.

Tahapan dari penelitian yakni tahap persiapan, tahap pelaksanaan dan tahap penyusunan laporan akhir. Tahap persiapan yakni menelusuri kepustakaan

yang berkaitan dan menganalisis persamaan untuk mendapatkan solusi analitik. Tahap pelaksanaan yakni pembuatan program berdasarkan *flowchart* berdasarkan solusi analitik dan menguji kelayakan program. Selanjutnya pada tahap penyusunan laporan akhir yakni pembuatan draft laporan dan perbaikan laporan.

Instrumen pada penelitian ini meliputi satu set komputer menggunakan pemrograman Matlab 7.0 yang dijalankan pada sistem operasi windows seven. Flashdisk sebagai media penyimpanan data dan printer sebagai pencetak hasil laporan.

Variabel penelitian ini yakni variabel bebas dan variabel terikat. Variabel bebas disini yakni amplitudo, rapat massa dan ketebalan lapisan. Variabel terikat disini yaitu berupa hasil kecepatan gelombang.

Penelitian ini ingin memperlihatkan karakteristik gelombang soliter internal air laut melalui pendekatan pesamaan KdV. Selanjutnya dilakukan penyelesaian pada persamaan KdV untuk memperoleh solusi analitik atau solusi soliton. Berdasarkan solusi analitik disusun diagram alir (*flowchart*) dan diterjemahkan dengan bahasa pemrograman Matlab 7.0. Kemudian dengan menjalankan program sehingga diperoleh hasil pemodelan. Hasil yang diperoleh diinterpretasikan dengan membandingkan sesuai dengan teori pendukung. Hasil profil solusi analitik yakni meodelkan dan menganalisa pengaruh amplitudo, rapat massa dan ketebalan lapisan terhadap kecepatan gelombang soliter internal.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Persamaan (20) diselesaikan untuk memperoleh solusi secara analitik dengan memberikan koordinat $\eta(x, t) = \eta(y)$ dimana $y = kx - ct$. Selanjutnya dilakukan differensial pertama η terhadap t (waktu) dan x (ruang), serta differensial ketiga η terhadap x (ruang) dan mensubtitusikannya ke persamaan (20) sehingga persamaan (20) menjadi;

$$-c\eta_y + c_0k\eta_y + \mu k\eta\eta_y + \delta k^3\eta_{yyy} = 0 \quad (21)$$

Persamaan (21) diintegrasikan terhadap y dan dilanjutkan dengan mengalikan setiap suku dengan η_y serta diintegrasikan lagi terhadap y maka menjadi;

$$\begin{aligned} & -c\frac{1}{2}\eta^2 + c_0k\frac{1}{2}\eta^2 + \mu k\frac{1}{3}\eta^3 + \\ & \frac{1}{2}\delta k^3(\eta_y)^2 = A\eta + B \end{aligned} \quad (22)$$

Berdasarkan sifat soliton $\eta, \eta_y, \eta_{yy} \rightarrow 0$ pada $y \rightarrow \pm\infty$ diperoleh konstanta A dan $B = 0$ sehingga persamaan (22) menjadi;

$$\begin{aligned} & -c\frac{1}{2}\eta^2 + c_0k\frac{1}{2}\eta^2 + \mu k\frac{1}{3}\eta^3 + \\ & \frac{1}{2}\delta k^3(\eta_y)^2 = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

Selanjutnya persamaan (23) dapat disederhanakan menjadi;

$$\partial y = \frac{\partial \eta}{\eta\sqrt{a\eta} + b} \quad (24)$$

$$\text{dimana } a = -\frac{2\mu}{3\delta k^2} \text{ dan } b = \frac{c - c_0k}{\delta k^3}$$

Persamaan (24) diintegrasikan serta mengacu pada tabel integral^[7], sehingga menjadi;

$$\ln \frac{\sqrt{a\eta + b} - \sqrt{b}}{\sqrt{a\eta + b} + \sqrt{b}} = y\sqrt{b} \quad (25)$$

Kemudian mengalikan eksponensial pada persamaan (25) dan dilanjutkan dengan mengkuadratkannya di ruas kiri dan ruas kanan maka diperoleh;

$$\eta = \frac{-b}{a} \sec h^2 \frac{1}{2} y\sqrt{b} \quad (26)$$

Subtitusikan nilai y , a dan b ke persamaan (26), sehingga diperoleh;

$$\eta = \frac{3(c - c_0k)}{2\mu k} \sec h^2 \left(\frac{1}{2}(kx - ct) \right) \sqrt{\frac{c - c_0k}{\delta k^3}} \quad (27)$$

Mengambil pemisalan $a_m = \frac{3(c - c_0k)}{2\mu k}$ dan diperoleh $c = c_0k + \frac{2}{3}a_m\mu k$ sehingga persamaan (27) menjadi;

$$\begin{aligned} \eta &= a_m \sec h^2 \left(\frac{1}{2} \left(kx - \left(c_0k + \frac{2}{3}a_m\mu k \right) t \right) \right) \\ &\sqrt{\left(\frac{2}{3}a_m\mu k \right)} \end{aligned} \quad (28)$$

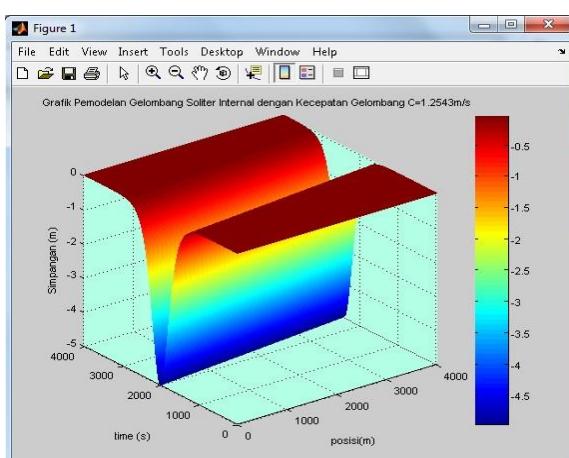
$$\text{dengan } c_0 = \sqrt{\frac{g(\rho_2 - \rho_1)h_1h_2}{\rho_2h_1 + \rho_1h_2}},$$

$$\mu = \frac{3c_o(h_1 - h_2)}{2h_1h_2}, \text{ dan } \delta = \frac{1}{6}c_o h_1 h_2$$

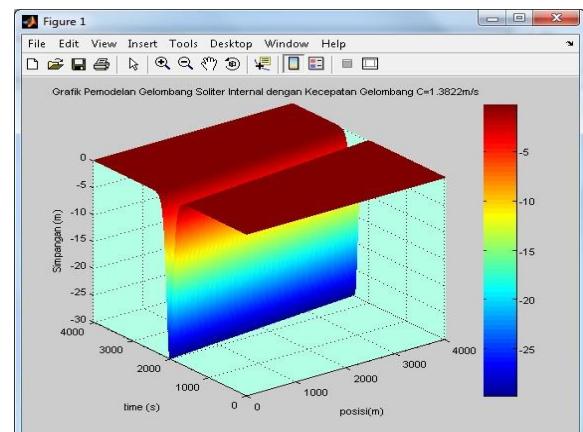
Persamaan (28) merupakan solusi soliton atau solusi analitik persamaan KdV dari persamaan (20), yang bergantung pada x dan t . Solusi soliton pada persamaan (28) hanya berlaku untuk satu soliton. Kecepatan (c) terlihat pada persamaan (28) dimana memiliki hubungan sebanding dengan amplitudo (a_m). Selain itu solusi soliton juga mengandung variabel bilangan gelombang (k), kecepatan fase panjang gelombang linier (c_o), yang mengandung pengaruh rapat massa dan ketebalan lapisan serta koefisien μ dan δ . Besar kecilnya cepat rambat gelombangnya bergantung pada amplitudo, rapat massa dan ketebalan lapisan air laut.

Berdasarkan solusi soliton yakni persamaan (28) dapat dibuat pemodelan gelombang soliter internal. Tampilan model ini untuk rapat massa kedua lapisan (ρ_1, ρ_2) dan ketebalan lapisan (h_1, h_2) tetap dengan memvariasikan amplitudo (a_m). Tampilan untuk amplitudo (a_m), ketebalan lapisan (h_1, h_2) dan rapat massa lapisan atas (ρ_1) tetap dengan memvariasikan rapat massa lapisan bawah (ρ_2). Kemudian tampilan untuk amplitudo (a_m), rapat massa kedua lapisan (ρ_1, ρ_2) dan ketebalan lapisan bawah (h_2) tetap dengan memvariasikan ketebalan lapisan atas (h_1). Variasi dari variabel tersebut dilihat pengaruhnya terhadap kecepatannya.

Berikut ini variasi amplitudo dengan mengambil nilai $a_{m1} = -5$ m dan $a_{m2} = -30$ m dengan rapat massa dan ketebalan kedua lapisan tetap ($\rho_1 = 1020 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 1070 \text{ kg/m}^3$, $h_1 = 200$ m dan $h_2 = 1200$ m).



Gambar 5. Pemodelan Gelombang Soliter Internal Menggunakan Solusi Soliton dengan $a_{m1} = -5$ m dan kecepatan (c_1) = 1,2543 m/s.



Gambar 6. Pemodelan Gelombang Soliter Internal Menggunakan Solusi Soliton dengan $a_{m2} = -30$ m dan Kecepatan (c_2) = 1,3822 m/s

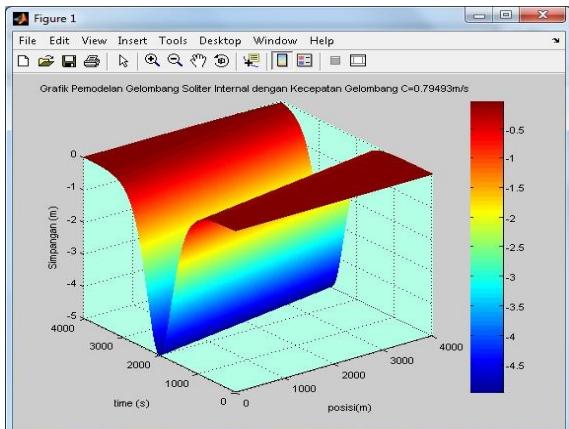
Berdasarkan Gambar 5 dan Gambar 6 dapat dibuat perbandingan yang memperlihatkan pengaruh amplitudo terhadap kecepatan yang dirangkum pada Tabel 1.

Tabel 1. Pengaruh Variasi Amplitudo Terhadap Kecepatan

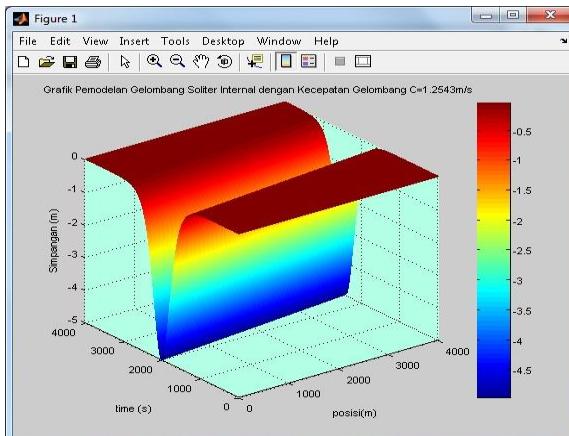
a_m (m)	ρ_1 (kg/m^3)	ρ_2 (kg/m^3)	h_1 (m)	h_2 (m)	c (m/s)
-5	1020	1070	200	1200	1,2543
-30	1020	1070	200	1200	1,3822

Tabel 1 memperlihatkan perbandingan amplitudo dan pengaruhnya terhadap kecepatan. Saat amplitudo (a_{m1}) = -5 m diperoleh kecepatan (c_1) = 1,2543 m/s. Sedangkan amplitudo (a_{m2}) = -30 m diperoleh kecepatan (c_2) = 1,3822 m/s. Nilai $\rho_2 > \rho_1$ karena semakin besar kedalaman air laut maka perubahan tingkat kadar garam semakin besar sehingga menyebabkan kerapatan lapisan air laut sebanding dengan tingkat kedalaman. Tanda negatif dari amplitudo mengandung arti fisis bahwa gelombang soliter internal yang terjadi berupa gelombang depresi. Berdasarkan kedua hasil saat amplitudo = -30 m memiliki kecepatan lebih besar dibandingkan saat amplitudo = -5 m. Semakin besar amplitudo kecepatannya juga semakin besar. Pengaruh terhadap grafik yakni pelebaran pulsa gelombang. Pelebaran pulsa gelombang saat amplitudo = -5 m lebih besar dari pada saat amplitudo = -30 m.

Selanjutnya variasi nilai rapat massa air laut. Rapat massa yang divariasikan hanya rapat massa lapisan bawah (ρ_2) yakni $\rho_2 = 1040 \text{ kg/m}^3$ dan $\rho_2 = 1070 \text{ kg/m}^3$. Nilai variabel amplitudo, rapat massa lapisan atas dan ketebalan kedua lapisan tetap ($a_m = -5$ m, $\rho_1 = 1020 \text{ kg/m}^3$, $h_1 = 200$ m, $h_2 = 1200$ m).



Gambar 7. Pemodelan Gelombang Soliter Internal Menggunakan Solusi Soliton dengan $\rho_2 = 1040 \text{ kg/m}^3$ dengan Kecepatan (c_1) = $0,79493 \text{ m/s}$



Gambar 8. Pemodelan Gelombang Soliter Internal Menggunakan Solusi Soliton dengan $\rho_2 = 1070 \text{ kg/m}^3$ dengan Kecepatan (c_2) = $1,2543 \text{ m/s}$

Berdasarkan Gambar 7 dan Gambar 8 dapat dibuat perbandingan yang memperlihatkan pengaruh rapat massa terhadap kecepatan yang dirangkum pada Tabel 2.

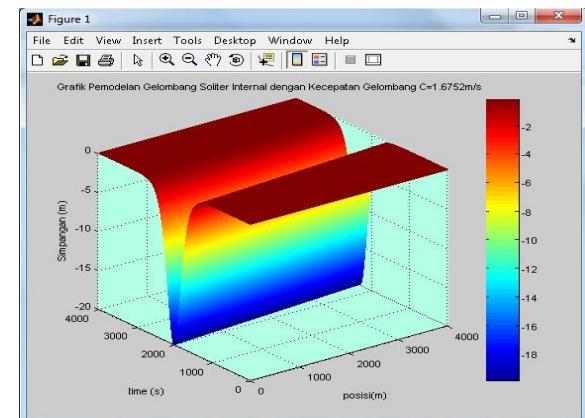
Tabel 2. Pengaruh Variasi Rapat Massa Terhadap Kecepatan

a_m (m)	ρ_1 (kg/ m^3)	ρ_2 (kg/ m^3)	$\Delta\rho$ (kg/ m^3)	h_1 (m)	h_2 (m)	c (m/s)
-5	1020	1040	20	200	1200	0,7949
-5	1020	1070	50	200	1200	1,2543

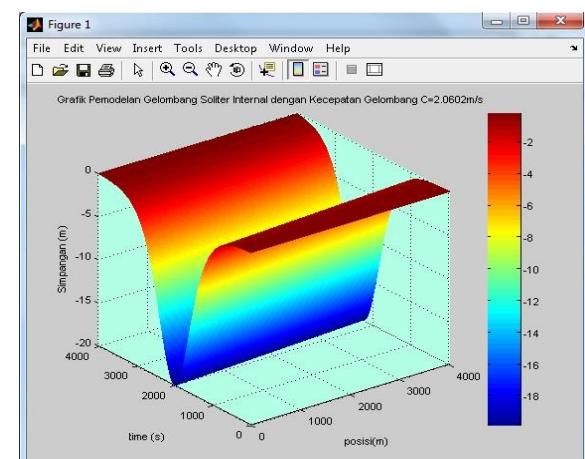
Tabel 2 memperlihatkan perbandingan rapat massa lapisan bawah dan pengaruhnya terhadap kecepatan. Saat $\rho_2 = 1040 \text{ kg/m}^3$ menghasilkan kecepatan (c_1) = $0,7949 \text{ m/s}$ sedangkan saat $\rho_2 = 1070 \text{ kg/m}^3$ menghasilkan kecepatan (c_2) = $1,2543 \text{ m/s}$. Kecepatan saat rapat massa lapisan

bawah $\rho_2 = 1070 \text{ kg/m}^3$ lebih besar dibandingkan saat $\rho_2 = 1040 \text{ kg/m}^3$ dengan rapat massa lapisan atas (ρ_1) sama, yaitu 1020 kg/m^3 . Perbedaan rapat massa pada Gambar 8 lebih besar dibandingkan Gambar 7. Semakin besar perbedaan rapat massa kedua lapisan, kecepatan gelombang juga semakin besar. Selain itu variasi rapat massa lapisan bawah juga berpengaruh terhadap pelebaran pulsa gelombang. Pelebaran pulsa gelombang pada Gambar 7 lebih besar dibandingkan Gambar 8. Berarti semakin besar perbedaan rapat massa kedua lapisan maka pelebaran pulsa gelombangnya semakin kecil.

Kemudian dilanjutkan dengan varisi ketebalan lapisan air laut. Ketebalan lapisan yang divariasi ketebalan lapisan atas (h_1) yakni $h_1 = 400 \text{ m}$ dan $h_1 = 800 \text{ m}$. Nilai amplitudo, rapat massa kedua lapisan dan ketebalan lapisan bawah tetap ($a_m = -20 \text{ m}$, $\rho_1 = 1020 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 1070 \text{ kg/m}^3$, dan $h_2 = 1200 \text{ m}$).



Gambar 9. Pemodelan Gelombang Soliter Internal Menggunakan Solusi Soliton dengan $h_1 = 400 \text{ m}$ dengan Kecepatan (c_1) = $1,6752 \text{ m/s}$



Gambar 10. Pemodelan Gelombang Soliter Internal Menggunakan Solusi Soliton dengan $h_1 = 800 \text{ m}$ dan Kecepatan (c_2) = $2,0602 \text{ m/s}$

Selanjutnya dari Gambar 9 dan Gambar 10 juga dapat dibuat perbandingan yang memperlihatkan pengaruh ketebalan lapisan terhadap kecepatan yang dirangkum pada Tabel 3.

Tabel 3. Pengaruh Variasi Ketebalan Lapisan Terhadap Kecepatan

a_m (m)	ρ_1 (kg/ m ³)	ρ_2 (kg/ m ³)	h_1 (m)	h_2 (m)	Total h $h_2 + h_1$ (m)	c (m/s)
-20	1020	1070	400	1200	1600	1,6752
-20	1020	1070	800	1200	2000	2,0602

Tabel 3 juga memperlihatkan pengaruh ketebalan lapisan terhadap kecepatan gelombang. Saat $h_1 = 400$ m menghasilkan kecepatan (c_1) = 1,6752 m/s sedangkan saat $h_1 = 800$ m menghasilkan kecepatan (c_2) = 2,0602 m/s. Berdasarkan kedua hasil semakin besar ketebalan lapisan atas (h_1) menghasilkan kecepatan yang juga semakin besar, dan hal ini juga sebanding dengan total kedalaman (h_1+h_2) dari lapisan air laut. Selain itu variasi ketebalan lapisan juga berpengaruh terhadap pelebaran pulsa gelombang. Pelebaran pulsa gelombang pada Gambar 10 dengan $h_1 = 800$ m lebih lebar dibandingkan dengan Gambar 9 dengan $h_1 = 400$ m dan hal ini juga sebanding dengan total kedalaman lapisan. Semakin besar total kedalaman maka pelebaran pulsa gelombang juga semakin besar.

Gelombang soliter internal merupakan salah satu gelombang yang terjadi di bawah permukaan laut dan berosilasi di dua lapisan fluida. Keberadaannya tidak dapat diamati dengan kasat mata namun dapat diamati dari foto satelit.. Gelombang soliter internal ini muncul teramat di Laut Andaman berdasarkan hasil foto yang diambil dari pesawat luar angkasa Apollo-Soyus tahun 1975. Gelombang yang teramat merambat perlahan-lahan dengan kecepatan sekitar 2 m/s^[3]. Gelombang ini juga terjadi di Selat Lombok pada tanggal 23 April 1996 yang juga teramat oleh satelit ERS (*European Remote Sensing*) yang merupakan teknologi pengindraan jarak jauh. Gelombang internal yang terjadi di Selat Lombok ini bergerak dengan kecepatan 1,96 m/s^[5]. Selain itu juga muncul di Laut Sulu pada tahun 1973 dimana fotonya diperoleh dari DMSP (*Defense Meteorological Satellite Program*). Gelombang ini bergerak dengan kecepatan sekitar 2 m/s^[1].

Gelombang soliter ini terjadi di dalam fluida, dimana fluida merupakan suatu zat yang mempunyai kemampuan mengalir. Letak partikel lebih merenggang karena gaya interaksi antar partikelnya lemah. Dinamika fluida ini dibatasi untuk aliran fluida yang tak berotasi, tak termampatkan dan tak kental. Berdasarkan tiga persamaan dasar hidrodinamika yang merupakan persamaan Laplace, Bernoulli dan potensial kecepatan sehingga diperoleh

persamaan KdV gelombang soliter internal untuk dua lapisan fluida. Selanjutnya diperoleh hasil solusi analitik dari penganalisaan persamaan KdV untuk memodelkan gelombang soliter internal.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pemodelan dapat disimpulkan bahwa pertama, adanya pelebaran pulsa gelombang pada pemodelan gelombang soliter internal dimana; pelebaran pulsa gelombang soliter internal berbanding terbalik dengan besar amplitudo pada saat rapat massa dan ketebalan kedua lapisan sama, pelebaran pulsa gelombang berbanding terbalik dengan perubahan rapat massa lapisan pada saat amplitudo dan ketebalan lapisan sama, serta pelebaran pulsa gelombang soliter internal berbanding lurus dengan total kedalaman pada saat amplitudo dan rapat massa lapisan sama. Kedua, kecepatan gelombang soliter internal dipengaruhi oleh amplitudo, rapat massa dan ketebalan lapisan dimana; kecepatan gelombang berbanding lurus dengan amplitudo pada rapat massa dan ketebalan lapisan yang sama, kecepatan gelombang berbanding lurus dengan perubahan rapat massa lapisan pada amplitudo dan ketebalan lapisan sama, serta kecepatan gelombang berbanding lurus dengan total kedalaman dari kedua lapisan pada amplitudo dan rapat massa yang sama.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Apel, John R. 2002. *Oceanic Internal Waves and Solitons*. By Global Ocean Associates, Prepared for office of Naval research-Code 322 PO.
- [2] Drazin, P.G, Johnson, R.S. 1989. *Soliton an Introduction*. London: Cambridge University.
- [3] Gerkema, T, Zimmerman, J.T.S. 2008. *An Introduction to Internal Wave*. Texel: Royal NIOZ.
- [4] Munson, Bruce R., Donald F. Young & Theodore H. Okiishi. 2003. *Mekanika Fluida Edisi Keempat*. (diterjemahkan oleh: Harinaldi, Budiarso). Jakarta: Erlangga.
- [5] Ningsih, Nining Sari, dkk. 2008."Internal Waves Dynamics in the Lombok Strait Studied by a Numerical Model." *International Journal Remote Sensing and Earth Science*. Vol. 5.
- [6] Sheel. 2008. *Properties of Seawater-Temperature, Salinity, Density & Oxygen Solubility*. Alaska Pacific University.
- [7] Spiegel, Murray R. 1993. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables* (*Schaum*) (diterjemahkan oleh: Tjia, M. O). Jakarta: Erlangga.

- [8] Stewart, Robert H. 2008. *Introduction to Physical Oceanography*. Texas A & M University.
- [9] Talley, Lynne., dkk. 2011. *Descriptive Physical Oceanography*. Published by Elsevier Ltd. All right reserved.
- [10] Trisnobudi, Amoranto. 2005. *Fenomena Gelombang*. Bandung: ITB.
- [11] Wiryanto, L. H, Warsoma Djohan. 2006. Metoda Beda Hingga pada Persamaan KdV Gelombang Interface. Bandung: FMIPA ITB, *Jurnal Matematika Vol. 9*.